BÖLÜM 6
Madde içinde Manyetik Alanlar

Doç. Dr. Fulya Bağcı

Ankara Üniversitesi,

Fizik Mühendisliği Bölümü

Bu ders sunumu hazırlanırken aşağıdaki kaynak kullanılmıştır:
Elektromagnetik Teori, David J. Griffiths, Gazi Kitabevi (Çeviri: Prof. Dr. Basri Ünal)

- 6.3 Yardımcı Alan H
- 6.3.1 Mıknatıslanmış malzemeler içinde Ampere yasası
- 6.3.2 Yanıltıcı bir paralellik
- 6.3.3 Sınır koşulları
- 6.4 Doğrusal ve Doğrusal Olmayan Davranışlı Ortamlar
- 6.4.1 Magnetik alınganlık ve geçirgenlik
- 6.4.2 Ferromagnetizma

6.3 Yardımcı Alan H

6.3.1. Mıknatıslanmış Malzemeler İçinde Ampere Yasası

- Mıknatıslanmanın etkisinin malzeme içerisinde $\boldsymbol{J_b} = \nabla \times \boldsymbol{M}$ ve yüzeyde $\boldsymbol{K_b} = \boldsymbol{M} \times \hat{\boldsymbol{n}}$ bağlı akımlarını kurmak olduğunu bulmuştuk. Serbest akımlar da mıknatıslanmaya sebep olabilir. Serbest akımlar mıknatıslanmış maddenin içine gömülmüş tellerden akabilir veya madde bir iletkense malzemenin kendi içinden de akabilir. Toplam hacimsel akım yoğunluğu

$$\boldsymbol{J} = \boldsymbol{J}_b + \boldsymbol{J}_f$$

olarak yazılabilir.

$\boldsymbol{J}_b$: Hizalanmış durumda çok sayıda dipolden

$\boldsymbol{J}_f$: Bataryaya bir tel bağlandığı için, gerçek yük taşınımı ile ilgili.

- $\boldsymbol{J}_b = \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{M}$ olduğundan Ampere yasası

$$\frac{1}{\mu_0}\left(\vec{\nabla}\times\vec{B}\right)=\vec{J}=\vec{J}_f+\vec{J}_b=\vec{J}_f+\left(\vec{\nabla}\times\vec{M}\right)$$

olarak yazılabilir. İki rotasyoneli bir araya toplayarak H magnetik akı yoğunluğunu

$$\vec{\nabla}\times\frac{1}{\mu_0}\left(\vec{B}-\vec{M}\right)=\vec{J}_f$$

$$\vec{H}=\frac{1}{\mu_0}\vec{B}-\vec{M}$$

olarak tanımlarız. ***H*** cinsiden Ampere yasası $\vec{\nabla}\times\vec{H}=\vec{J}_f$

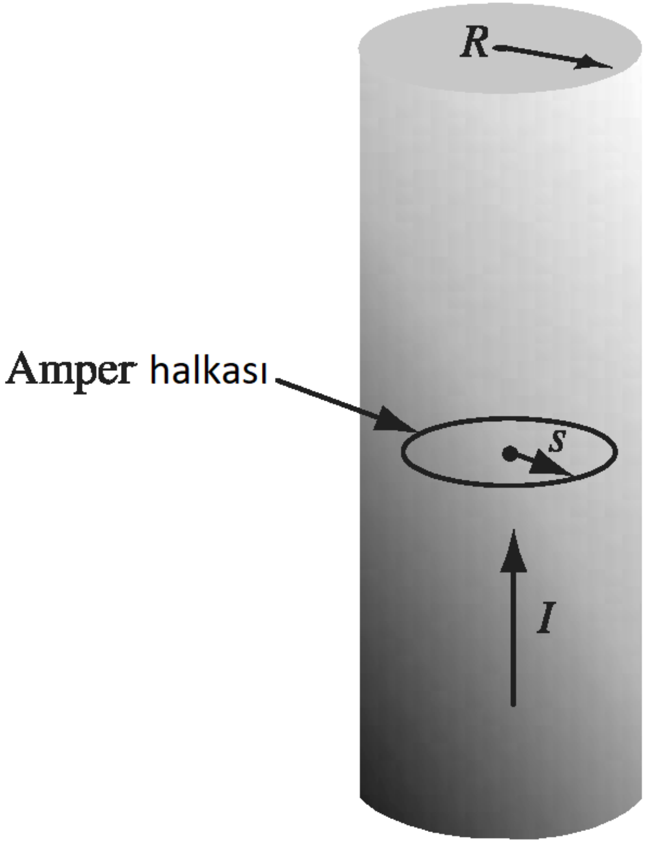
İntegral şeklinde yazarsak $\oint \vec{H}d\vec{l} = I_{f,iç}$

Burada $I_{f,iç}$ amper halkası içinden geçen toplam serbest akımdır.

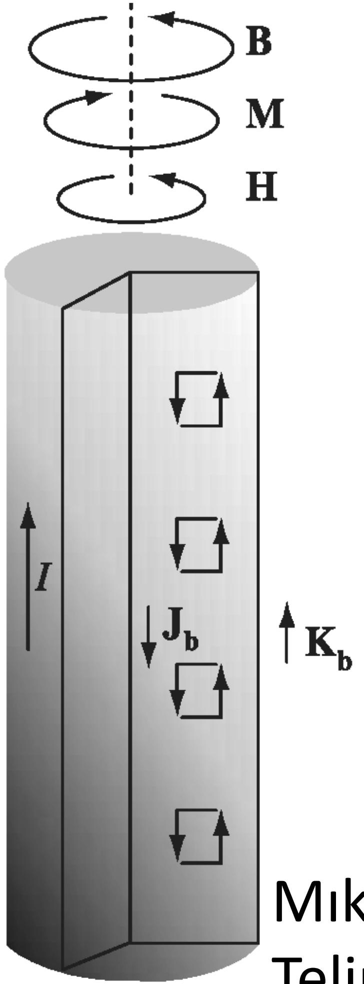
- H durgun magnetizmada D’nin durgun elektrikte oynadığı role benzer bir rol oynar. D’nin sadece serbest yükler cinsiden Gauss yasasını yazmamıza izin vermesi gibi H de serbest akımlar cinsinden Amper yasasını yazmamıza izin verir.
- Bağlı akım malzeme mıknatıslı hale gelince dahil olur. Serbest akımlarda olduğu gibi bağımsız olarak başlatamaz ve kesemeyiz. Amper yasasını uygularken serbest akımları ele alırız. Akımı biz yarattığımızdan ne olduğunu biliriz. Simetri izin verdiğinde H’yi derhal Amper yasasından hesaplayabiliriz.

Örnek 6.2 R yarıçapında uzun bir bakır çubuk düzgün olarak dağıtılmış serbest bir I akımı taşımaktadır (şekil 6.19). Çubuğun içinde ve dışında H'yi bulunuz.

Çözüm: Bakır zayıfça diyamagnetiktir. Bu sebeple dipoller alana zıt hizalanır (M B'ye zıt). Tel içinde I'ya zıt, yüzey boyunca ise I'ya paralel bir bağıl akım oluşur.



Şekil 6.19



Şekil 6.20

$s \leq R$ olan bir amper halkası için

$$H(2\pi s) = I_{f,çevreleyen} = I\frac{\pi s^2}{\pi R^2}$$

πR^2'de I

πs^2'de ?

$$\vec{H} = \frac{I}{2\pi R^2} s\hat{\phi}$$

$s \geq R$ için ise (telin dışında)

$$H(2\pi s) = I \longrightarrow \vec{H} = \frac{I}{2\pi s}\hat{\phi}$$

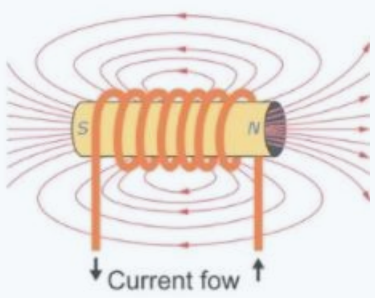
Dış bölgede $M = 0$'dır. Dış bölgede (s≥R)

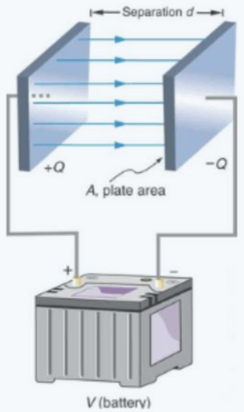
$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} = \frac{\mu_0 I}{2\pi s}\hat{\phi}$$

Mıknatıslanmamış bir tel ile aynıdır.

Telin içinde (s≤R) M'yi bilemeyeceğimizden B'yi de bilemeyiz.

- Göründüğü kadarıyla ***H*** ***B***'den daha faydalı bir niceliktir. Laboratuvarda sıklıkla ***H*** ile ilgili konuşulduğunu duyabilirsiniz (fakat ***D*** ile konuşulduğunu duymazsınız.) Sebep şudur: Bir elektromıknatıs yapmak için bir bobin içinden belirli bir serbest akım geçirirsiniz. Kadrandan okuduğunuz şey akımdır ve ***H***'yi tayin eder. ***B*** kullandığınız malzemeye, hatta demir ise geçmişine bağlıdır.
- Diğer yandan bir elektrik alan oluşturmak istediğinizde bir paralel plakalı kapasitörün plakaları üzerine bilinen bir yükü yapıştırmazsınız, yükleri bilinen bir gerilimdeki bataryaya bağlarsınız. Kadrandan potansiyel farkını okursunuz ve bu ***E***'yi belirler. ***D*** kullandığınız dielektriğin ayrıntılarına bağlıdır. Yükü ölçmek kolay potansiyeli ölçmek zor olsa idi ***D***'yi konuşan deneycilere rastlardınız. ***H*** ile olan tanışıklığımız pratik kaygılardan kaynaklanır.





6.3.2 Yanıltıcı Bir Paralellik

$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_f$ ve $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$

J->***J***$_f$ ve ***B***-> μ_0***H***

$\nabla \boldsymbol{B} = 0$ olduğu halde ***H***'nin diverjansı sıfır değildir.

$\nabla \boldsymbol{H} = -\nabla \boldsymbol{M}$ bulunur. ***M***'nin diverjansı sıfır olursa ***B*** ile μ_0***H*** arasındaki paralellik eksiksizdir. Çubuk mıknatıs örneğini düşününüz. Eksene paralel kalıcı düzgün ***M*** mıknatıslanması taşıyan kısa bir demir silindir için hiçbir yerde serbest akım yoktur. Bu durumda ***H*** ve dolayısıyla ***B*** sıfıra eşit midir? ***H***'nin rotasyoneli, ***J***$_f$=0 olduğundan sıfırdır fakat ***H***'nin diverjansı sıfırdan farklıdır. Öğüt olarak ***B*** veya ***H***'yi bulmanızı isteyen bir soruda önce problemdeki simetriye bakınız. Silindirik, düzlem, selenoid, toroid simetrisi gösteriyorsa o zaman direk Amper yasasından

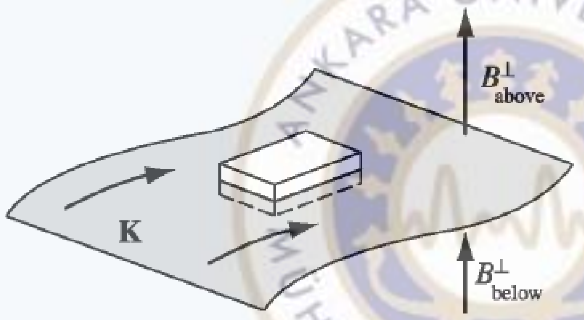
$$\oint \vec{H} d\vec{l} = I_{f,iç}$$

H'yi bulabilirsiniz. Simetri yok ise serbest akım görmeseniz de ***H***'yi sıfır kabul etmemelisiniz.

6.3.3 Sınır Koşulları

- Durgun magnetizma sınır koşulları H ve serbest akımlar cinsinden yazılabilir.

$$\vec{\nabla}.\vec{H} = -\vec{\nabla}.\vec{M} \quad \Rightarrow \quad \vec{H}^{\perp}_{üst} - \vec{H}^{\perp}_{alt} = \vec{M}^{\perp}_{üst} - \vec{M}^{\perp}_{alt}$$



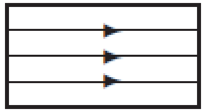
$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J_f} \quad \Rightarrow \quad \vec{H}^{\parallel}_{üst} - \vec{H}^{\parallel}_{alt} = \vec{K}_f \times n$$

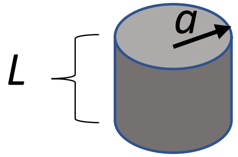
- Malzemelerin varlığında bunlar bazen B üzerindeki karşılık gelen sınır koşullarından daha faydalıdır.

$$\vec{B}^{\parallel}_{üst} - \vec{B}^{\parallel}_{alt} = \mu_0(\vec{K} \times \hat{n})$$

$$\vec{B}^{\perp}_{üst} - \vec{B}^{\perp}_{alt} = 0$$

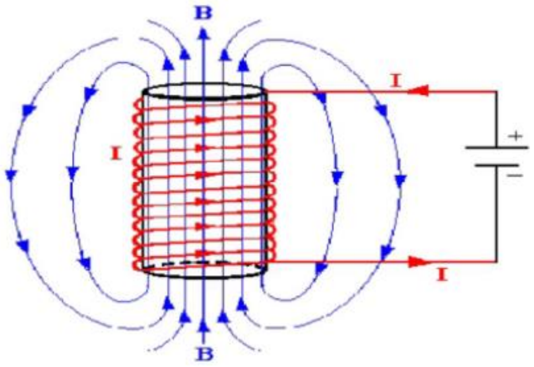
Problem 6.14. Problem 6.9'un çubuk mıknatısı için L'yi yaklaşık $2a$ kabul ederek $\boldsymbol{M}$, $\boldsymbol{B}$ ve $\boldsymbol{H}$'nin taslak çizimlerini yapınız. (Problem 6.9: Kısa dairesel silindir eksenine paralel düzgün M mıknatıslanması taşımaktadır.)

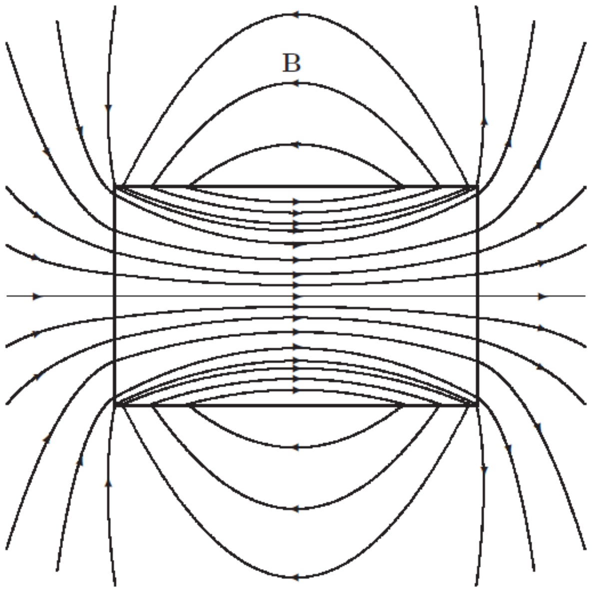
M: 

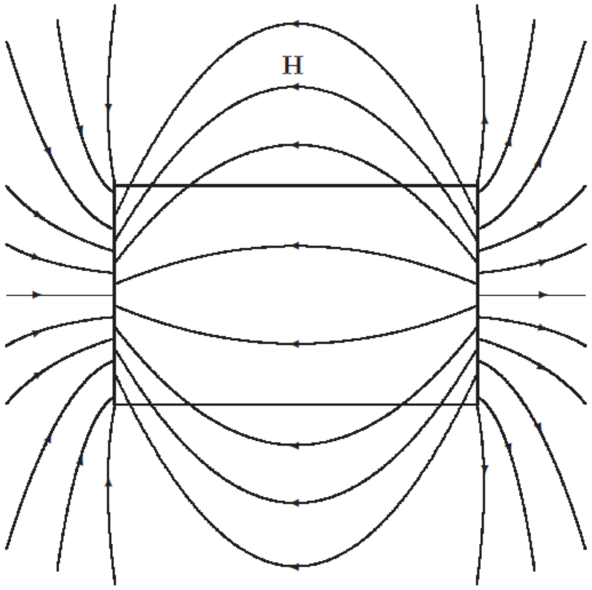


B kısa bir selonoidin alanı ile aynıdır.

$$\boldsymbol{H} = \frac{1}{\mu_0}(\boldsymbol{B} - \boldsymbol{M})$$







H ve ***M***'nin yöneliminin zıt olmasına dikkatinizi çekerim.