BÖLÜM 7
Elektrodinamik

Doç. Dr. Fulya Bağcı

Ankara Üniversitesi,

Fizik Mühendisliği Bölümü

18.04.2021

7.3.1 Maxwell öncesi elektrodinamik, 7.3.2 Maxwell Ampere yasasını nasıl düzeltti?

Bu ders sunumu hazırlanırken aşağıdaki kaynak kullanılmıştır:
Elektromagnetik Teori, David J. Griffiths, Gazi Kitabevi (Çeviri: Prof. Dr. Basri Ünal)

7.3 Maxwell Denklemleri
7.3.1 Maxwell'den Önceki Elektrodinamik

- Şimdiye kadar elektrik ve magnetik alanların diverjans ve rotasyonellerini belirleyen aşağıdaki yasalar ile karşılaştık:

$$\vec{\nabla}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$ Gauss yasası

$$\vec{\nabla}\vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$ Faraday yasası

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$ Ampere yasası

- Bu denklemler Maxwell'in çalışmalarını başlattığı yıllardaki denklemlerdir.

- Bu formüllerde temel bir tutarsızlık vardır.
- Bir rotasyonelin diverjansı daima sıfırdır.

$$\vec{\nabla}\bullet\left(\vec{\nabla}\times\vec{E}\right)=-\frac{\partial}{\partial t}\left(\vec{\nabla}\vec{B}\right)=0$$

Eşitliğin sol ve sağ tarafı sıfır vermekte.

- Fakat aynı şeyi (iv) no'lu Maxwell denklemi için yaptığınızda,

$$\vec{\nabla}\bullet\left(\vec{\nabla}\times\vec{B}\right)=\mu_0\left(\vec{\nabla}\vec{J}\right)$$

Eşitliğin sol tarafı sıfır vermekte, sağ tarafı sıfır vermeyebilir (durgun magnetizmanın dışına çıktığımızda).

- Kararlı akımlar için J'nin diverjansı sıfırdır. Kararlı olmayan akımlar için Ampere yasası bozulur.

Maxwell Ampere Yasasını Nasıl Düzeltti?

$\vec{\nabla}\bullet\left(\vec{\nabla}\times\vec{B}\right)=\mu_0\left(\vec{\nabla}\vec{J}\right)$ → Problem denklemin sağ tarafının sıfır olmaması!

- Süreklilik denklemi ve Gauss yasasını uyguladığımızda güçlük çıkaran terim şu şekilde yazılabilir.

$$\vec{\nabla}\vec{J}=-\frac{\partial\rho}{\partial t}=-\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_0\vec{\nabla}\vec{E})=-\vec{\nabla}(\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t})\neq 0$$

- Ampere yasasında $\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$ 'yi J ile birleştirdiğimizde bu işlem fazlalık diverjansı yok eder.

$$\vec{\nabla}\times\vec{B}=\mu_0\vec{J}+\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

- Eklediğimiz ikinci terim durgun magnetizma ile ilgili Ampere yasasını değiştirmez çünkü bu durumda E sabit olduğundan ikinci terimden katkı olmaz.

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Maxwell terimi

- Gerçekte Maxwell teriminin tanınmak için J ile yarışmak zorunda olduğu alelade elektromagnetik deneylerde algılanması zordur. Faraday ve diğerlerinin onu laboratuvarda hiçbir zaman keşfedememelerinin sebebi budur. Ancak o elektromagnetik dalgaların yayılmasında belirleyici bir rol oynar.
- Ampere yasasındaki kusuru düzeltmekten başka Maxwell denkleminin bir simetrik görünümü de vardır: Değişen bir magnetik alanın bir elektrik alan indüklemesinin (Faraday yasası) tam aynısı olarak değişen bir elektrik alan da bir magnetik alan indükler. Maxwell teorisinin gerçek doğrulaması 1888'de Hertz'in elektromagnetik dalgalar üzerine yaptığı deneylerle geldi.

- Maxwell kendi fazlalık terimine yer değiştirme akımı adını verdi:

$$\boldsymbol{J}_d = \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$$

- O yanıltıcı bir isimdir. Çünkü Ampere yasasındaki J'ye eklenmesinin dışında $\varepsilon_0 \partial E/\partial t$'nin akımla herhangi bir ilişkisi yoktur.
- Şimdi yer değiştirme akımının yüklenen kapasitör çelişkisini nasıl çözdüğünü görelim. Kapasitör plakaları birbirine çok yakınsa aralarındaki elektrik alan

$$E = \frac{1}{\varepsilon_0}\sigma = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{Q}{A}$$

- Burada Q plaka üzerindeki yük ve A ise onun alanıdır. Böylece plakalar arasında

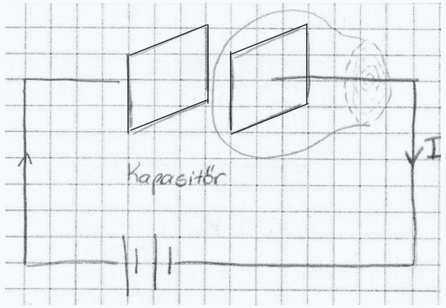
$$\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_0 A}\frac{dQ}{dt} = \frac{1}{\varepsilon_0 A} I$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

İntegral formda

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \overrightarrow{I_{iç}} + \mu_0 \varepsilon_0 \int \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} d\vec{a}$$

Düz yüzeyi seçersek o zaman $\partial E/\partial t = 0$ dır. Öte yandan balon şekilli yüzeyi kullanırsak da $I_{iç} = 0$'dır, fakat

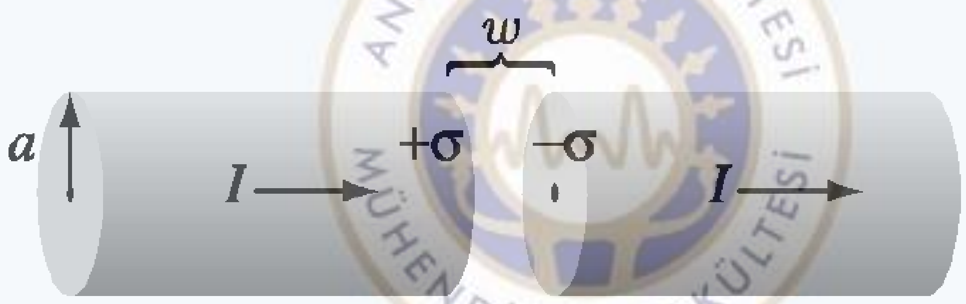


$$\int \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} d\vec{a} = \frac{I}{\varepsilon_0}$$

olur. Böylece her ne kadar birinci halde sonuca gerçek akımdan ve ikinci halde ise yer değiştirme akımından ulaşmış olsak da her bir yüzey için aynı yanıtı bulmuş olduk.

Problem 7.31

Yarıçapı a olan kalın bir tel enine kesitine düzgün olarak dağıtılmış sabit bir I akımı taşımaktadır. Teldeki $w << a$ olan w genişlikli dar bir aralık Şekil 7.43'de gösterildiği gibi paralel plakalı bir kapasitör oluşturmaktadır. Aralıkta eksenden bir $s < a$ uzaklığındaki magnetik alanı bulunuz.



Şekil 7.43

Çözüm:

- Yerdeğiştirme akımı yoğunluğu $J_d = \varepsilon_0 \dfrac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} = \dfrac{I}{A} = \dfrac{I}{\pi a^2}\hat{z}$

- s yarıçaplı bir Amper halkası çizilirse

$$\oint \boldsymbol{B}.d\boldsymbol{l} = \boldsymbol{B}.2\pi s = \mu_0 I_{iç} = \mu_0 \frac{I}{\pi a^2}\pi s^2 = \frac{\mu_0 I s^2}{a^2}$$

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I s}{2\pi a^2}\widehat{\emptyset}$$