FZM 302
Elektromanyetik Dalgalar ve Uygulamaları II

9.2 Vakumda Elektromanyetik Dalgalar

Doç. Dr. Fulya Bagci

Fizik Mühendisliği Bölümü

Ankara Üniversitesi

fbagci@eng.ankara.edu.tr

Bu ders sunumu hazırlanırken aşağıdaki kaynak kullanılmıştır:
Elektromagnetik Teori, David J. Griffiths, Gazi Kitabevi (Çeviri: Prof. Dr. Basri Ünal)

İçerik

9. Elektromanyetik Dalgalar ve Uygulamaları

9.2 Vakumda Elektromanyetik Dalgalar
9.2.1 ***E*** ve ***B*** için dalga denklemi
9.2.2 Monokromatik düzlem dalgaları

Doç.Dr. Fulya Bağcı

9.2 Vakumda Elektromanyetik Dalgalar
9.2.1 *E* ve *B* için dalga denklemi

Yük ve akımın olmadığı uzay bölgesinde Maxwell denklemleri:

$$(i)\vec{\nabla}.\vec{E}=0 \qquad (iii)\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$(ii)\vec{\nabla}.\vec{B}=0 \qquad (iv)\vec{\nabla}\times\vec{B}=\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

Bu denklemler ***E*** ve ***B*** için birbiriyle bağlaşımlı, birinci dereceden kısmi diferansiyel denklemler oluşturmaktadır. (iii) ve (iv)'e rotasyonel uygulanarak bu denklemler birbirinden ayrıştırılabilir.

$$(iii)\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$(iii)\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\times\vec{E}=\vec{\nabla}\times\left(-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\right)$$

$$\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}\vec{E}\right)-\vec{\nabla}^{2}\vec{E}=\vec{\nabla}\times\left(-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\right)$$

$$(i)\vec{\nabla}.\vec{E}=0$$

$$\vec{\nabla}^{2}\vec{E}=\frac{\partial}{\partial t}\left(\vec{\nabla}\times\vec{B}\right)$$

$$(iv)\vec{\nabla}\times\vec{B}=\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$ olduğundan

$$\vec{\nabla}^{2}\vec{E}=\frac{\partial}{\partial t}\left(\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right)\Rightarrow\boxed{\vec{\nabla}^{2}\vec{E}=\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}}$$

Benzer biçimde,

$$\vec{\nabla}^2 \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

$\boldsymbol{E}$ ve $\boldsymbol{B}$ için ayrı denklemlere sahibiz. Fakat onlar ikinci derecedendir. Onları ayrıştırmak için ödediğimiz bedel budur.

Vakumda $\boldsymbol{E}$ ve $\boldsymbol{B}$'nin her bir kartezyen bileşeni üç boyutlu dalga denklemini sağlar.

$$\vec{\nabla}^2 \vec{f} = \frac{1}{\vartheta^2} \frac{\partial^2 \vec{f}}{\partial t^2}$$

3B dalga denklemi

Maxwell denklemleri gösterir ki elektromanyetik dalgalar boş uzayda $\boldsymbol{c}$ hızıyla ilerler.

$$\vartheta = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = 3 \times 10^8\, m/s$$

Yani ışık bir elektromanyetik dalgadır.

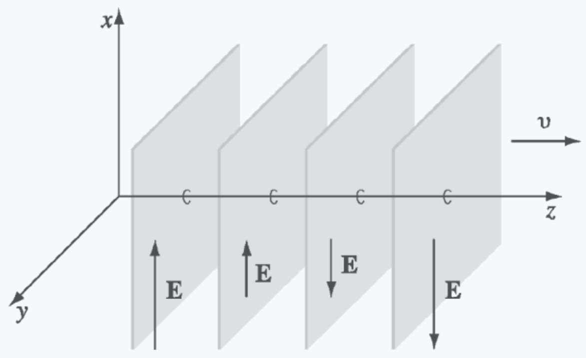
9.2.2 Tek Renkli (Monokromatik) Düzlem Dalgalar

Tek bir frekanstan oluşan bir dalga monokromatik bir dalgadır.
Eğer dalgalar *z* doğrultusunda ilerlerken *x* ve *y* bileşenleri yoksa düzlem üzerinde alanlar düzgün olduğundan bu dalgalara düzlem dalgalar deriz.

$$E(z,t) = E_0 e^{i(kz-\omega t)}$$

$$B(z,t) = B_0 e^{i(kz-\omega t)}$$

Fiziksel alanlar $\tilde{E}_{0z}$ ve $\tilde{B}_{0z}$ nin gerçel kısımlarıdır.



(1)

$(i)\vec{\nabla}.\vec{E} = 0$ ve $(ii)\vec{\nabla}.\vec{B} = 0$ olduğundan

$$E_{0z} = B_{0z} = 0$$

E için ispatı:

$$\frac{\partial}{\partial z}(E_{0z} e^{i(kz-\omega t)} \hat{z})\hat{z} = 0$$

$$ikE_{0z} e^{i(kz-\omega t)} = 0$$

$$E_{0z} = 0$$

Sonuç: Elektromanyetik dalgalar eninedir. Elektrik ve manyetik alanlar yayılma doğrultusuna diktir.

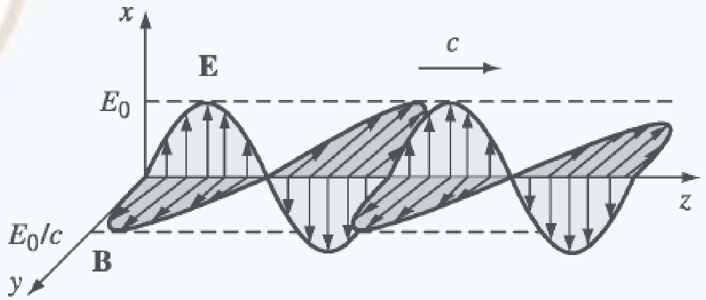
Faraday yasası elektrik ve manyetik alan genlikleri arasında bir bağıntı taşır:

$$(iii)\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$\begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \widetilde{E}_0 e^{i(kz-\omega t)} & 0 & 0 \end{vmatrix} = -\omega B_0 e^{i(kz-\omega t)}$$

$$k(\tilde{E}_0)_x = \omega(\tilde{B}_0)_y$$

Daha belirgin olarak, $B_0 = \frac{k}{\omega}\left(\hat{z}\times E_0\right)$



E ve ***B*** aynı fazdadır, birbirlerine diktir.
Genlikleri arasındaki bağıntı:

$$B_0 = \frac{k}{\omega}E_0 = \frac{1}{c}E_0$$

Geleneksel olarak bir elektromanyetik dalganın polarizasyonunu belirtmek için ***E*** vektörünün yönelimini kullanırız. Dalga vektörü iletim doğrultusundadır, büyüklüğü ise dalga sayısıdır.

$\vec{k}\vec{r}$ *kz*'nin uygun genelleştirmesidir. Burada $\hat{n}$ kutuplanma vektörüdür.

$$\boxed{\begin{aligned} \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) &= \tilde{E}_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}\,\hat{\mathbf{n}}, \\ \tilde{\mathbf{B}}(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{c}\tilde{E}_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}(\hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{n}}) = \frac{1}{c}\hat{\mathbf{k}} \times \tilde{\mathbf{E}}, \end{aligned}}$$

E enine bir dalga olduğundan, $n.k = 0$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E_0 \cos(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t + \delta)\,\hat{\mathbf{n}},$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c} E_0 \cos(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t + \delta)(\hat{\mathbf{k}} \times \hat{\mathbf{n}})$$