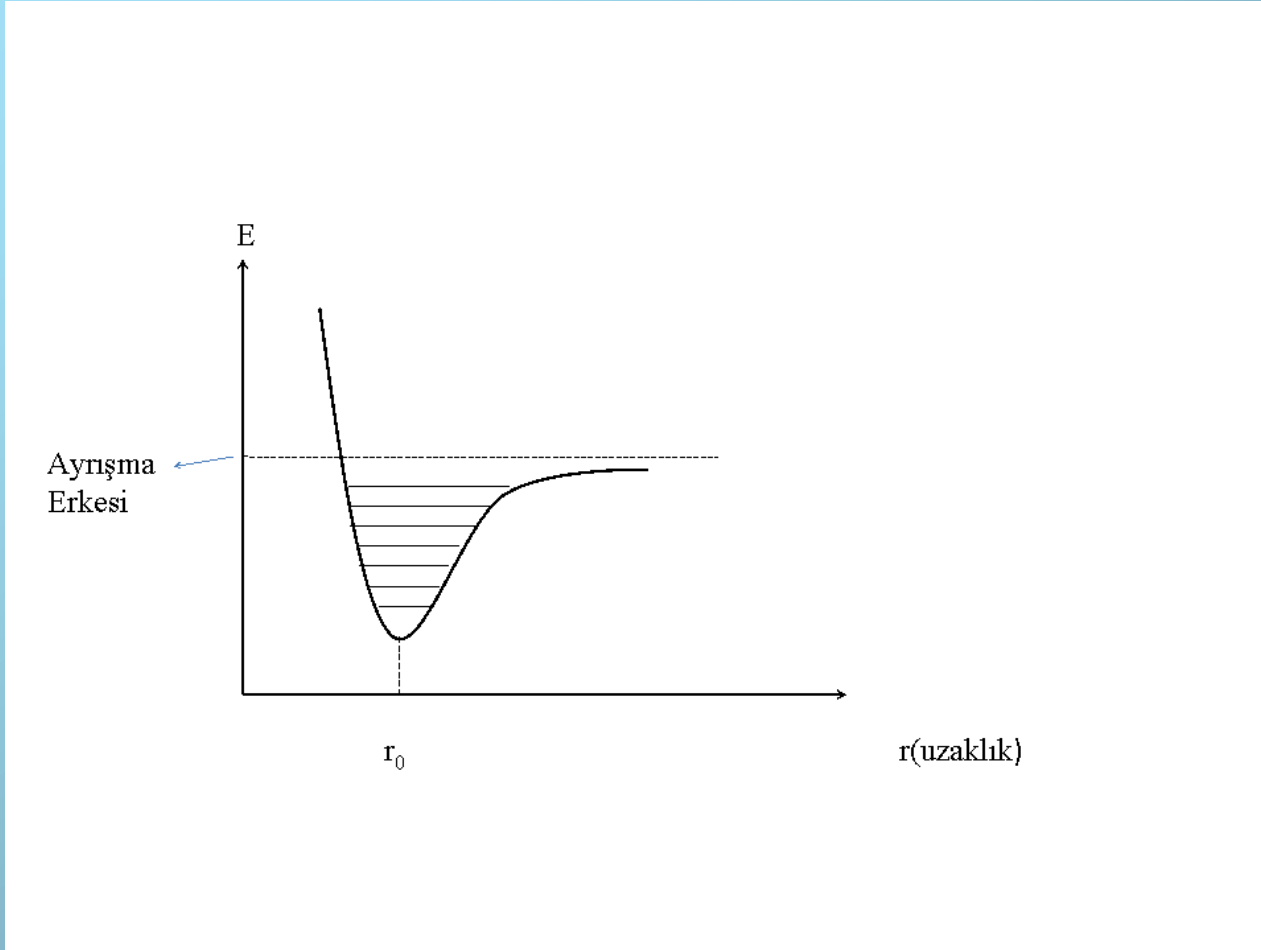


4. ATOM VE MOLEKÜL TAYFLARI (Devamı)

➤ 11) İki Atomlu Moleküllerin Tayfları:

- Yıldızlarda en çok bulunan iki atomlu moleküller OH, CH ve CN'dir. Bunlar basit yapıda gibi görünmelerine karşın, bir çok yakın çizgiden oluşmuş geniş bantlar içeren karışık tayflar gösterirler.
- Şekil 55. İki atomlu bir molekülün titreşim erke düzeyleri: potansiyel erke eğrisi sürekli bir çizgiyle (kırmızı) gösterilmektedir. İnce yatay çizgiler ise, titreşim düzeylerini ve çizgi-çizgi çizilen ise (kesikli) ayrışma erkesine karşılık gelmektedir. Yatay kon, bileşen atomlar arasındaki r uzaklığıdır. Potansiyel eğrisinin minimumu, r_0 eşdeğer uzaklığındadır. Düşey kon ise erkedir.

4. ATOM VE MOLEKÜL TAYFLARI (Devamı)



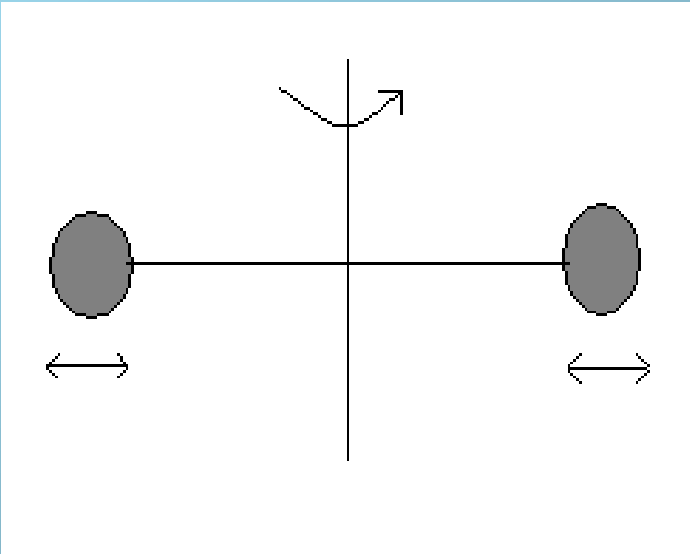
Şekil 55. İki atomlu bir molekülün titreşim erke düzeyleri

4. ATOM VE MOLEKÜL TAYFLARI (Devamı)

- Gerek yıldızlarda ve gerekse Y.A.M (Yıldızlararası Madde) da bulunmuş OH, CH, CN molekülleri tayfta çizgi yerine bantlar verirler. İki atomlu moleküllerin atomları arasındaki uzaklık ne kadardır?
- AB gibi iki iyondan oluşmuş ve çevresi elektron bulutuyla sarılıp elektrostatik kuvvetlerle bir arada tutulan bir molekül düşünelim. Bu sistemin **potansiyel erke eğrisi** (Bkz. Şekil 55) potansiyelin **minimum olduğu** bir r_0 uzaklığının varlığını gösterir. Daha büyük uzaklıklarda, potansiyel eğrisi yavaş yavaş yükselir ve molekülün ayrışma potansiyelini gösteren ve kesikli çizilmiş yatay çizgiye yaklaşır, r_0 dan daha düşük olan uzaklıklarda, iki atomun çekirdeklerinin itme kuvveti daha önemli duruma gelir ve iki çekirdeğin daha fazla yaklaşmasını önler. Yatay düz çizgiler ise molekülün kuantumlaşmış titreşim enerji düzeylerini göstermektedir. Erke arttıkça bunların birbirine yaklaştıkları dikkat çekicidir. Kesikli çizilen çizginin üstündeki enerjiler, molekülün ayrıştığı ve atomların serbest oldukları düzeyleri gösterir. Bunlar kuantumlu değildir.

4. ATOM VE MOLEKÜL TAYFLARI (Devamı)

- Böylesi bir molekül, değişik yollarla erke alabilir. Birinci olarak, iki atomu birleştiren doğruya dik eksen etrafında dönebilir. İkinci olarak, bileşen atomlar kendilerini birleştiren doğru boyunca ileri ve geri titreşebilirler. Üçüncü olarak molekül, atomik erke düzeylerine benzeyen belirli elektronik erke **düzeylerine** uyarılabilir.



1. Dönme erkesi (molekülünden dolayı)
2. Titreşim erkesi (atomlarından dolayı)
3. Atomun belli erke düzeyine uyarılması ile ışınım (Elektronik erke düzeylerine uyarılma)

4. ATOM VE MOLEKÜL TAYFLARI (Devamı)

1. Dönme şekli (modları) (**şekilde gösterilmemiştir**) en küçük erkeyi içerirler. Bir dönme düzeyinden bir diğerine (dönme hızları farklı düzeyler arasındaki geçişler) geçişe karşılık gelen ışınım **büyük dalgaboylu kırmızı ötededir.**
2. Titreşim erkeleri daha büyüktür ve bunlara karşılık gelen düzeyler arasındaki geçişler (belli bir titreşim durumundan diğer bir titreşim durumuna-kuantumlu- geçiş), **daha kısa dalgaboylu kırmızı ötededir.**
3. Elektronik düzeylerin uyarılması ise tayfın görünür ve moröte bölgelerine düşen frekansları gerektirir (**görünür bölgedeki ışınımı verirler bu elektronik düzeyler arasındaki geçişler**).

4. ATOM VE MOLEKÜL TAYFLARI (Devamı)

- Dönme, titreşim ve elektronik düzeylere karşılık gelen erkelerin herbiri, belirli kurallara göre kuantumludur. Yani bu ışımalar kuantumludur. Molekülün toplam erkesi ise:

$$E = E_{\text{dönme}} + E_{\text{titreşim}} + E_{\text{elektronik}}$$

➤ 12) İki Atomlu Moleküllerin Dönme Erkeleri:

- Kuantum mekaniği, bir molekülün dönme erkesinin ilk yaklaşımında,

$$E_r = K(K + 1) \frac{h^2}{8\pi^2 I} \quad \dots(17)$$

- olduğunu göstermektedir.

$$I = \frac{m_A m_B}{(m_A + m_B)} r^2 = \mu r^2 \quad \dots(18)$$

- Molekülün eylemsizlik momentidir.

4. ATOM VE MOLEKÜL TAYFLARI (Devamı)

- μ ye indirgenmiş kütle denir. K dönme kuantum sayısı denilen bir sabittir ve bir dönme düzeyinden diğerine geçişte $\Delta K = \pm 1$ kuralı geçerlidir. ...(19)
- K' ve K'' dönme düzeyleri arasındaki geçişin dalga sayısı

$$\bar{\nu} = \frac{1}{hc} (E_{r'} - E_{r''}) = 2BK' \quad \dots(20)$$

dir ve burada,

$$B = \frac{h}{8\pi^2 Ic} \quad \dots(21)$$

dir. h : Planck Sabiti.

4. ATOM VE MOLEKÜL TAYFLARI (Devamı)

- Yalnız dönmeden doğan tayf, eşuzaklıklı çizgilerden oluşmuş bir seriden oluşacaktır: dönmenin merkezkaç kuvvetinden ötürü molekülün boyutunda bir artma olmayacaktır. Bu etki, (17) denkleminde $CK^2(K+1)^2$ şeklinde küçük bir düzeltme terimine götürecektir. Eğer iki atom tümüyle aynı ise yalnız dönmeden doğan bantlar olmayacaktır.

➤ 13) Dönme ve Titreşim Bantları:

- Eğer bileşen atomlar eşdeğer ayrıklıkları olan r_0 'dan biraz ayrılmışlarsa, düzeltici kuvvet $(r-r_0)$ ile orantılıdır. Eğer yerdeğiştirmeler büyükse, potansiyel erke eğrisi asimetrik olduğundan, bu düşünce daha fazla doğru olmayacaktır. Sonuç olarak E_{vib} enerji düzeyleri ($E_{dönme}$) bir eşuzaklıklı dağılım göstermezler. Bu erke düzeyleri, ampirik formülle uygun olarak giderek sıklaşacaklardır:

$$E_{vib} = hc\omega \left(v + \frac{1}{2} \right) - hc\omega X_\epsilon \left(v + \frac{1}{2} \right)^2 + \dots (22)$$

4. ATOM VE MOLEKÜL TAYFLARI (Devamı)

- Dalga sayısı biriminden ifade edilen ω ve X_ε , bant tayfının çözümlemesinden bulunurlar. Eğer yüksek mertebeden terimler boşlanabilirse, molekülün en düşük titreşim düzeyinden ayrışma noktasına kadar yükseltilebilmesi için gerekli erkenin (D_0), X_ε ve ω ile ilgili olduğu gösterilebilir:

$$D_0 = \frac{\omega^2}{4\omega X_\varepsilon} (1 - X_\varepsilon)^2 \quad \text{..... (23)}$$

- Diğer tayfsal yöntemler, çoğu kez D_0 'ın daha iyi bir değerini verebilirler. Bazen ayrışma limitinin üzerindeki soğurma sürekliliği gözlenebilmektedir ve bu D_0 'ın iyi bir değerini vermektedir.

4. ATOM VE MOLEKÜL TAYFLARI (Devamı)

- Şimdi, bir molekülün bir dönme ve titreşim düzeyinden başka bir dönme-titreşim düzeyine atladığında salınan ya da soğurulan tayfın özelliklerini düşünelim. Bu olduğunda, elektronik erkede değişim olmadığını kabul edeceğiz. (17) ve (22) no'lu denklemlerin yardımıyla şunu yazabiliriz:

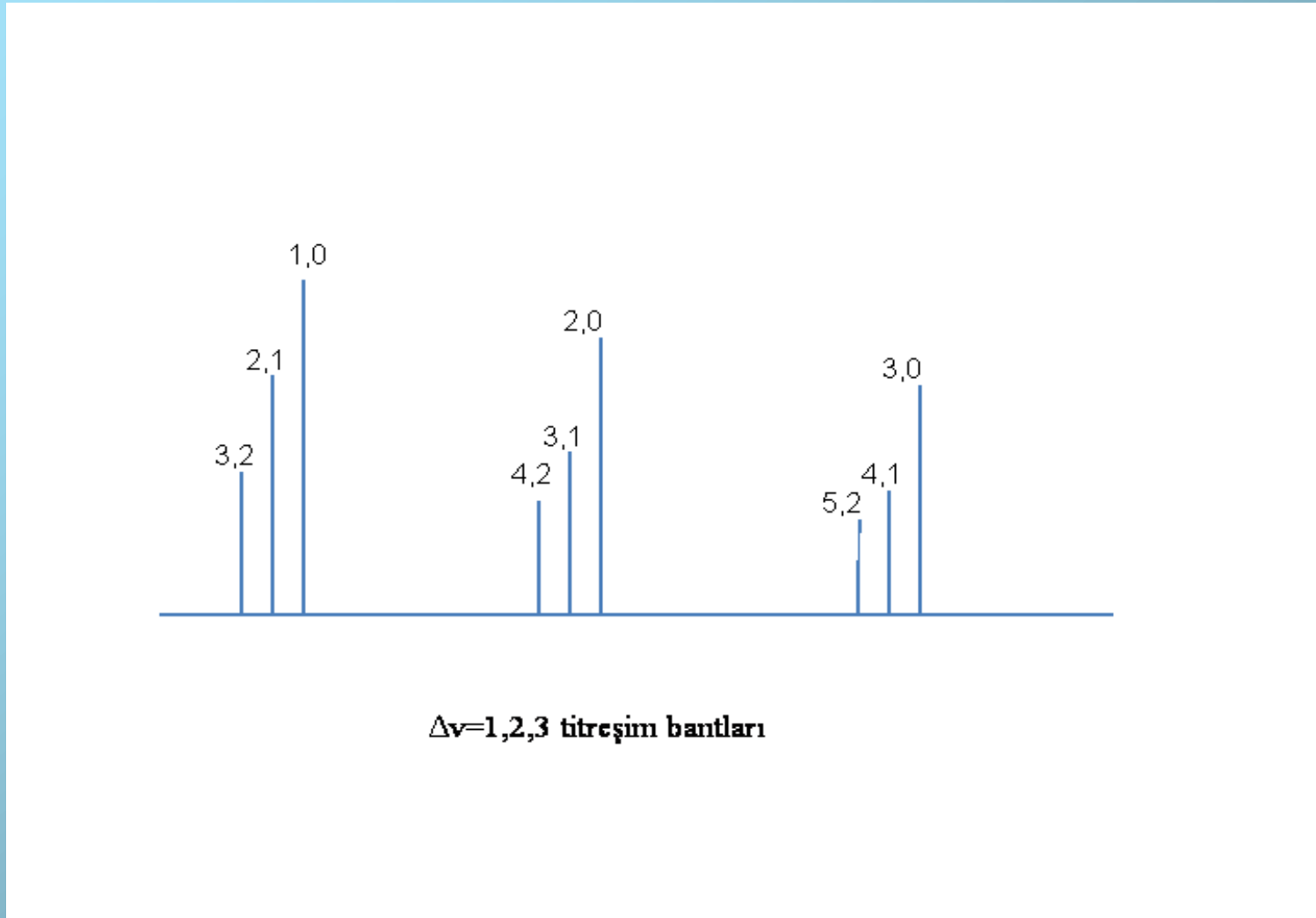
$$\begin{aligned}\bar{\nu} &= \bar{\nu}_r + \bar{\nu}_c = \frac{1}{hc} [E_{r'} + E_{v'} - E_{r''} - E_{v''}] \\ &= B'K'(K'+1) - B''K''(K''+1) + \omega' \left(v' + \frac{1}{2} \right) - X'_\epsilon \omega' \left(v' + \frac{1}{2} \right)^2 \\ &\quad - \omega'' \left(v'' + \frac{1}{2} \right) + X''_\epsilon \omega'' \left(v'' + \frac{1}{2} \right)^2 \quad \dots(24)\end{aligned}$$

- Burada E_v titreşim erkesi, molekül dönmediği zaman onların denge ayrıklığı etrafında bileşen atomların titreşimlerinin erkesidir. E_r dönme erkesi, molekülün dönmesiyle eklenir. Bu, genellikle dönme titreşim erkeleri arasındaki etkileşmeyi ve merkezkaç kuvvet nedeniyle ortaya çıkan molekülün genişleme etkisini de içerir.

4. ATOM VE MOLEKÜL TAYFLARI (Devamı)

- Bir molekülün v' gibi bir titreşim durumundan başka bir v'' gibi titreşim durumuna geçişlerinin tümü, bir bant oluşturur. $v'K'$ düzeyinden $v''K''$ düzeyine olan bir geçiş $v'v''$ bandının tek bir çizgisine karşılık gelir. Eğer molekülün potansiyel eğrisi bir parabol olsaydı, molekül bir harmonik osilatör oluşturacaktı ve geçişler için seçim kuralı $v'-v''=1$ olacaktı. Potansiyel eğrisi yaklaşık bir parabol olduğundan, $v'=0$ dan $v''=1$ e, $v'=1$ den $v''=2$ ye ...v.b türü geçişlerin en kuvvetli olmasını bekleriz. Bu eğri, düşük erkelerde parabole en yakındır. En düşük düzeyler için $\Delta v=1$ e karşılık gelen bantlar gerçekten en yeğin olanlardır, fakat daha yüksek düzeylerde $\Delta v=2,3,\dots v.b$ olan geçişler önemli olabilmektedir. Yalnızca titreşimden olan geçiş (v',v'') olarak gösterilir. Böylece (1,0) gösterimi $v=1$ olan titreşim düzeyinden $v=0$ titreşim düzeyine bir atlama anlamındadır.

4. ATOM VE MOLEKÜL TAYFLARI (Devamı)



Şekil 56. $\Delta v=1,2,3$ için titreşim bantları

4. ATOM VE MOLEKÜL TAYFLARI (Devamı)

- Şimdi, yalnızca dönme ve titreşimden oluşmuş bantların dönme yapısını gözönüne alalım. Molekülün eylemsizlik momenti, titreşim düzeyine bağlı olacaktır. Potansiyel eğrisinin asimetrisi nedeniyle, moleküldeki atomların ortalama ayrıklığı ve bu nedenle eylemsizlik momenti daha yüksek titreşim düzeylerinde daha büyüktür. Buradan $I_{v'} > I_{v''}$ ve $B' < B''$ dir. Yüksek mertebeden ve küçük olan dönme terimlerini boşlayarak bir özel titreşim-dönme bandının dönme yapısı şu bağıntıyla verilebilir:

$$\bar{\nu} = \bar{\nu}_v + \bar{\nu}_r = \bar{\nu}_v + B'K'(K' + 1) - B''K''(K'' + 1) \quad \dots(25)$$

- Burada $\bar{\nu}_v$; bandın dalga sayısıdır. v' 'deki belli bir değişim için sabittir $\bar{\nu}_v$ ve K ancak ± 1 değişebileceğinden,

4. ATOM VE MOLEKÜL TAYFLARI (Devamı)

- $K' = K'' + 1$ (R – Kolu) ya da
 - $K' = K'' - 1$ (P – Kolu)
- }(26)
- Oluşuna bağlı olarak, çizgiler iki kolda toplanırlar. Buradan,

$$\left. \begin{aligned} \bar{\nu} &= \bar{\nu}_v + (B' + B'')(K + 1) + (B' - B'')(K + 1)^2 && \text{R – Kolu} \\ \bar{\nu} &= \bar{\nu}_v - (B' + B'')K + (B' - B'')K^2 && \text{P – Kolu} \end{aligned} \right\} \text{.....(27)}$$

- $B' - B''$ negatif olduğundan, R-Kolunun çizgileri bir araya toplanma eğilimindedirler, oysa P-Kolunun çizgileri saçılmışlardır. K daki değişim sıfır olamayacağından, banda karşılık gelen çizgi görünmez. C_2 ve N_2 gibi tek-çekirdekli moleküller titreşim-dönme bantları göstermezler.

4. ATOM VE MOLEKÜL TAYFLARI (Devamı)

- CO in titreşim-dönme bantları güneşte gözlenmiştir. CO₂, CH₄ ve N₂O gibi çok atomlu moleküllerin benzer bantları, yer atmosferinin kızılöte tayfında baskındır.

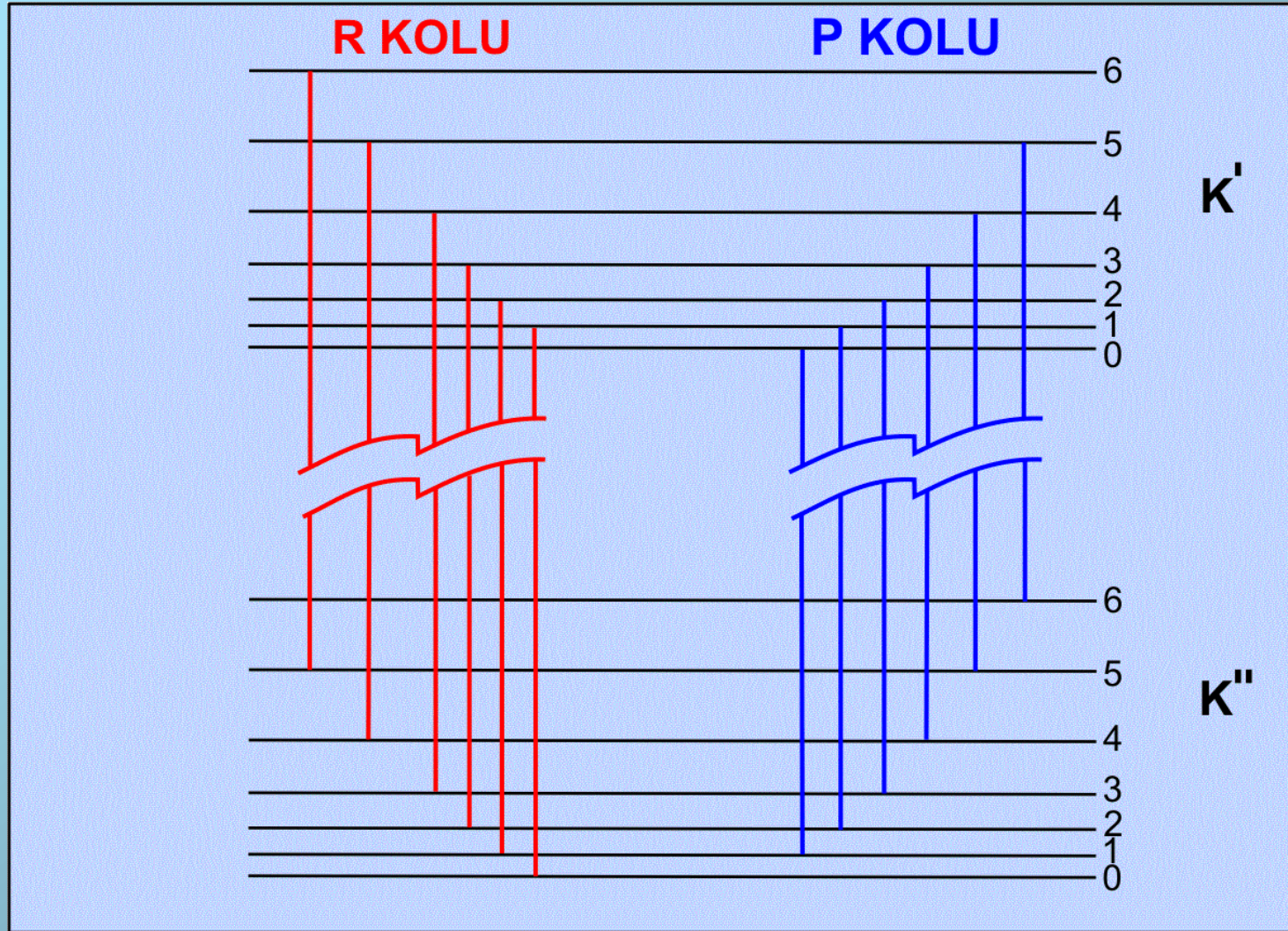
➤ 14) Elektronik Bantlar:

- Yıldız tayflarında ilgilendiğimiz bantlar, E_e, E_v ve E_r nin hepsinin birden değiştiği elektronik bantlardır. Molekülün elektronik uyarılma potansiyelleri, atomun uyarılma potansiyelleriyle karşılaştırılabilir olduklarından, bunların ilgili oldukları erkeler titreşim yada dönme erkelerinden çok daha büyüktürler. Elektronik erke düzeyleri, atomlar için kullanılan benzer bir isimlendirmeye harflendirilir. Atomlar için Romen alfabesi kullanılırken moleküller için Yunan alfabesi kullanılır:

- S P D F G (Atomik-Seyrek çizgili)
 └──────────┘
 seyrek çizgi

- Σ Π Δ Φ (Moleküller-elektronik geçişlerden
 ───────────
 çok sayıda çizgi)
 ortaya çıkan çizgiler)-(çok sayıda çizgi)

4. ATOM VE MOLEKÜL TAYFLARI (Devamı)

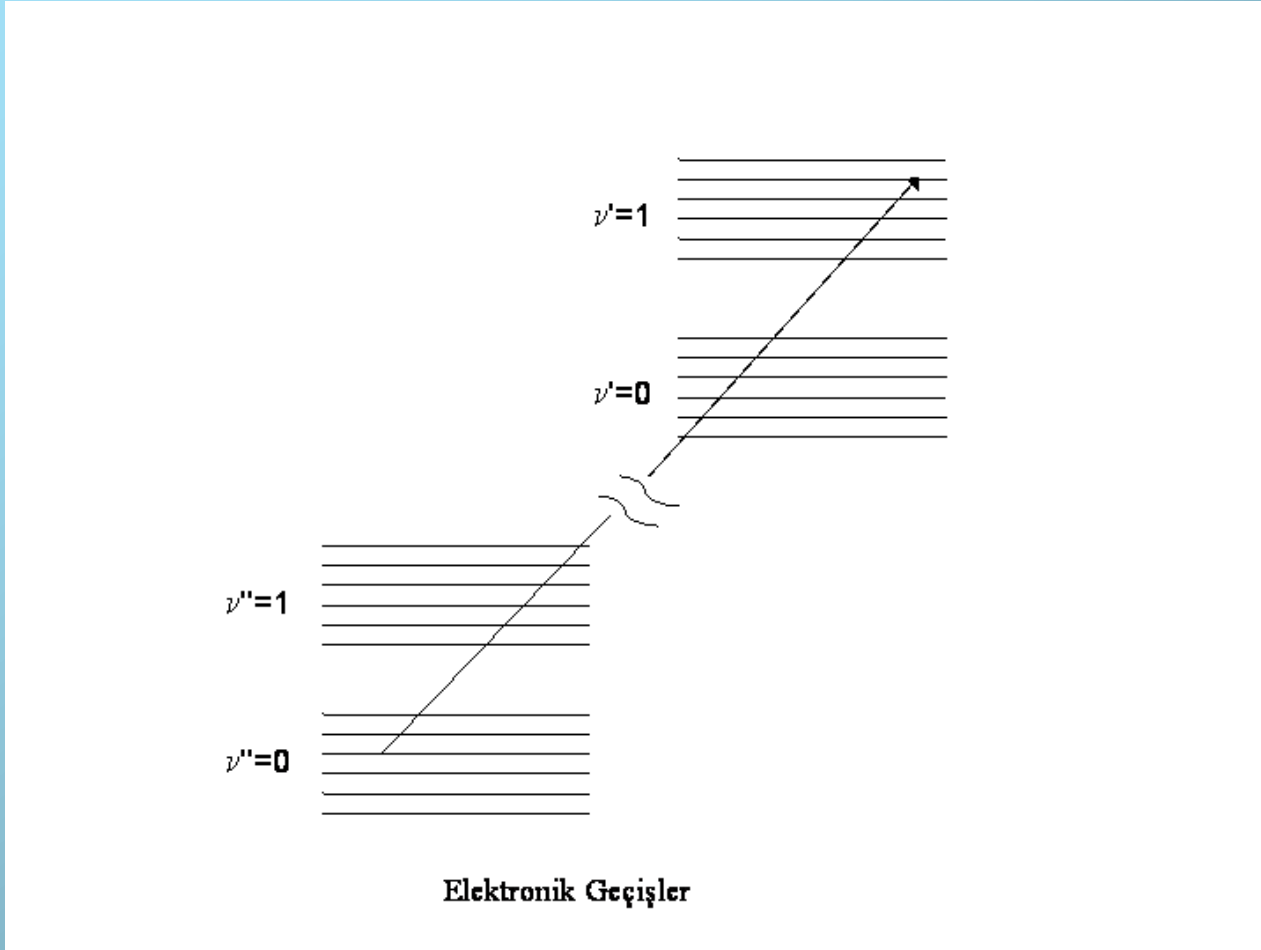


- Şekil 57. Yalnızca titreşim geçişlerindeki R ve P kolları.

4. ATOM VE MOLEKÜL TAYFLARI (Devamı)

- Elektronik düzeyler arasındaki geçişler kuantumlu olup görünür bölgedeki ışınımı verirler (Diğerleri de verir. Dönme, titreşim).
- Moleküllerde çizgiler demeti oluşur. Dolayısıyla **molekül tayfı bir bant görünümünde olur.**
- Önemli nicelikler, iki atomun çekirdeklerini birleştiren doğruya L ve S yörünge ve spin açısal momentlerinin izdüşümü olan Λ ve Σ olur. Bu izdüşümlerin toplamı $\Omega = |\Delta + \Sigma|$ dır. Nasıl ki, $S=1$, $L=1$ ve $J=2$ iken atomik terimler için 3P_2 yazıyorsak, $\Sigma=1$, $\Lambda=1$ ve $\Omega=2$ iken molekül terimini ${}^3\Pi_2$ yazarız.

4. ATOM VE MOLEKÜL TAYFLARI (Devamı)



Şekil 58. Elektronik geçişler

4. ATOM VE MOLEKÜL TAYFLARI (Devamı)

- Astrofizikte çok kullanılan izinli bantlar şunlardır:
- $^2\Sigma - ^2\Pi$, CH; $^3\Pi - ^1\Sigma$, N₂, TiO, ZrO; $^2\Delta - ^2\Pi$, OH;
- Yasaklanmış elektronik bantlar arasında en iyi bilinen, atmosferik oksijenin “tellurik bandı”dır (Güneş tayfındaki tellurik çizgiler, yer atmosferindeki O₂, H₂O v.b moleküllerden ortaya çıkan soğurma çizgileridir). Bunların küçük geçiş olasılıklarına karşın bu soğurma bandı, ışığın havadaki uzun yolu nedeniyle kuvvetlidir.

4. ATOM VE MOLEKÜL TAYFLARI (Devamı)

➤ 15) Atom ve Molekül Tayflarında İzotop Etkileri:

- En hafif elementler hariç, farklı birçok izotoplar, yalnızca ince için, atom ağırlığı A olan bir atom için Rydberg sabitinin aşağıdaki verileri yardımıyla ayırt edilebilir. İyonize helyum ve doteryum daki formülle verilmişinden yararlanılabilir:

- Rydberg Sabiti:
$$R = \frac{R_{\infty}}{1 + \frac{1}{1837A}}$$

- Burada R_{∞} , sonsuz kütleli bir atom için Rydberg sabitidir.
 A =Atomik kütle (atom ağırlığı)

$$R_{\infty} = 109737,30 \text{ cm}^{-1}$$

4. ATOM VE MOLEKÜL TAYFLARI (Devamı)

- HeII nin Pickering serisinin hidrojenin Balmer serisi çizgileriyle tam olarak uyuşmadığı görülür. HeII nin Pickering serisi:

$$\bar{\nu} = Rz^2 \left(\frac{1}{n_0^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n_0 = 4, \quad n = 5,6,7,8,9,10,\dots$$

- Atom numaraları aynı kütle numaraları farklı atomlara **izotop** denir. Kimyasal bakımdan aynı özelliği gösteren **farklı kütledeki atom cinslerine izotop** adı verilir. **Çekirdeklerinde aynı sayıda proton fakat farklı sayıda nötron içeren atomlar izotop atomlardır. İzotop atomların kimyasal özellikleri aynı ama fiziksel özellikleri farklıdır.**

4. ATOM VE MOLEKÜL TAYFLARI (Devamı)

- H I in Balmer serisi

$$\bar{\nu} = R \left(\frac{1}{n_0^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n_0 = 2, \quad n = 3, 4, \dots \quad z = 1$$

- Bu ikisinin arasındaki fark R Rydberg sabitinden ileri gelir. He II, sanki H I in bir izotopu gibi düşünülebilir. Atom ağırlığı 2 olan Hidrojen (Döteryum) için

$$R_{\infty} = 109707,42 \text{ cm}^{-1}$$

- Hidrojen için ise $R = 109677,68 \text{ cm}^{-1}$ dir. Bunlara karşılık gelen H çizgisinin dalgalı boyları şöyledir:

$$\lambda(H_{\alpha}) = 6562.817, \quad \lambda(D_{\alpha}) = 6561.032, \quad \delta\lambda = 1.785 \text{ \AA}$$

4. ATOM VE MOLEKÜL TAYFLARI (Devamı)

- Menzel, Güneş tayfından kromosferdeki ve bir çok yıldız tayfından da yıldızlardaki döteryumu inceledi ve yıldızlarda döteryumun normal hidrojenden 10^{-5} kat daha az olduğu sonucuna vardı. Daha sonra C. de Jager bu oranın 0.0001 olduğunu önerdi. Ağır atomlardaki kayma, o kadar küçük olacaktır ki, izotopların tayfları bir diğerinden ölçülebilecek kadar ayrılmayacaklardır.

4. ATOM VE MOLEKÜL TAYFLARI (Devamı)

- Farklı izotoplardan oluşan moleküller, farklı titreşim frekanslarına sahip olacağından, izotop etkileri bant tayflarında önemli olabilir. Sözgelimi $C_{12}C_{12}$ molekülündeki bağlayıcı kuvvetler bir $C_{12}C_{13}$ molekülündekinin hemen hemen özdeşidir, fakat kütleler farklıdır. Titreşim frekansı parametresi olan ω (denklem 22) kütleyle bağlı olduğundan ve bu bağıllık kütle büyüdükçe titreşimin yavaşlaması şeklinde olduğundan $C_{12}C_{12}$ nin band başlangıcı ya da başı $C_{12}C_{13}$ e göre kaymış olacaktır. Bundan başka, eylemsizlik momenti öyle değişecektir ki B, farklı izotoplu moleküller için farklı olacaktır. Bunlara karşı gelen çizgilerin konumları da değişecektir. İki özdeş çekirdekten oluşan iki atomlu moleküller, band sistemlerinde **çizgilerinin sırayla değiştiği bir durum göstereceklerdir**. Değişim miktarı, çekirdek spinine bağlıdır. İki çekirdek farklı kütleli izotoplar olduğunda, birbirinin yerini alma kaybolur.

4. ATOM VE MOLEKÜL TAYFLARI (Devamı)

- R ve N türü yıldızlarda görülen karbonun izotopik bantları (ki bunlar yeğın $C_{12}C_{12}$ bantlarıdır), daha zayıf olan $C_{12}C_{13}$ ve $C_{13}C_{13}$ bantlarının yanındadır. Her ne kadar yerde C_{12} izotopu C_{13} e göre 90 kez daha bol ise de Mekellar, bu oranı 3 e çok yakın olan belirli karbon yıldızları bulmuştur. C_{13} izotopu, kırmızıötedeki CO_2 in zayıf tellurik çizgilerinden sorumludur.
- **16) Astrofizikte Karşılaşılan Kimi Çok Atomlu Moleküller :**
- Çok atomlu moleküller, kuyruklu yıldızlarda en soğuk yıldızlarda ve gezegenlerin atmosferlerinde bol bulunurlar.

4. ATOM VE MOLEKÜL TAYFLARI (Devamı)

- İki atomlu moleküllerde olduğu gibi, $^1\Sigma$, $^1\Pi$,....v.b elektronik düzeyler vardır ve titreşimsel yüzeyler, dönme alt düzeylerine yarırlılar. Tayfin türü ve karmaşıklığı, atomların uzaysal dizilişine bağlıdır. CO_2 üç atomun bir doğru üzerine dizilmiş olan ve doğrusal simetri gösteren bir moleküldür(O-C-O). Su ise ne simetrik ne de doğrusaldır; dönmesel yapısı üstüste binen karışık bir tayf verir. Metanda (CH_4) ise karbon merkezde olmak üzere 4 hidrojen atomu bir dört yüzlü içinde simetrik olarak dizilmişlerdir.
- Jüpiter ve Satürn'ün tayflarında amonyak bantları görülür, oysa bunlar Uranüs ve Neptün'de görülmezler, orada malzeme donmuş olmalıdır.
- Bakış doğrultusundaki maddenin miktarını saptamak güçtür, çünkü bant yapıları sıcaklığa, iz uzunluğuna ve yoğunluğa duyarlıdır. Uygun laboratuvar incelemeleriyle gerçekten bu bantların yapı ve yeğliliklerini, gezegen atmosferinin sıcaklığı ve yoğunluğu cinsinden açıklayabiliriz.

5. GAZ YASALARI ve DURUM DENKLEMLERİ, ÇALKANTI

5.1 Maddenin Gaz Durumu

Astrofizikçilerin incelediği nesnelere olan **yıldızlar** ve **bulutsular** tamamen **gazdırlar**. **Gezegenler** tümüyle **katıdır**, **kuyruklu yıldızlar** küçük parçacıklar içerir ve **yıldızlararası madde** ise birçok küçük parçacıktan oluşmaktadır. Fakat bunların incelenmesi için özel teknikler gereklidir. **Tayfçeker**, bir astrofizikçinin en **yararlı ve kullanışlı aracıdır** ve bunun kullanımı **gaz durumundaki maddenin incelenmesi için bir yoldur**.

5. GAZ YASALARI ... (Devamı)

5.2 Bir İdeal Gaz İçin Durum Denklemi

Bir ideal gaz için temel denklem ya da ideal gaz yasası,

$$PV = R T \quad \text{.....(1)}$$

dir. Burada P basınç, V oylum ve T ise salt sıcaklıktır. R sabiti ise ilgilenilen gazın kütlesine bağlıdır. Bizim standardlarımıza göre genellikle **1 gram-molekül** ya da **mol** alınır. Bu da **0 °C (273 °K)** ve **1 atmosferlik** basınç altında **22.4 lt** lik bir oylum kapsar. Yani $T = 0 \text{ °C}$ veya 273 °K de ve $P = 1 \text{ atm}$ de 1 mol gazın oylumu $V = 22.4 \text{ lt}$ dir. O zaman 1 mol gr gaz için,

$$PV = \mathcal{R} T \quad \text{.....(2)}$$

yazılabilir. Burada $\mathcal{R} = 8.314 \times 10^7 \text{ erg / derece / mole}$ dir (eğer P basıncı dyn / cm^2 olarak ölçülüyorsa).

5. GAZ YASALARI ... (Devamı)

P basıncı **atmosfer** cinsinden ölçülüyorsa

(1 **atm** = 1.013×10^6 **dyn / cm²**) ve **V** oylumu **cm³** alınmışsa,

$$\mathcal{R} = 82.05 \text{ atm / derece / mole}$$

olur. 1 **mol gr** hidrojen = **2 gr** için

$$PV = \mathcal{R}T$$

dir. Bir **mol** içindeki **molekül sayısı** (**Avogadro sayısı**) deneysel olarak saptanmalıdır ve bu da,

$$N_o = 6.025 \times 10^{23} \text{ molekül / mol}$$

dur. Yani buna göre,

V = 22.4 **lt** deki **molekül sayısı**; $N_o = 6.025 \times 10^{23}$ molekül/mol

V = 22.4 **lt** deki **atom sayısı**; $N_o = 6.025 \times 10^{23}$ atom/mol

5. GAZ YASALARI ... (Devamı)

Standart koşullarda 1 cm³ deki molekül sayısı (Loschmidt sayısı) ise,

$$L = 2.687 \times 10^{19} \text{ molekül / cm}^3$$

tür. Kimi zaman \mathcal{R} **gaz sabitini** mol başına tanımlamak yerine **molekül** ya da **atom** başına tanımlamak daha **uygun** olur. Bu da **Boltzmann sabitidir**.

$$\mathcal{R} / N_0 = k = 1.38032 \times 10^{-16} \text{ erg/derece}$$

Bu durumda **gaz yasası**, yani **atom başına ideal gaz yasası**, **birim oylum için**

$$PV = NkT \quad \text{.....(3)}$$

olur. Burada **N**, birim oylumdaki **molekül sayısıdır**.

5. GAZ YASALARI ... (Devamı)

İdeal gaz yasasının üçüncü ve kullanışlı şekli daha vardır: Eğer bir mol içindeki molekül ya da atomların sayısı N_o ise ve bu parçacıkların her birinin kütlesi m ise, toplam kütle (gazın molekül kütlesi) μ ile gösterirsek,

$$\mu = N_o m$$

ya da gr / cm^3 cinsinden gerçek yoğunluk,

$$\rho = N m$$

olacaktır. $N_o k = \mathcal{R}$ olduğundan,

$$P = \rho \mathcal{R} T / \mu = \rho (k / \mu H) T \quad \dots\dots(4)$$

olur. Burada H, birim atom ağırlığındaki bir parçacığın kütlesidir.

Hidrojen için;

$$H = 1 / N_o = 1 / 6.025 \times 10^{23} \cong 1.66 \times 10^{-24} \text{ gr}$$

dır ki bu **Hidrojenin atomik kütlesidir.**

5. GAZ YASALARI ... (Devamı)

5.3 Parçalı (Kısmi) Basınç Yasası

Durum denkleminin önemli bir sonucu, Dalton'un parçalı basınç yasasıdır. Eğer gaz bir çok gazın karışımından oluşmuşsa ve bunların kendi öz basınçları varsa, gazın basıncı bütün bileşenlerinin basınçlarının toplamına eşittir. Yani, bir gazın basıncı o gazı oluşturan parçacıkların oluşturduğu basınçların toplamıdır. Her bir cins parçacık kendi $P = nkT$ parçalı basıncını verir, öyle ki bir çok bileşenden oluşmuş gaz için toplam gaz basıncı,

$$P_g = \sum P_i = kT \sum n_i = NkT \quad \text{.....(5)}$$

olur. Sözgelimi, parçalı basınçları P_H ve P_N olan hidrojen ve azottan oluşan bir karışımın toplam basıncı

$$P_g = P_H + P_N$$

olacaktır. Keza, H ve He'den oluşmuş gaz için,

$$P_g = P_H + P_{He}$$

dir.

5. GAZ YASALARI ... (Devamı)

Belli yıldızların atmosferlerinde ve içlerindeki yüksek sıcaklıklar, önce molekülleri oluştukları atomlarına ayırıştırır daha sonra da atomlar elektronlarından soyutlanır. Bir hidrojen gazında sıcaklık arttıkça ne olacağını görelim: normal basınç ve sıcaklık altında hidrojen, her biri iki atomdan oluşmuş moleküller durumundadır. Eğer sıcaklık Güneş atmosferindeki sıcaklık düzeyine yükselecek olursa, H_2 molekülleri hidrojen atomlarına ayrışır ve daha önceden 2 gr, 6.03×10^{23} parçacıkken (hidrojen molekülleri) şimdi yalnızca 1 gr hidrojen atomu aynı sayıdaki parçacığı sağlar. Daha yüksek sıcaklıklarda hidrojen atomları da elektron ve protonlarına ayrışır ve böylece tümüyle iyonlaşmış hidrojenin yalnızca yarım gramı 6.03×10^{23} parçacık içerir (protonlar + elektronlar) ve bunların her biri öbürü kadar basınca katkıda bulunabilir. H_2 nin molekül ağırlığı 2 dir, atomik hidrojenin 1 ve tümüyle iyonlaşmış hidrojenin ise $\frac{1}{2}$ dir. Böylece (4) denklemiyle verilen ideal gaz yasasında μ (molekül kütlesi) sıcaklığın ve aynı zamanda basıncın bir fonksiyonudur. Çünkü yüksek bir basınç, elektronları sıkıştırıp tekrar atomlara bağlanmaya zorlar.

5. GAZ YASALARI ... (Devamı)

Bu düşünceye göre, yıldız içlerinde madde yüksek düzeyde iyonlaştığında, μ molekül ağırlığının nasıl hesaplandığını görelim :

Öyle **bir gaz** düşünelim ki **karışım durumunda** olsun ve **gaz 1 birim gram** olsun. Bu **1 gr gaz** herhangi bir **E** elementinden **W_E gram** içersin ($W_E \leq 1$), ve **iyonlaşma** durumunun o şekilde olduğunu **varsayalım ki E atomlarının her bir gramı, $\alpha_E N_0$ parçacık (iyon, çekirdek ve elektron) sağlasın.** Burada **N_0 , Avogadro sayısıdır, α_E : iyonlaşmayı gösterir.** Başka bir deyişle **α_E , E türünden ($1/N_0$) gram maddedeki serbest parçacık sayısıdır.**

$\alpha_E = 1 / N_0$ gr maddedeki serbest elektron sayısıdır

Buna göre **yıldızı oluşturan karışımın her bir gramındaki parçacık sayısı n' ,**

$$n' = N_0 \sum W_E \alpha_E$$

olacaktır.

5. GAZ YASALARI ... (Devamı)

Buradan, eğer cm^3 teki parçacık sayısı n sözkonusu ise, her bir cm^3 ,

$$n = \rho N_o \sum W_E \alpha_E$$

parçacık içerir ve buna karşılık gelen gaz basıncı ya da parçalı basınç yasası ;

$$P_g = \sum n_i kT = \rho N_o kT \sum \alpha_E W_E \quad \text{veya,}$$

$$P_g = \rho \mathcal{R} T \sum \alpha_E W_E \quad \dots\dots\dots(6)$$

ve bunu (4) eşitliği ile karşılaştırarak,

$$\mu = 1 / \sum_E \alpha_E W_E \quad \dots\dots\dots(7)$$

elde edilir. Görüldüğü üzere μ **molekül kütlesi** W_E nin ve α_E nin bir **fonksiyonudur** (**karişımın kimyasal durumuna bağlıdır**) ki buradan

$\mu = f(\rho, T)$ dir. **Kimyasal bileşim belli ise iyonlaşma** : ,

$\alpha = f(\rho, T)$ olur. **iyonlaşma**, **yoğunluğun** ve **sıcaklığın** fonksiyonu olur.

5. GAZ YASALARI ... (Devamı)

Kimyasal bileşim seçilmiş olduğundan (W_E sabit), iyonizasyona bağlı olan α_E , ρ ve T tarafından belirlenecektir.

Strömngren, ağır elementlerin göreceli bolluklarını **Russell** tarafından hesaplanan şekilde (Buna **Russell karışımı** denir) kabul etti ve bu bileşenler için X^0 ortalama değerini sıcaklık ve elektron yoğunluğunun bir fonksiyonu olarak hesapladı. **Eğer yıldız içlerinde sıcaklıktan dolayı tümüyle iyonlaşma olduğunu varsayarsak, büyük yanılgi yapmamış olacağız.** Öyleyse her bir atom, bir çekirdek ve Z tane elektron ya da toplam olarak $Z+1$ parçacıkla katkıda bulunacaktır.

E_Z^A ; A : Atom ağırlığı, Z : Atom numarası

Tümü iyonlaşırsa, Z elektron ve 1 çekirdek, yani toplam $(Z+1)$ parçacık ortaya çıkar.

Bulunması istenen, maddenin her gramındaki atomların sayısı N_0/A olacaktır. Burada A , atom ağırlığıdır ve her bir gram $(Z+1)N_0/A$ parçacık katkıda bulunacaktır. Bunların ZN_0/A tanesi de elektron olacaktır.

5. GAZ YASALARI ... (Devamı)

Buradan, **nötr madde** için $\alpha_E = 1/A_E$ ile karşılaştırıldığında, **tümüyle iyonlaşma** için

$$\alpha_E = (Z_E + 1) / A$$

dır. **Kısaca,**

Maddenin **her gramındaki atom sayısı** = N_o / A

Tümüyle iyonlaşma için **bu** $(Z+1)N_o/A$ **dır** ve **bunun** ZN_o/A **sı** **elektron** geri kalanı **çekirdektir. Nötr durum:**

$\alpha_E = 1/A$ olup **buna göre parçacık sayısı** $\alpha_E = (Z+1)/A$ olur.

Çeşitli elementler için α_E **değerleri** :

Demir (**Fe**) için, $Z = 26$, $A = 56$ ve $\alpha_{Fe} = 27 / 56 = \mathbf{0.483}$ [$A \cong 2Z$, $Z \gg 1$]

Oksijen (**O**) için, $Z = 8$, $A = 16$ ve $\alpha_O = 9 / 16 = \mathbf{0.562}$

Helyum (**He**) için, $Z = 2$, $A = 4$ ve $\alpha_{He} = 3 / 4 = \mathbf{0.75}$

Hidrojen (**H**) için, $Z = 1$, $A = 1$ ve $\alpha_H = 2 / 1 = \mathbf{2}$

Genel olarak **ağır elementler** için $\alpha = \mathbf{0.50}$ yöresindedir.

5. GAZ YASALARI ... (Devamı)

Şimdi,

$$\mu = 1 / \sum \alpha_E W_E$$

idi ve **tamamen iyonlaşmış elementler** için **bunu** hesaplamaya çalışıyorduk.

$\alpha = (Z+1)/A$ idi. Her element için α yı yerine koymak üzere **element bollukları** için, **yıldız maddesinin her bir gramı X gram hidrojen, Y gram helyum** ve **Z=1-X-Y gram da oksijen, azot, demir, ... gibi ağır elementler** içersin. **O zaman,**

$$\begin{aligned} \mu &= 1 / 2X + 0.75Y + \alpha^0 (1-X-Y) \\ &= 1 / 2X + 0.75Y + 0.5 (1-X-Y) \end{aligned}$$

veya,

$$\mu = 1 / 0.5 + 1.5 X + 0.25 Y \quad \dots\dots\dots(8)$$

elde edilir.

Hidrojen için $\alpha = 2$; $2X$

Helyum için $\alpha = 0.75$; $0.75Y$

Ağır atomlar için $\alpha^0 = 0.5$; $0.5 Z$, Çünkü α^0 yaklaşık $\frac{1}{2}$ dir.

(8) bağıntısı, tamamen iyonlaşmış madde içeren yıldız için μ yü veren bağıntıdır.

5. GAZ YASALARI ... (Devamı)

Bir yıldızın Öbek I ya da Öbek II olduğu bilinirse, kabaca onun kimyasal karışımı bilinebilir. Şimdi sorun yıldızdaki elektron yoğunluğunu bulmaktır. cm^3 teki parçacık sayısı

$$n = \rho N_o \sum \alpha_E W_E$$

idi. N_e : cm^3 teki elektron sayısı olmak üzere, α_E : elektron için yazılırsa N_e elde edilir. Buna göre, yıldız içlerinde elektron yoğunluğu şöyle olacaktır :

$$N_e = \rho N_o \sum (Z_e / A) W_E$$

Tamamen iyonlaşmanın olduğu durumda,

$$\text{H için} \quad \alpha_E = Z_e / A = 1$$

$$\text{He için} \quad \alpha_E = Z_e / A = 1 / 2$$

$$\text{Diğer elementler için} \quad \alpha_E = 1 / 2 \quad ; \quad (E^A_Z : A = 2 Z)$$

Bu değerleri yerine koyarsak,

$$N_e = \rho N_o [1 X + (1/2)Y + (1/2)(1-X-Y)]$$

$$N_e = \rho N_o [(1/2)X + (1/2)] = (1/2) \rho N_o (X+1) \quad \dots\dots (9)$$

elde edilir ki bu, **tümüyle iyonlaşma durumunda** yıldızdaki **elektron yoğunluğudur**. Tüm elementler için yaklaşık olarak $\alpha^0 = 0.5$ alınabilir.

Strömgren $\alpha^0(\rho, T)$ tablolarını hesaplamıştır.

5. GAZ YASALARI ... (Devamı)

Tümüyle iyonlaşmış Russell karışımı için Strömgren $\alpha^0 = 0.54$ bulmuştur, fakat oksijenin büyük bolluğunu gözönüne alarak $\alpha^0 = 0.56$ değerini kullanmak daha iyi olur. Daha sonraları R.E. Marshak, P.M. Morse, H. York, yüksek basınç ve sıcaklık altında Russell karışımı için durum denklemini tartışmışlar ve bazı kuantum mekaniği düzeltmelerini hesaba katmışlardır. Daha sonra da G. Keller ve R.E. Meyerott, yıldız içlerindeki gaz karışımını ve iyonizasyon kuramını çok geliştirdiler.

5.4 Adyabatik Gaz Yasası

(1) numaralı denklemde verilen gaz yasası P , V ve T arasındaki bir ilişkiyi göstermektedir. Bir mol için gaz yasası ise,

$$PV = \mathcal{R}T \quad \dots\dots\dots(2)$$

idi. Eğer sıcaklığı sabit tutup basınç ya da oylumu değiştirirsek, Boyle yasasını elde ederiz. Yani $T = \text{sbt}$, P ya da V değiştirilirse,

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 = \dots = P_n V_n$$

$$PV = \text{sabit} \quad (\text{Boyle yasası})$$

Öte yandan, eğer oylum sabit tutulup sıcaklık değiştirilirse, basınç sıcaklıkla orantılı olacak ve Charles yasası elde edilecektir.

5. GAZ YASALARI ... (Devamı)

P ya da **V** sabit tutulup **T** değiştirilirse,

$$P = P_0 (1 + \alpha t), V = V_0 (1 + \alpha t)$$

elde edilir ki bu **Gay-Lussac** (ya da **Charles**) yasasıdır. Burada $\alpha = 1 / 273$ tür.

Eğer **P** ve **T** nin her ikisi birden değişirse, genel olarak **V** için hiç bir şey söylenemez. Bir özel değişim türü daha vardır. Bir miktar gazın genişlediğini ya da sıkıştığını ve bu değişim sırasında hiç bir ısı alış-verişi yapmadığını varsayalım (gaz ya da sistem, genişleme ya da sıkışması sırasında çevresi ya da dışarı ile ısı alış verişinde bulunmamaktadır) : Böylesi bir değişim **adyabatik** bir işlemdir ve erke iletiminin **ışınımdan** çok, başlıca **konveksiyonla** olan **yıldızlarda** bu olay önemlidir. Yani içinde **erke iletimi konveksiyon** ile olan **yıldızlarda** bu **adyabatik** değişimi **belirleyen yasa** geçerli olmaktadır.

5. GAZ YASALARI ... (Devamı)

Bir **adyabatik** değişime uğrayan bir **gaz** kütlesinde, **oylum** ve **basınç** şu bağintıyla birbirine bağlıdırlar :

$$P V^\gamma = \text{sabit} \dots\dots\dots(10)$$

Burada $\gamma = C_p / C_v$ dir. C_p bir gazın **sabit basınç** altında **öz ısısını** ve C_v ise **oylum sabit** tutulduğu zamanki **öz ısısını** ya da **ısınma ısısını** göstermektedirler. γ her zaman **1** den **büyükür** ($\gamma > 1$), fakat **karmaşık atomlar** için **1'e** yaklaşır. γ , **atom** ya da **molekülün serbestlik derecesine** bağlıdır : **nokta bir kütle**, üç **serbestlik derecesine** sahiptir. **Karmaşık bir molekül**, **dönme** olduğu gibi **titreşim durumları** da gösterebilir. **Tek atomlu bir molekül** için $\gamma=5/3$ tür. Bundan başka C_p ve C_v öz ısıları **gaz** içinde **erkenin** saklanabileceği (**gazın moleküllerinin ayrışması** ya da **atomların iyonlaşması** gibi) durumlara bağlıdır. **Sıcaklık** ve **basınçla iyonlaşan bir gazın** γ sı, **tümüyle nötr** ya da **tümüyle iyonlaşmış bir tek-atomlu gazın** γ sından farklıdır. Bu gerçek **Güneş bulgurlanmalarında** önemlidir.

5. GAZ YASALARI ... (Devamı)

5.5 Hızların Dağılımı Yasası

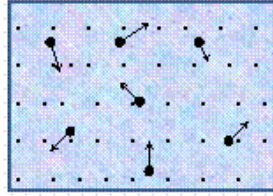
Eğer bir gazın tek tek moleküllerini görebilmiş olsaydık, şuraya buraya hızlıca hareket eden parçacıkların gürültülü bir karışıklığına, parçacıkların birbirleriyle ve kabın duvarlarıyla çarpışmalarına tanık olurduk (Şekil 59). Bu parçacıkların duvarlarla ve diğerleriyle çarpışması, gazın basıncını yaratır. Bu moleküllerden birini işaretleyebilirsek ve onun hareketi boyunca olan değişiklikleri izleyebilseydik; onun kimi zaman hızlı kimi zaman yavaş önce bir doğrultuda ve çarpışmadan sonra başka bir doğrultuda hareket ettiğini görürdük. Ya da, eğer gazın bir kaç anlık fotoğrafını çekip moleküllerin hareketlerinin doğrultu ve büyüklüğünü ölçebilirsek onların gelişigüzel doğrultularda ve farklı hızlarla hareket ettiklerini bulacaktık. Bir kaç molekül ortalama hızdan oldukça büyük hızlarla hareket ederken başka bir kısmı güçlükle hareket ederler ; fakat büyük bir çoğunluğunun ortalama hızdan sapmaları 2 çarpanından daha az olacaktır.

Hızların dağılımı,

1°) Yöne bağlı olarak hız dağılımı

2°) Hızın yalnızca skaler değerini göz önüne alarak olmak üzere iki türde incelenebilir.

5. GAZ YASALARI ... (Devamı)



Şekil 59. Parçacıkların bir ortamdaki rasgele hareketleri

5. GAZ YASALARI ... (Devamı)

1°) Yöne Bağlı ya da Vektörel Hız Yasası

v hızının üç bileşenini v_x , v_y ve v_z ile gösterelim. Yani,

v_x : x doğrultusundaki hız bileşeni,

v_y : y doğrultusundaki hız bileşeni, ve

v_z : z doğrultusundaki hız bileşeni

olsun. Hızların dağılımının Maxwell yasasına göre x doğrultusunda

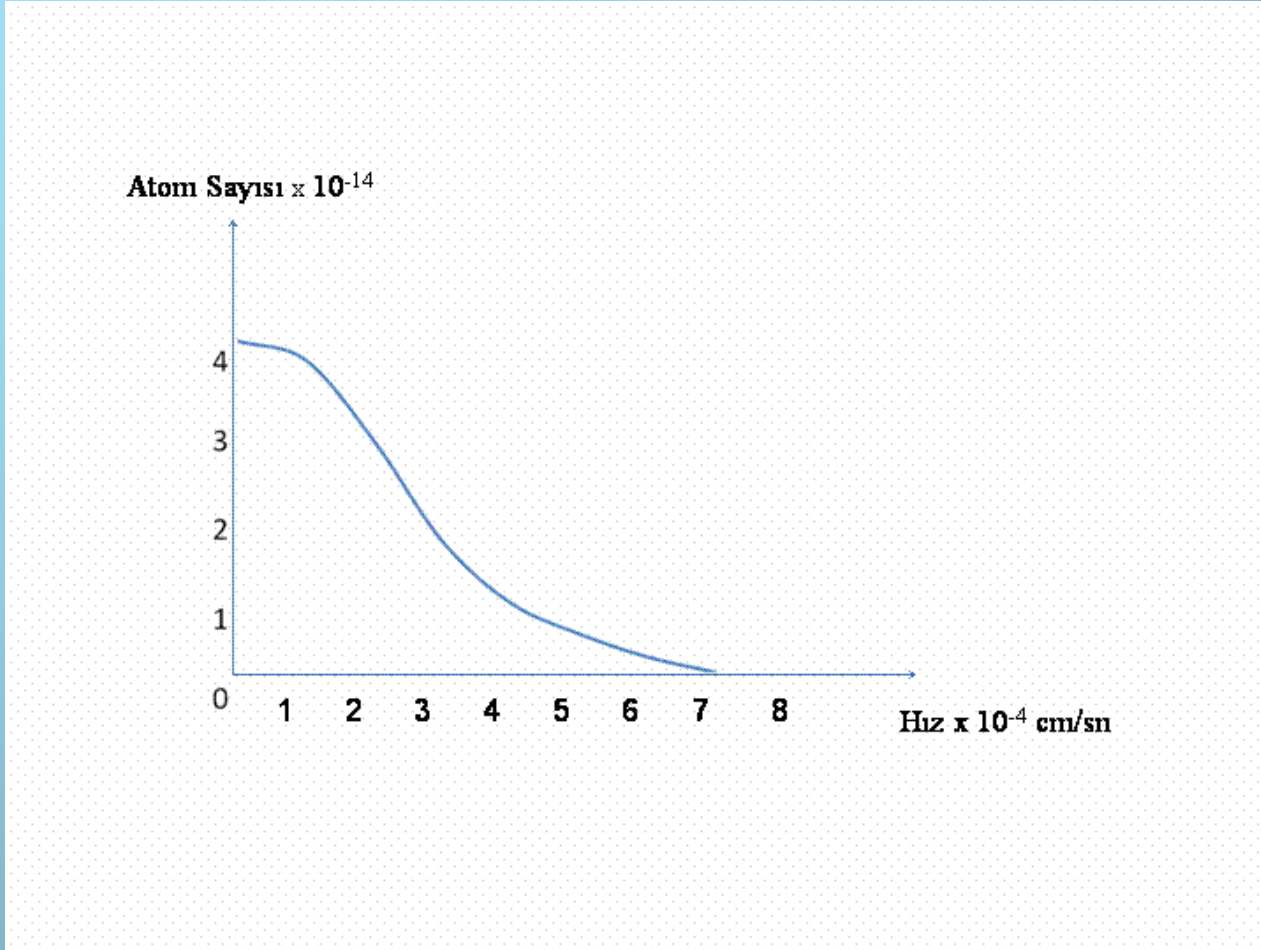
v_x ile $v_x + dv_x$ arasındaki hızlarla hareket eden moleküllerin sayısı,
$$dN(v_x) = [N / \alpha \sqrt{\pi}] \exp(-v_x^2 / \alpha^2) dv_x \quad \dots\dots(11)$$

ile bellidir. Burada α , en olası hızdır ve

$$(1/2)M\alpha^2 = kT \quad \dots\dots(12)$$

ile verilmektedir. N ise cm^3 deki molekül sayısı ve M , molekülün kütlesidir. x doğrultusundaki hızların Maxwell dağılımı Şekil 60 da gösterilmektedir. Bu grafikte normal koşullar altında (yani 273°K ve 760 mm hava basıncında) x doğrultusunda v ile $v+dv$ hızları arasındaki, cm^3 deki Argon atomlarının sayısı işaretlenmiştir.

5. GAZ YASALARI ... (Devamı)



Şekil 60. x doğrultusundaki hızların Maxwell dağılımı

5. GAZ YASALARI ... (Devamı)

Şimdi yine **argon atomlarının** **x** doğrultusunda ve **v** ile **v+dv** hızları arasında **fakat ters yönde** olanların **cm³ deki sayısı için elde edilen grafik Şekil 61** de **gösterildiği gibi simetrik** ise, **bu iki durumdaki parçacıkların sayısı birbirine eşit olacaktır.**

Görüldüğü gibi **belli bir doğrultuda moleküllerin hızları Gauss hata eğrisi türünde bir eğri** şeklindedir. Bu **eğrinin genişliği**, en olası hız **α** dan hesaplanır (**α '** ya bağlı) ve **sıcaklığa** bağlıdır. **T** ye **bağlılık α** ya **bağlılıktan** dolayıdır. Şimdi,

x doğrultusunda v_x ile v_x+dv_x hızlarına
y doğrultusunda v_y ile v_y+dv_y hızlarına
z doğrultusunda v_z ile v_z+dv_z hızlarına

sahip parçacıkların **dN sayılarını göz önüne** alırsak ;
 v_x ile v_x+dv_x , v_y ile v_y+dv_y ve v_z ile v_z+dv_z arasında (**aynı anlı**) **hızlara** sahip olan **moleküllerin sayısı**, (11) eşitliğinin **üç kez** x, y, z için **yazılıp çarpılmasından** bulunur :

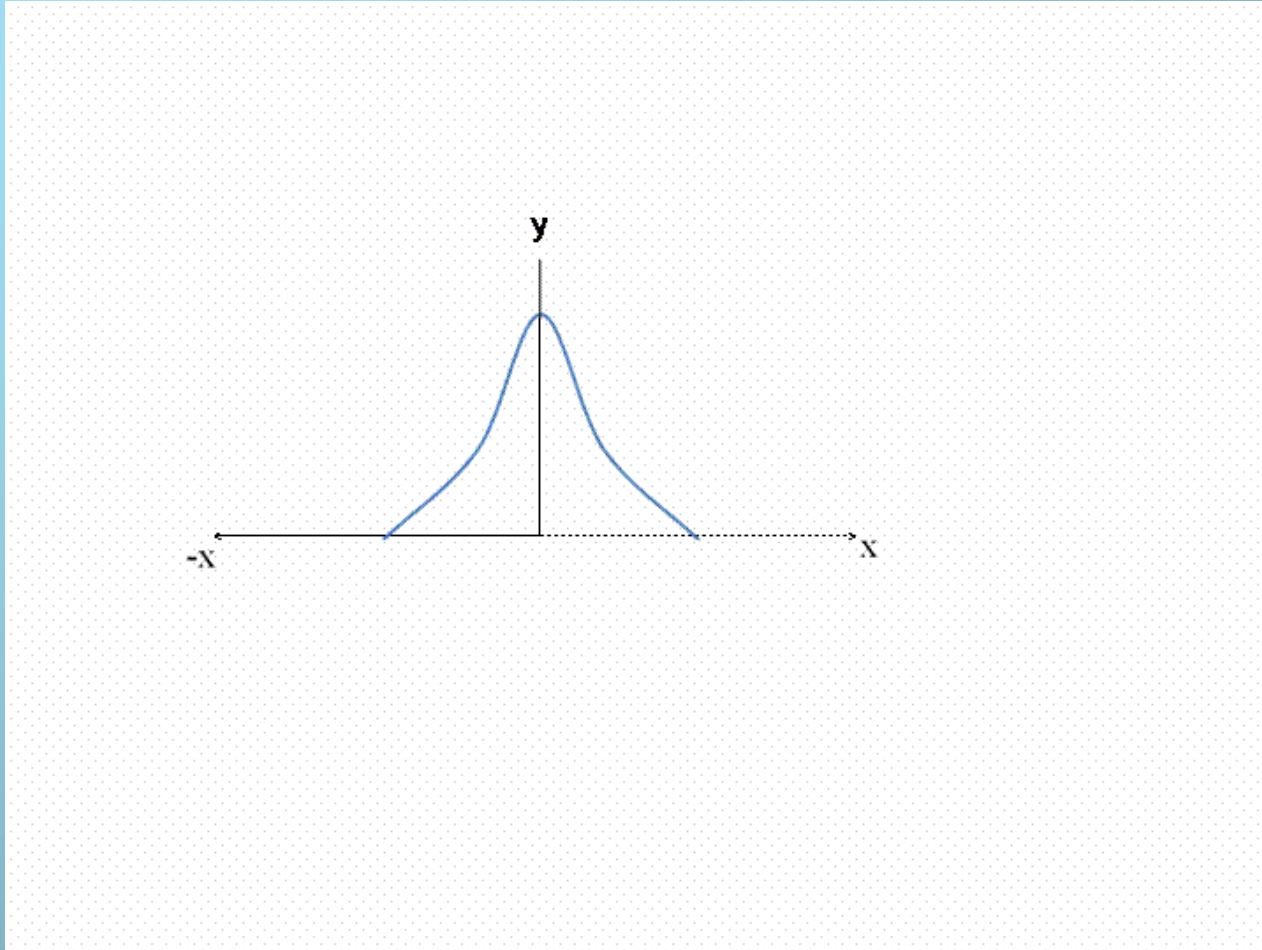
$$dN(v_x, v_y, v_z) = [N / \alpha^3 \pi^{3/2}] \exp(-v^2 / \alpha^2) dv_x dv_y dv_z \dots\dots(13)$$

Burada,

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \dots\dots\dots(14)$$

dir.

5. GAZ YASALARI ... (Devamı)



Şekil 61. x ve $-x$ dorultularındaki hızların simetrik Maxwell dağılımı

5. GAZ YASALARI ... (Devamı)

2°) Hızların Skaler değeri ile Hızların Dağılımı

Çoğu kez, x , y , z doğrultusundaki gerçek hızlardan çok, moleküllerin **toplam hızları** ile ilgileniriz. Eğer **yön (her yönde)** göz önüne alınmazsa, **Hızlar için Maxwell Yasası** şöyledir :

$$Nf(v)dv = N(v)dv = 4\pi N \left(\frac{M}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 \exp(-Mv^2/2kT) dv \dots (15)$$
$$\left[\left(\frac{1}{2} \right) M \alpha^2 = kT \Rightarrow \alpha^2 = 2kT/M \right]$$

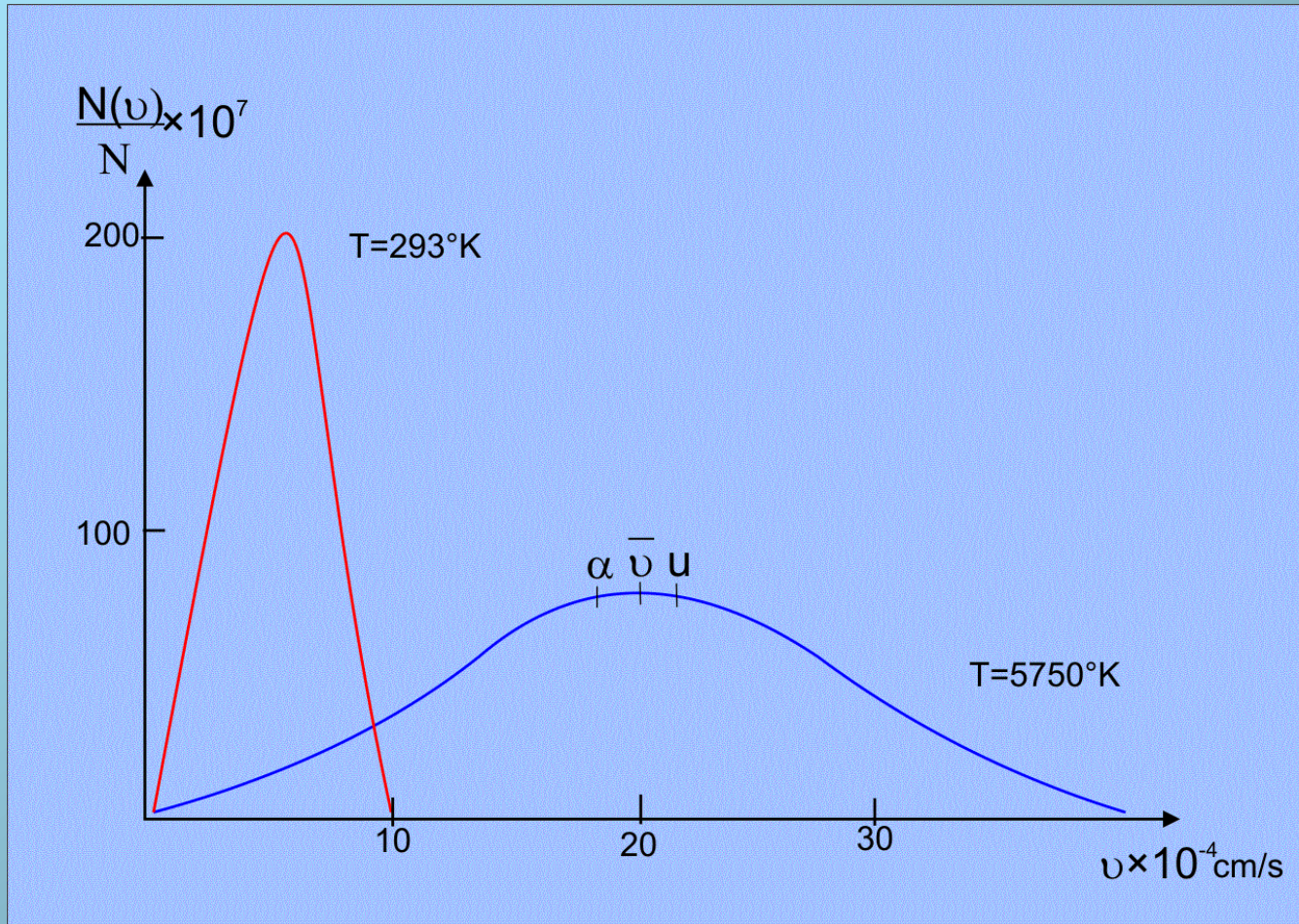
Burada $N(v)$, birim oylumdaki v ile $v+dv$ hızları arasında hızlara sahip **atomların sayısını** verir. v 'ye göre $N(v)$ nin **değişimi**, **simetrik olmayan** bir **eğri** gösterir : başlangıç noktasından hızla maksimuma yükselir ve yüksek erkeli kısımda ise daha yavaş iner. Eğrinin **şekli sıcaklığa** bağlıdır. **Düşük sıcaklıklar** için **eğri dik ve dardır** ; fakat **sıcaklık arttıkça** eğri, moleküllerin daha geniş bir hız aralığında bulunması gerçeğine koşut olarak **yassılaştır**. Yani (15) bağıntısının grafiği çizilirse, **Şekil 62** de gösterilen durumlar elde edilir.

Ancak **birkaç atomun**, **ortalama hızı çok geçtiği** de görülür. (15) denkleminde, α , 2α , 3α , 4α , 5α hızlı **atomların görelî sayılarını** hesaplayacak olursak,

$$N(v) / N(\alpha) = (v^2 / \alpha^2) \exp[(\alpha^2 - v^2) / \alpha^2]$$

oranlaması ile şu sonuçları elde ederiz :

5. GAZ YASALARI ... (Devamı)



Şekil 62. Hız tanımları

5. GAZ YASALARI ... (Devamı)

<u>Hız</u>	<u>$N(v)/N(\alpha)$</u>
1α	1.0000
2α	0.199
3α	0.0030
4α	0.00005
5α	0.0000000009

Daha **büyük** **hızlarda** **üstel** **terim** **hızla** **küçülür.**

5. GAZ YASALARI ... (Devamı)

HIZ TANIMLARI

Verilen bir sıcaklıkta, üç tür hızla ilgileniriz.

1- En olası hız ($=\alpha$)

$N(v)$ eğrisinin [yani (15) denkleminin] maksimumuna karşılık gelen hızdır, ve molekül hızlarının belli bir doğrultuda (sözgelimi x doğrultusunda) dağılımını belirler.

2- Ortalama hız ($=v^0$)

Alışılmış tanımla ortalama hız :

$$v^0 = (1/N) \int N(v) dv = 2\alpha / \sqrt{\pi} \quad \dots(16)$$

$$v^0 = 2\alpha / \sqrt{\pi} \quad , \quad v^0 > \alpha \quad \text{dır.}$$

3- Hızların karelerinin ortalamasının karekökü ($=u$)

Hızların karelerinin ortalamasının karekökü u , şu bağıntıyla verilir :

$$(1/2) m u^2 = (3/2) kT \quad \dots\dots\dots(17)$$

Bu, "moleküllerin ortalama hızı" olarak elementer fizik kitaplarında verilen hızdır.

Hesaplamalarımızda daha çok α ya da u ile ilgileneceğiz. v^0 ise kimi pratik uygulamalarda kullanılır.

5. GAZ YASALARI ... (Devamı)

Örnek olarak, $T = 0\text{ }^{\circ}\text{C} = 273\text{ }^{\circ}\text{K}$ de azot molekülleri için α , v° ve u değerlerini hesaplayalım :

Azotun molekül ağırlığı **28** ve 1.66×10^{-24} gr. ın da atom ağırlığı birimi olduğu hatırlanarak, azot molekülünün kütlesi

$$28 \times 1.66 \times 10^{-24} \text{ gr}$$

dır. Buna göre (12) denkleminde,

$$\alpha = (2 \times 1.380 \times 10^{-16} \times 273 / 28 \times 1.66 \times 10^{-24})^{1/2}$$

$$\alpha = 4.02 \times 10^4 \text{ cm / s}$$

Benzer şekilde,

$$v^{\circ} = 2 \alpha / \sqrt{\pi} = 1.284 \alpha = 4.54 \times 10^4 \text{ cm / s}$$

$$u = \sqrt{3/2} \alpha = 1.2248 \alpha = 4.93 \times 10^4 \text{ cm / s}$$

bulunur.

5. GAZ YASALARI ... (Devamı)

Şimdi de bir argon atomunun, oda sıcaklığındaki (20 °C), Güneş atmosferi sıcaklığındaki (5750 °K) ve Sirius'un merkezindeki bir sıcaklıktaki (20×10^6 °K) hızlarının karelerinin ortalamasının karekökünü karşılaştıralım :

Argon'un atom ağırlığı **39.94** tür. Öyleyse, **T=293** °K için,

$$u = \sqrt{3kT/M} = (3 \times 1.380 \times 10^{-16} \times 293 / 39.94 \times 1.660 \times 10^{-24})^{1/2}$$

$$u = 4.277 \times 10^4 \text{ cm / s}$$

$$T = 5750 \text{ °K için } u = 18.95 \times 10^4 \text{ cm / s}$$

$$\text{ve } T = 20 \times 10^6 \text{ °K için ise } u = 1.12 \times 10^7 \text{ cm / s}$$

bulunur. Ortalama hızın, sıcaklığın karekökü ile orantılı olduğu görülmektedir.

5. GAZ YASALARI ... (Devamı)

5.6 Tayf Çizgilerinin Sıcaklıkla Genişlemesi

Atomların hareketli olması, yani Doppler etkisinden dolayı atomun vereceği tayf çizgisi bulunması gereken yerden sapmalar gösterecektir. Bu sapmanın yönü bakış doğrultumuza göre yaklaşma ve uzaklaşmaya bağlıdır. Bu da belli hızlar için çizgi genişlemesine neden olur.

Işınım yayan atomların kinetik hareketinin bir sonucu olarak bir tayf çizgisinin genişlemesi, hızların dağılımı için Maxwell yasasının kullanışlı bir gösterimini sağlar. Her atomun tek renk ışınım yayınladığını varsayalım. Yani genişleme yaratan diğer etkilerin bir an için olmadığını düşünelim. Bunun anlamı, durgun bir atomun ν_0 frekanslı (ya da λ_0 dalgaboylu) keskin bir çizgi yayınlamasıdır. Eğer bu atom, gözlemciye doğru v_x hızıyla hareket ediyorsa, gözlenen frekans ve dalgaboyu Doppler ilkesine göre aşağıdaki kadar değişecektir :

5. GAZ YASALARI ... (Devamı)

$$\Delta v / v = \Delta \lambda / \lambda = v_x / c \quad \text{.....(18)}$$

Burada c , ışık hızını göstermektedir. Gözlemciye doğru v_x hızıyla hareket eden atomların herhangi bir andaki sayısı (11) nolu denklemlerle verilen Maxwell hız yasasından bulunur. Eğer bir tayf çizgisi içindeki yeğirlik dağılımı, bir v frekansında ışınım yapan atomların sayısı ile orantılı ise,

$$I_v dv = (I_0 / \alpha \sqrt{\pi}) \exp [-(c^2 / \alpha^2)(v - v_0 / v)^2] (c dv / v) \quad \text{.....(19)}$$

dir. Çünkü

$$(v - v_0 / v)^2 = v_x^2 / c^2 \quad \text{ve} \quad dv_x = c d(\Delta v) / v = c dv / v \quad \text{.....(20)}$$

dir. (19) bağıntısını (11) ile karşılaştırırsak,

$$dN(v_x) = (N / \alpha \sqrt{\pi}) \exp (-v^2 / \alpha^2) dv_x \quad \text{.....(11)}$$

idi. Görüldüğü gibi (19) ile (11)'in aynı bağıntı olduğu söylenebilir.

Sadece N yerine I gelmiştir. Buradan, çizgi yeğirliği o çizgiyi oluşturan atomların sayısına bağlıdır, yani ; $I \sim N$ yazılabilir.

5. GAZ YASALARI ... (Devamı)

(19) bağıntısını,

$$(\lambda - \lambda_0 / \lambda)^2 = v_x^2 / c^2 \text{ ve } dv_x = c d(\Delta\lambda) / \lambda = c d\lambda / \lambda$$

ile benzer şekilde **dalgaboyu** birimlerinde şöyle yazabiliriz :

$$I_\lambda d\lambda = (c I_0 / \lambda \alpha \sqrt{\pi}) \exp[-c^2(\lambda - \lambda_0)^2 / \alpha^2 \lambda^2] d\lambda \dots\dots(21)$$

Burada I_0 , çizginin **toplam yeğİnliğini** göstermektedir ve merkezi yeğİnlik olan I_c ye şöyle bağlıdır
(Şekil 63):

$$I_c = c I_0 / \lambda \alpha \sqrt{\pi} \dots\dots\dots(22)$$

(19) ve (21) nolu bağıntılar bize v ve λ ya göre **çizginin yeğİnlik dağılımını veren ifadelerdir**. Bir çizginin, kabaca **çan eğrisi kesitli** olduğuna **dikkat ediniz** ; **eğri maksimumda yuvarlaktır** ve **maksimumdan hemen sonra yeğİnlik dalgaboyuna bağlı olarak birden düşer**. Eğer böylesi bir çizgiyi **yüksek kontrastlı** bir fotoğraf plağına kaydedersek **daha belirgin genişlikli genişlemiş** bir **çizgi** elde ederiz. **Çizginin yarı genişliği, yeğİnliğinin maksimum değerinin yarıya düştüğü genişlik** olarak tanımlanır.

$$I = (1/2) I_c \text{ olan dalgaboyu,}$$

$$\exp[-c^2(\lambda - \lambda_0)^2 / \alpha^2 \lambda^2] = 1/2, (1/2) M \alpha^2 = kT \Rightarrow \alpha^2 = 2kT / M \text{ den,}$$

$$\exp[-Mc^2(\lambda - \lambda_0)^2 / 2\lambda^2 kT] = 1/2 \dots\dots\dots(23)$$

olması gerekir. Buradan, **çizginin toplam yarı-geňişliđi**

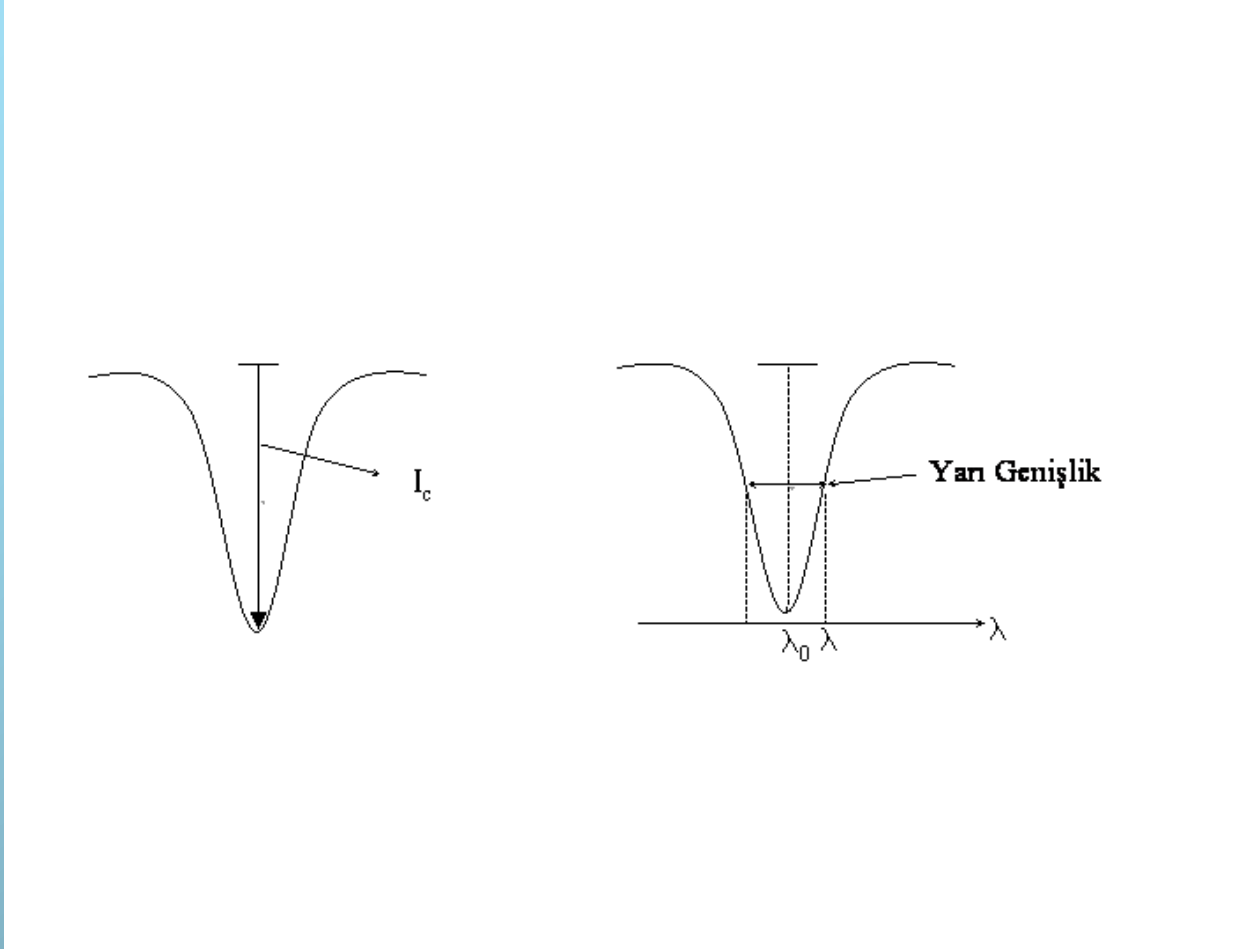
$$\delta\lambda_\alpha = 2\delta\lambda = 2(\lambda - \lambda_0) = 2[(2\lambda^2 kT / Mc^2) \ln 2]^{1/2} \dots\dots\dots(24)$$

ve,

$$\delta\lambda = 7.16 \times 10^{-7} \lambda_0 \sqrt{T/\mu} \dots\dots\dots(25)$$

tir. Burada μ molekül ağırlığı, T salt sıcaklık, λ , Å cinsinden **dalgaboyudur**. λ (Å) ise $\delta\lambda$ (Å) olur. Görüldüđü üzere yarı-geňişlik, sıcaklığa, hızlara ve gazın molekül ağırlığına bağlıdır.

5. GAZ YASALARI ... (Devamı)



Şekil 63. Bir tayf çizgisinin yarı-genişliği, onun yarı şiddetteki genişliğidir

5. GAZ YASALARI ... (Devamı)

Örnek : **10000** °K sıcaklığındaki bir gaz bulutsusunda, **hidrojenin** $\lambda 4861$ çizgisinin **yarı-genişliği** ne kadardır ? Çizginin yalnızca **Doppler etkisiyle genişlediğini** varsayınız.

$$\delta\lambda_{\alpha} = 7.16 \times 10^{-7} \times 4861 \sqrt{10000} / 1 = 0.35 \text{ \AA}$$

Oksijen için $\mu = 16.0$ olduğundan, [**OIII**] çizgileri olan $\lambda 4960$ ve $\lambda 5007$ çizgileri için

$$\delta\lambda = 0.087 \text{ \AA} \text{ bulunur.}$$