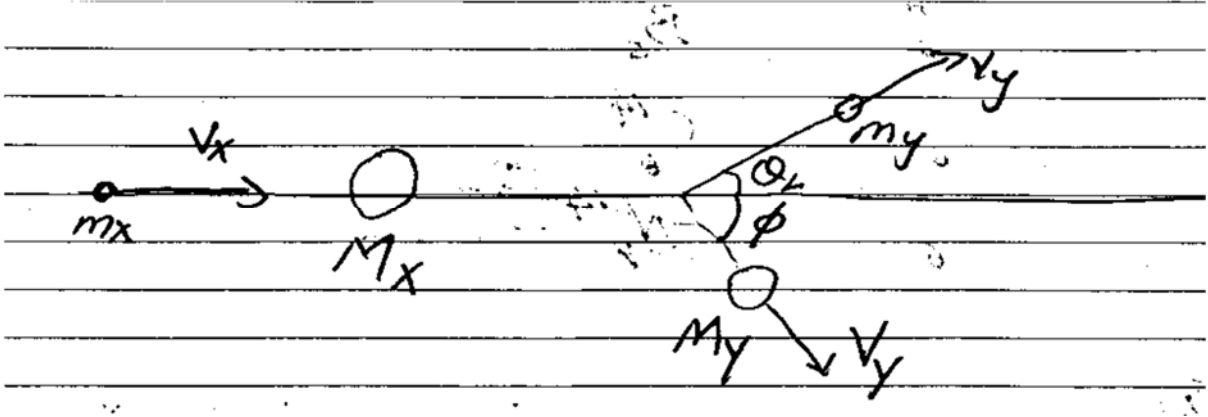
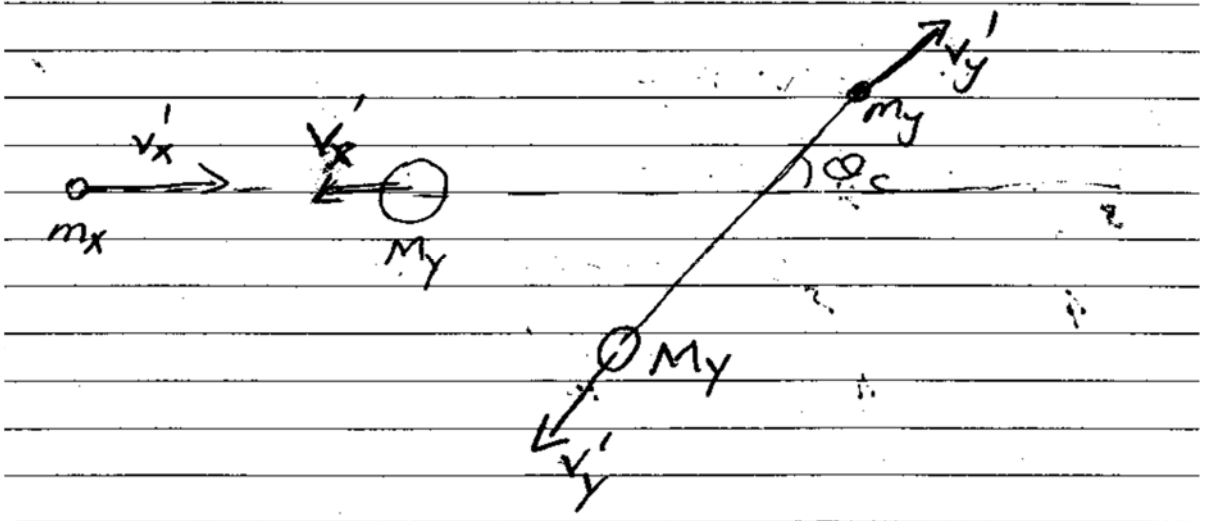


5. Hafta

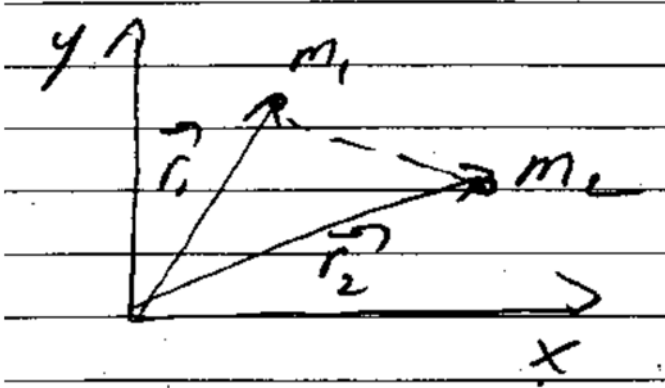
8) KÜTLE MERKEZİ KOORDİNAT SİSTEMİNDE NÜKLEER REAKSİYONLAR



a) Lab Koordinat Sistemi



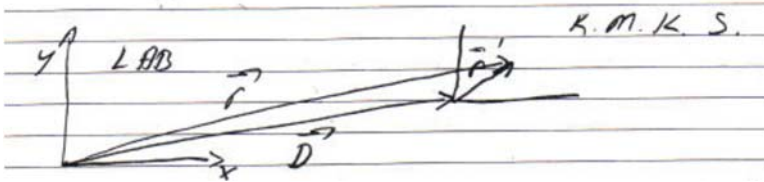
b) Kütle Merkezi Koordinat Sistemi



$$r_{cm} = \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 + m_2}$$

$$\frac{dr_{cm}}{dt} = v_{cm} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

$$v_{cm} = \frac{m_x v_x}{m_1 + m_2}$$



$$r = r' + D \quad \frac{dr}{dt} = \frac{dr'}{dt} + \frac{dD}{dt} \quad v = v' + v_{cm}$$

v : Lab sistemine göre parçacığın hızı

v' : K.M.K.S' ye göre parçacığın hızı

v_{cm} : Lab koordinat sistemine göre K.M.K.S' nin hızı

$$v' = v - v_{cm}$$

$$v_{x'} = v_x - \frac{m_x v_x}{m_x + M_X} = \frac{M_X}{m_x + M_X} v_x$$

$$v_{x'} = \frac{M_X}{m_x + M_X} v_x$$

$$v_{x'} = 0 - \frac{m_x}{m_x + M_X} v_x$$

A) Çarpışmadan Önce KMKS Kinetik Enerjiler

$$K_{x'} = \frac{1}{2} m_x v_{x'}^2 = \frac{1}{2} m_x \left(\frac{M_X}{m_x + M_X} v_x \right)^2 = \frac{1}{2} m_x \frac{M_X^2 v_x^2}{(m_x + M_X)^2}$$

$$K_{x'} = \left(\frac{M_X}{m_x + M_X} \right)^2 K_x$$

$$K_{X'} = \frac{1}{2} M_X v_{X'}^2 = \frac{1}{2} M_X \left(-\frac{m_x}{m_x + M_X} v_x \right)^2 = \frac{1}{2} M_X \frac{m_x^2 v_x^2}{(m_x + M_X)^2}$$

$$K_{X'} = \frac{m_x M_X}{(m_x + M_X)^2} K_x$$

Sistemin KMKS çarpışmadan önceki toplam enerjisi

$$K_i' = K_{x'} + K_{X'}$$

$$= \left(\frac{M_X}{m_x + M_X} \right)^2 K_x + \frac{m_x M_X}{(m_x + M_X)^2} K_x$$

$$= K_x \left(\frac{M_X^2}{(m_x + M_X)^2} + \frac{m_x M_X}{(m_x + M_X)^2} \right) = K_x \frac{(m_x + M_X) M_X}{(m_x + M_X)^2}$$

$$K_i' = K_x \left(\frac{M_X}{m_x + M_X} \right)$$

K_x : Çarpışmadan önce Lab koordinat sistemindeki enerji

B) Çarpışmadan Sonra KMKS Kinetik Enerjiler

$$m_y v'_y - M_Y V'_Y = 0$$

$$V'_Y =$$

Kinetik Enerjileri

$$K'_Y = \frac{1}{2} m_y v'^2_y$$

$$K'_Y = \frac{1}{2} M_Y V^{2'}_Y = \frac{1}{2} M_Y \frac{m^2 y}{M^2 Y} V^{2'}_Y$$

$$K'_Y = \frac{m_y}{M_Y} K'_y$$

Toplam Kinetik Enerji

$$K'_f = K'_y + K'_Y$$

$$= K'_y + \frac{m_y}{M_Y} K'_y = \left(1 + \frac{m_y}{M_Y}\right)$$

$$K'_f = K'_y \left(\frac{m_y + M_Y}{M_Y}\right)$$

$$Q = K'_f - K'_i$$

$$K'_f = Q + K'_i = Q + K_X \left(\frac{m_x}{m_x + M_X}\right)$$

$$K'_f = Q + K_X \left[1 + \frac{M_X}{m_x + M_X} - 1\right]$$

$$= Q + K_X \left[1 + \frac{M_X - m_x - M_X}{m_x + M_X}\right]$$

$$K'_f = Q + K_X \left(1 - \frac{m_x}{m_x + M_X}\right)$$

$$K'_f = Q + K_X - \frac{m_x}{M_X + m_x} K_X$$

$$Q = K_f - K_i = K_f - K_X \quad (K_X = 0)$$

$$K_f = Q + K_X$$

$$K'_f = K_f - \frac{m_x}{M_X + m_x} K_X$$

$$K'_Y \left(\frac{M_Y + m_y}{M_Y}\right) = Q + K_X \left[1 - \frac{m_x}{m_x + M_X}\right]$$

$$K'_Y = \frac{M_Y + m_y}{M_Y} \left[Q + K_X \left(1 - \frac{m_x}{m_x + M_X}\right)\right]$$

$$K'_Y = \frac{m_y}{M_Y} K'_Y$$

$$K'_Y = \frac{m_y}{m_y + M_Y} \left[Q + K_X \left(1 - \frac{m_x}{m_x + M_X}\right)\right]$$

Endothermic Enerjiler

Bir Edoergic Raksiyon için Eşik(Treshold) Enerjisi

Bir endoergic reaksiyonun meydana gelmesi için gerekli minimum enerji miktarına eşik enerjisi denir.

K.M.K.S Kinetik enerjisi

$$K'_i = K_X \left(\frac{M_X}{m_x + M_X} \right)$$

$$K'_f - K'_i = Q$$

$$K'_f = Q + K'_i$$

$$K'_f \geq Q \text{ olmalı}$$

Reaksiyonun olması için enerji ihtiyacı

$$K'_i \geq |Q|$$

$$\left(\frac{M_X}{m_x + M_X} \right) K_X \geq |Q|$$

$$K_X \geq \frac{M_Y + m_y}{M_Y} |Q|$$

$$K_X \geq \left(1 + \frac{m_x}{M_X} \right) |Q|$$

$$\text{Eşik Enerjisi } (K_X)_{\min} = \left(1 + \frac{m_x}{M_X} \right) Q \quad (\text{Threshold Enerjisi})$$

LAB Koordinat Sisteminde Treshold Enerjisi :

$$\sqrt{K_Y} = a \pm \sqrt{a^2 + b}$$

$$a = \frac{\sqrt{m_x \cdot m_y \cdot K_x}}{m_y + M_Y} \cos\theta$$

$$b = \frac{K_x(M_Y - m_x) + M_Y Q}{(m_y + M_Y)}$$

$K_X \cong 0$ ise

$$a = 0 \quad b = \frac{M_Y Q}{m_y + M_Y}$$

$Q < 0$ olduğundan (endoergic) $\sqrt{K_Y} \approx$ imaginary bir nicelik olur veya K_Y negatif olur ki bunun hiçbir fiziksel anlamı yoktur.

Böylece yetersiz miktardaki enerjiyle endoergic reaksiyonlar oluşmaz.

$$a^2 + b = 0$$

$$\frac{m_x m_y K_x}{(m_y + M_Y)^2} \cos^2\theta = \frac{K_x(M_Y - m_x)M_Y Q}{(M_Y + m_y)} = 0$$

$$-\frac{m_x m_y K_x}{(m_y + M_Y)^2} \cos^2\theta = \frac{K_x(M_Y - m_x)M_Y Q}{(M_Y + m_y)}$$

$$-m_x m_y K_x \cos^2\theta = K_x(M_Y - m_x)(m_y + M_Y) + M_Y Q(m_y + M_Y) K_x m_x m_y \cos^2\theta + K_x(m_y - m_x)(m_y + M_Y)$$

$$= -M_Y Q(m_y + M_Y)$$

$$K_x = \frac{-M_Y Q (M_Y + m_y)}{(M_Y - m_x)(m_y + M_Y) + m_x m_y \cos 2\theta}$$

$$M^2_{Y+m_y} M_Y - m_x M_Y - m_x m_y + m_x m_y \cos^2 \theta$$

$$M^2_{Y+m_y} M_Y - m_x M_Y - m_x m_y (1 + \cos^2 \theta) \quad (1 + \cos^2 \theta) = \sin^2 \theta$$

$$K_x = \frac{-M_Y Q (M_Y + m_y)}{M^2_{Y+m_y} M_Y - M_x m_x - m_x m_y \sin^2 \theta}$$

Q=0 için

$$(K_x)_{\min} = \frac{-Q(M_Y + m_y)}{M_Y + m_y - m_x}$$

$$Q = [(M_X + m_x) - (M_Y + m_y)]c^2$$

$$\frac{Q}{c^2} = M_X + m_y - M_Y - m_y$$

$$M_Y + m_y = (M_X + m_x) - \frac{Q}{c^2}$$

$$M_Y + m_y - m_x = M_X - \frac{Q}{c^2}$$

$$(K_x)_{\min} = -Q \left[\frac{M_X + m_x - \frac{Q}{c^2}}{M_X - \frac{Q}{c^2}} \right]$$

$$M_X \gg \frac{Q}{c^2}$$

$$(K_x)_{\min} = -Q \left[\frac{M_X + m_x}{M_X} \right]$$

$$(K_x)_{\min} = -Q \left(1 + \frac{m_x}{M_x}\right)$$

Eğer gelen parçacıkların enerjisi eşik enerjisine eşitse dışarı gönderilen parçacıklar $Q=0$ olunca yayımlanırlar ve enerjileri;

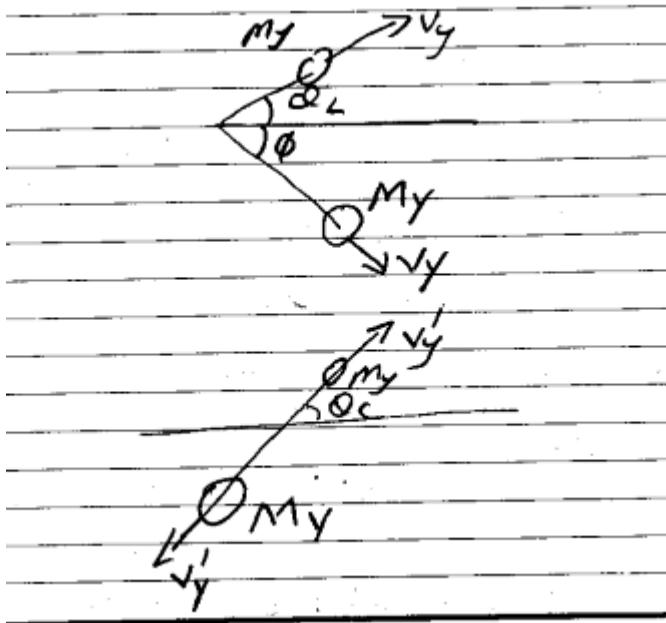
$$\sqrt{K_y} = \frac{\sqrt{m_x m_y K_x}}{(m_y + M_y)} \cos \theta$$

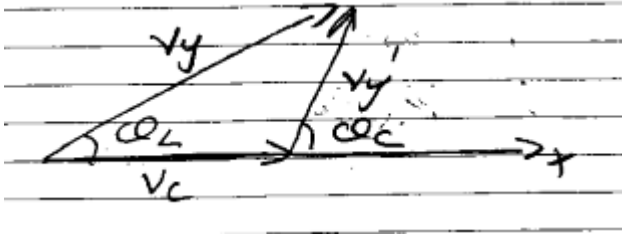
$$K_y = \frac{(m_x m_y K_x)}{(m_y + M_y)^2}$$

$$K_y = (K_x)_{\text{eşik}} \frac{m_x m_y}{(m_y + M_y)^2} \text{ olur.}$$

Bombardman edici parçacıkların enerjileri eşik enerjilerini geçtiğinde dışarı gönderilen parçacıklar $Q=0$ ' dan daha büyük açılarla gönderilirler.

LAB ve K.M.K.S ' deki Açılar Arasındaki İlişki:





$$\vec{V}_y = V'_y + V_C$$

$$\hat{x} \longrightarrow V_y \cos \theta_L = V'_y \cos \theta_C + V_C \quad \wedge$$

$$V_y \sin \theta_L = V'_y \sin \theta_C$$

$$\tan \theta_L = \frac{V'_y \sin \theta_C}{V'_y \cos \theta_C + V_C}$$

$$\tan \theta_L = \frac{\sin \theta_C}{\cos \theta_C + \frac{V_C}{V'_y}}$$

$$\gamma = \frac{V_C}{V'_y} \frac{\text{LAB koordinat Sisteminde Kütle Hızı}}{m_y \text{ nin KMK Sdeki Hızı}}$$

$$\tan \theta_L = \frac{\sin \theta_C}{\cos \theta_C + \gamma}$$

$$\gamma = \frac{V_C}{V'_y} \left[\frac{m_x m_y K_x}{M_x M_y \left[Q \left(1 + \frac{m_x}{M_x} \right) + K_x \right]} \right]^{1/2}$$

a) $\gamma = 0$ ise

Çok ağır çekirdek durumu

$M_X \rightarrow$ Çok Hızlı

$$\theta_C = \theta_L$$

b) $\gamma = 1$

$$\theta_C = 2\theta_L$$

nötron-proton-elektron saçılması durumu

$$m_x = m_y = m_n \quad M_x = m_p$$