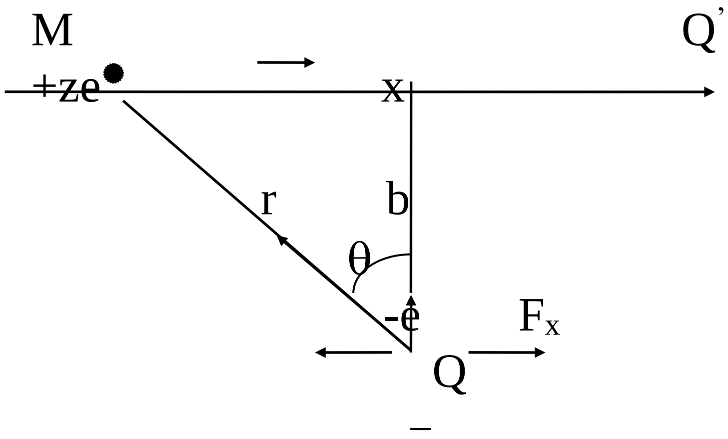
12. Hafta

Yüklü parçacıkların ve fotonların madde ile etkileşimi

Alfalar:

Bütün yüklü parçacıklar (elektronlar, protonlar, alfa parçacıkları ve çekirdekler) madde içersinde ilerlerken, kendi elektrik alanları ile madde içersindeki elektronların elektrik alanlarının etkileşmesi nedeniyle enerji kaybederler.



.

$$\cos\theta = \frac{b}{r} \to\to \frac{dx}{dt} = v$$

$$\tan\theta = \frac{x}{b}$$

$$\sec^2\theta d\theta = \frac{dx}{b} = \frac{v}{b}dt$$

Yukarıdaki şekilde görüldüğü gibi, elektronun m_0 kütlesi ile karşılaştırıldığında çok büyük bir M kütlesine ve ze yüküne sahip bir parçacık, v hızı ile MQ' yolu boyunca hareket etsin. Q noktasında bulunan bir elektrona, bu M kütleli parçacık $k(ze^2/r^2)$ gibi bir coulomb kuvveti uygulayacak. Bu kuvvetin F_x ve F_y gibi iki bileşeni vardır. M kütleli parçacık tam Q' noktasından geçerken kuvvetin F_x bileşeni ters dönecek ve sonuçta elektrona x yönünde herhangi bir net kuvvet uygulanmayacak. Fakat kuvvetin F_y bileşeni aynı yönde daima elektrona net bir impuls verecek. M kütlesi elektronun m_0 kütlesi ile karşılaştırıldığında çok büyük olduğundan, ağır parçacık çok zayıf olarak orjinal MQ' yolundan sapacak. Bu arada ağır parçacık enerjisinin ΔE kadarlık kısmını elektrona verecek. Şimdi ağır parçacığın enerji kaybını hesaplamaya çelışalım.

Elektrona aktarılan momentum

$$\Delta P = \int_{-\infty}^{+\infty} F_y\,dt = \int_{-\infty}^{+\infty} z\frac{ke^2}{r^2}\cos\theta dt$$

$$\Delta p = \frac{zke^2}{bv}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos\theta d\theta = \frac{2zke^2}{vb} = \frac{2zr_0m_0c^2}{vb}$$

$$(\mathbf{dt} = \frac{\mathbf{b d\theta}}{\mathbf{v}\cos^2\theta}, \mathbf{r} = \frac{\mathbf{b}}{\cos\theta}, \frac{\mathbf{dt}}{\mathbf{r}^2} = \frac{\mathbf{d\theta}}{\mathbf{vb}})$$

Burada ke^2 yerine $r_0m_0c^2$ kullanıldı.($r_0=ke^2/m_0c^2$ kılasik elektron yarıçapından)
Δp kadar momentum elektrona transfer edildi. Bu durumda ağır parçacıktan elektrona transfer edilen enerji

$$\Delta E(b) = \frac{(\Delta p)^2}{2m_0} = \frac{2z^2r_0^2m_0c^4}{v^2b^2} = \frac{z^2r_0^2m_0c^4}{b^2}\frac{M}{E}$$

$$(\mathbf{v}^2 = \frac{\mathbf{2E}}{\mathbf{M}})$$

Burada $E = ½ Mv^2$ ağır parçacığın kinetik enerjisidir. Görüldüğü gibi enerji transferi ağır parçacığın kinetik enerjisi ile ters orantılıdır. Ağır parçacığım kinetik enerjisi çok büyükse, etkileşme süresi kısa olacağından elektrona daha az enerji transfer edilecek. Aynı şekilde enerji transferi b ilede ters orantılıdır. Burada b'ye vurma parametresi denilir. b nekadar küçülürse okadar büyük enerji transferi olur.

Şimdi ağır yüklü bir parçacık bir maddeden geçerken, maddenin elektronlarına aktardığı toplam enerji transverini hesaplamaya çalışalım.

Soğurucu maddedeki elektronlar, gelen parçacığın yolu üzerinde rasgele dağılmış olsun. Bu yol üzerinde yarıçapları b ile b+db ve uzunluğu Δx olan iç içe geçmiş iki silindir alalım. Bu silindirler arasında kalan elektronların sayısı

$$\Delta n = N_e 2\pi\rho b db \ \Delta x$$

dir.Burada N_e gram başına elektronların sayısıdır. Δx mesafesindeki bir yolda $\Delta E(b)$ toplam enerji kaybı ise, yani birim uzunluk başına toplam enerji kaybı

$$\frac{dE}{dx} = \int_{b_{\min imum}}^{b_{\max simum}} \Delta E(b) x \frac{\Delta n}{\Delta x}$$

$$\frac{\mathrm{dE}}{\mathrm{dx}} = \frac{4\pi z^2 q^4 \mathrm{NZx}(3\mathrm{x}10^9)^4}{\mathrm{M} v^2 \mathrm{x}(1.6\mathrm{x}10^{-24})^{-6}} \left[\ln \frac{2\mathrm{M} v^2}{\bar{\mathrm{I}}} - \ln(1 - \frac{v^2}{c^2}) - \frac{v^2}{c^2} \right] \frac{\mathrm{MeV}}{\mathrm{cm}}$$

olarak verilir. Burada

z = iyonize parçacığın atom numarası
q = elektrik yük (1.6×10^{-19} C)
M = iyonize parçacığın durgun kütlesi (gram)
v = iyonize parçacığın hızı (cm / sn)
N = maddenin 1 cm^3 hacmindeki atom sayısı
Z = maddenin atom numarası
c = ışığın hızı (3×10^{10} cm/sn)
$\bar{I}$ = bir iyon çifti için gerekli enerji

Aşağıdaki tablo, bazı maddeler için $\bar{I}$ değerlerini vermektedir.

Madde	$\bar{I}$ **(eV)**	**Madde**	$\bar{I}$ **(eV)**
H	15.6	**Cu**	276
Li	34	**Ag**	418
Be	60.4	**Sn**	463
C	76.4	**Pb**	705
Al	150	**U**	811
Fe	241	**Hava**	80.5

Bir α - parçacığının menzili

$$S(E) = \frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx}$$ olmak üzere

$$\overline{R} = \int_0^{\overline{R}} dx = \int_0^{E} \frac{dE}{\rho S(E)}$$

şeklinde yazılabir. Eğer S(E) biliniyorsa bu bağıntı yardımı ile $\overline{R}$ veya

$$E = \int_0^{E} dE = \int_0^{\overline{R}} \rho S(E) dx$$

bağıntısı yardımı ile de parçacığın enerjisi hesaplanabilir.

Betalar

Madde içersinde ilerleyen elektronların enerji kaybı, alfaların enerji kaybından aşağıdaki nedenlerden dolayı farklıdır.
i) Beta parçacıklarının küçük kütle ve yüksek hızlarından dolayı Röletivistik etki göz önüne alınır.
ii) Enerji spektrumları süreklidir.

iii) Yüksek enerjilerde iyonlama ve uyarmadan başka radyasyon yoluylada eneji kaybına (Bremmstrahlung) uğrarlar.

Uyarma ve iyonizasyondan dolayı elektronun enerji kaybı

$$\mathbf{S}_{\mathbf{iyon}} = \frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx} = 2\pi r_0^2 N_e \frac{\mu_0}{\beta^2}\left[\ln\frac{E^2(E+2\mu_0)}{2\mu_0 I^2} + \frac{E^2/8 - (2E+\mu_0)\mu_0 \ln 2}{(E+\mu_0)^2} + 1 - \beta^2\right]$$

denklemi ile hesaplanır. Burada

$r_0 = 2.81794\text{x}10^{-4}$ m
N_e = gr başına elektronların sayısı ($N_e = ZN_0 / A$)
E = elektronun kinetik enerjisi
$\beta = v / c$
$\mu_0 = m_0c^2$

$\bar{I}$ = madde atomlarının ortalama iyonizasyon ve uyarma potansiyeli

Radyasyonla enerji kaybı (Bremsstrahlung)

İvmeli hareket eden yüklü bir parçacık klasik elektromanyetik teoriye göre elektromanyetik dalga şeklinde enerji yayar. Radyasyonla enerji kaybı

$$S_{rad} = \frac{1}{\rho}\left(\frac{dE}{dx}\right) = 4 r_0^2 \frac{N_e Z}{137}\left[\ln\frac{2(E+\mu_0)}{\mu_0} - \frac{1}{3}\right]$$

denklemi ile hesaplanır. Toplam enerji kaybı ise

$S_{Toplam} = S_{iyon} + S_{Rad}$

dir. Elektronun madde içersindeki menzili ise

$$\mathbf{R} = \int_0^{\mathbf{E}_0} \frac{\mathbf{dE}}{\mathbf{S}_{\mathbf{toplam}}}$$

integrali alınarak hesaplanır.

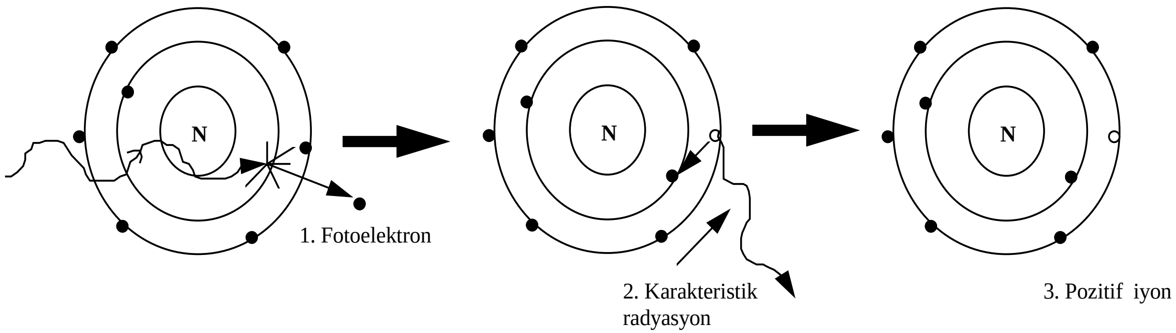
Fotonlar

Fotonlar madde içinden geçerken ya atomların çekirdekleri ya da yörünge elektronları ile etkileşirler. Etkileşmede rol oynayan en önemli olaylar fotoelektrik soğurma, Koherant Saçılma, Compton saçılması ve çift oluşumudur. Bu olaylar sonucunda foton ya soğurulur veya enerjisinin bir kısmını maddede bırakarak saçılır ya da hiç enerji bırakmadan orjinal yönünden sapar.

1. Fotoelektrik soğurma

Fotoelektrik olayda, gelen fotonun enerjisi atoma bağlı elektronun bağlanma enerjisini biraz aşarsa Şekil de görüldüğü gibi foton elektron tarafından soğurulur ve elektron serbest hale geçer. Bu yolla atomdan ayrılan fotoelektronun kinetik enerjisi soğurulan foton enerjisi ile bağlanma enerjisinin arasındaki farka eşittir. Bu elektron ortamda ilerlerken ikincil iyonizasyona, uyarmaya ve frenleme ışınımına sebeb olur. Bununla birlikte teşhiste kullanılan enerji bölgesindeki fotonlar için elektronun menzili genellikle çok küçüktür. (Örneğin suda, 100 keV'lik fotonlar için elektronun menzili 0.13 mm dir.) Bu yüzden fotoelektron enerjisinin ortam tarafından tamamen soğurulduğu kabul edilir.

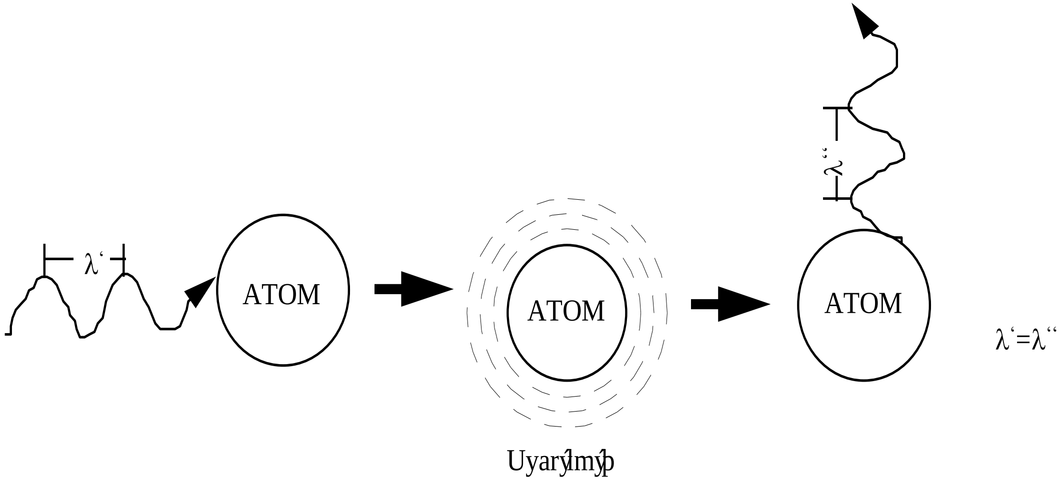
İyonize olmuş atom birbiri ile yarışan iki olayla enerjisini serbest bırakır. Bunlar x-ışını ve/veya Auger elektronları yayınımıdır. Auger elektronları etkileşmenin olduğu yerde hemen soğurulur. Karekteristik x ışınları ise, gelen ilk fotonun yaptığı gibi çarpışmalara sebeb olarak, sonunda ya ortamdan kaçar ya da ortam tarafından tamamen soğurulur.



Şekil3.4.: Fotoelektrik olay

2. Koherent saçılma

Bu etkileşmede radyasyonun dalga boyunda bir değişiklik olmaz, yalnızca yönü değişir. İki tip koherent saçılma vardır, Thomson saçılması ve Rayleigh saçılması. Thomson saçılmasında etkileşme bir elektronla Rayleigh saçılmasında ise atomun tüm elektronları ile olur. Düşük enerjili radyasyon bir atomun elektronlarıyla etkileşirse onları kendi frekansında titreştirmeye başlar. Titreşen elektronlar ivmeli hareket yaptıklarından radyasyon yayar ve sonuçta atom eski kararlı haline geri döner. Etkileşmenin bu tipinde iyonizasyon oluşmaz, çünkü bir iyon çiftinin oluşabilmesi için, atoma enerji transferi gerekir. Rayleigh saçılmasında enerji transveri yoktur. Yalnızca gelen radyasyonun yönü değişir .



Şekil 3.5: Rayleigh saçılması

Saçıcı ortamın bir molekülü için Rayleigh saçılma diferansiyel tesir kesiti

$$\frac{d\sigma_{Koh}}{d\Omega} = \frac{d\sigma_{Thomson}}{d\Omega} F^2(v, Z)$$

şeklinde ifade edilir. Burada $d\Omega = 2\pi\sin\theta\, d\theta$ katı açı elemanı, $d\sigma_{Thomson}/d\Omega = r_0^2/2(1+\cos^2\theta)$ elektron başına Thomson diferansiyel tesir kesiti ve

$$F^2(v\ ,\ Z\ )\ =\ \sum_{i=1}^{N} n_i F_i^2(v, Z_i)$$

molekül form faktörünün karesidir. Yukarıdaki bağıntıda N, farklı atomların, n_i ise moleküldeki aynı tür atomların sayısı, v de momentum transferini ifade eden ve E (1-cosθ) << m_0c^2 için

$$v = \frac{1}{\lambda}\sin\frac{\theta}{2}$$

değerini alan bir değişkendir. Eşitlik dalga boyu λ = hc/E ve $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1-\cos\theta}$ alınarak, sabit değerlerin de kullanılmasıyla

$$v = 29.1433\left(\frac{E}{m_0 c^2}\right)\sqrt{1-\cos\theta} \qquad (\text{Angstrom}^{-1})$$

şekline girer. Burada m_0c^2 elektronun durgun kütle enerjisidir. Verilen bir E enerjisi için v'nin değeri (θ = 0 da) sıfırdan (θ = π de) $v_0 = 29.1433(E / m_{0C}^2)\sqrt{2}$ değerine kadar değişir.

Atomik form faktörünün karesi, F_i^2 (v ,Z_i), enerji soğurması olmaksızın, atomun elektronlarına geri tepme momentumu verme olasılığıdır ve literatürde verilmektedir (Hanson et al 1964 ,cromer and Waber 1974 ,Hubbel et.al 1975, Hubbel and Overbo 1979). Verilen bir Z için, v sıfırdan sonsuza doğru artarken F(v , Z)'nin değeri, Z'nin bir maksimum değerinden sıfıra doğru hızla azalır (Chan and Doi, 1983).

Yukarıdaki bağıntıda dΩ ve $d\sigma_{\text{Thomson}}/d\Omega$ değerleri yerine konulduğunda ,

$$\frac{d\sigma_{Koh}}{d\theta} = \pi r_0^2 \sin\theta(1+\cos^2\theta)\, F^2(v(\theta), Z)$$

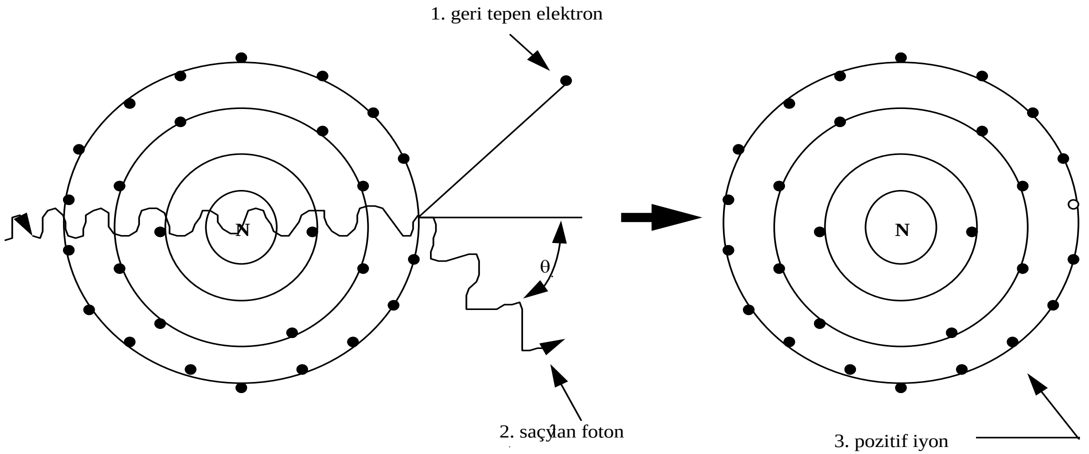
şeklini alır. Burada θ, fotonun etkileşmeden önceki ve sonraki yönleri arasında kalan saçılma açısı, r_0 ise klasik elektron yarıçapıdır.

3. Compton saçılması

Düşük atom numaralı maddelerde, enerjileri 30 keV ile 20 Mev arasında olan fotonlar için Compton saçılması çok önemli bir etkileşmedir. Şekil de görüldüğü gibi Compton saçılma olayında serbest kabul edilebilen bir elektronla etkileşen bir foton, elektrona enerjisinin ve momentumunun bir kısmını aktararak orjinal yönünden sapar. Saçılan fotonun $E^{©}$ enerjisi ile θ sapma açısı arasındaki bağıntı, elektronun serbest kabul edildiği koordinat sisteminde

$$\mathbf{E}' = \frac{\mathbf{E}}{1 + \dfrac{\mathbf{E}}{\mathbf{m}_0 \mathbf{c}^2}(1 - \cos\boldsymbol{\theta})}$$

şeklindedir. Burada E gelen fotonun enerjisidir. E ve E' arasındaki fark ise geri tepen elektronun kinetik enerjisini verir.



Şekil 3.6: Compton saçılması

100 keV enerjide bir foton, Compton saçılması sonucunda elektrona maksimum 28 keV' lik bir enerji transfer edebilir. Bu enerjiye sahip bir elektronun sudaki menzili ise yalnızca 13 mikrondur. Bu yüzden geri tepen elektronun enerjisinin etkileşme yerinde hemen soğurulduğu kabul edilir.

Serbest elektronlar için Compton saçılmasının diferansiyel tesir kesiti 1929 yılında Klein ve Nishina tarafından, Dirac'ın relativistik elektron teorisi temel alınarak aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$\frac{d\sigma_{KN}}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2}\left(\frac{E'}{E}\right)^2\left(\frac{E'}{E} + \frac{E}{E'} + \cos^2\theta - 1\right)$$

Serbest elektron diferansiyel tesir kesiti iç tabaka elektronlarının diferansiyel tesir kesitinden büyük, gevşek bağlı valans elektronlarının diferansiyel tesir kesitinden ise küçüktür. Bu yüzden Compton saçılma olasılığı Klein-Nishina diferansiyel tesir kesiti ve Compton saçılma fonksiyonu S(q,Z)'nin çarpımı ile ifade edilir. ***S(q,Z) faktörü, bir foton bir atomik elektrona q geri tepme momentumu verdiği zaman, atomun uyarılma veya iyonize duruma gelme olasılığını ifade eder.*** Böylece elektronların bağlanma enerjileri Compton diferansiyel tesir kesitinde hesaba katılmış olur. v ile "momentum transfer fonksiyonu" da denilen q arasındaki bağıntı

$$q = 2hv = 2\frac{h}{\lambda}\sin\frac{\theta}{2}$$

ile verilir. Dolaysıyla Compton diferansiyel tesir kesiti S(q , Z) yerine S(v , Z) alınarak

$$\frac{d\sigma_{Com}}{d\Omega} = \frac{d\sigma_{KN}}{d\Omega} S(\mathrm{v}, \mathrm{Z})$$

şeklinde yazılabilir. Literatürde bütün elementlerin Compton saçılma fonksiyonları verilmiştir (Hanson et al 1964, cromer and Waber 1974, Hubbel and Overbo 1979). Compton olayı için, bir molekülün diferansiyel saçılma tesir kesiti moleküldeki tüm atomlar üzerinden toplanarak elde edilir:

$$\frac{d\sigma_{Com}}{d\Omega} = \frac{d\sigma_{KN}}{d\Omega} S_m(v)$$

Burada

$$S_m(v) = \sum_{i=1}^{N} n_i S_i(v, Z_i)$$

saçıcı ortamın bir molekülü için Compton saçılma fonksiyonudur (Chan and Doi 1983, Morin 1988).

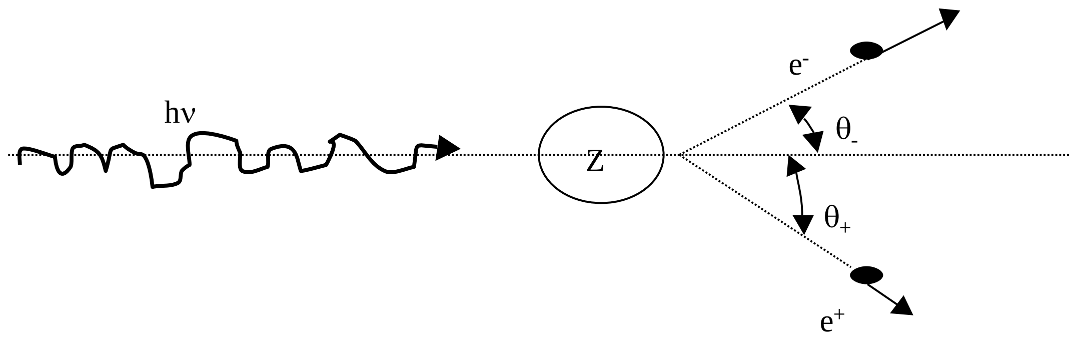
Yukarıdaki denklemie dΩ ve dσ_{KN}/dΩ değerleri yerine konulduğunda

$$\frac{d\sigma_{Com}}{d\theta} = \pi r_0^2 \sin(\theta)(\frac{E'}{E})^2(\frac{E'}{E} + \frac{E}{E'} + \cos^2\theta - 1) S_m(v)$$

elde edilir. Burada θ, fotonun etkileşmeden önceki ve sonraki yönleri arasında kalan saçılma açısıdır.

4. Çift oluşum

Enerjisi 1.02 Mev'den büyük olan bir foton, bir atomun çekirdeği ile etkileştiğinde yok olur ve onun yerine bir elektron - pozitron çifti oluşur. Bir elektronun kütlesi 0.51 Mev'e eşit olduğundan çift oluşumun ağır bir çekirdek yakınında gerçekleşebilmesi için minimum foton enerjisinin 1.02 Mev olması gereklidir.



Şekil 3.7: Çift oluşum

Enerjinin korunumu:

$$h\nu = (m_0c^2 + K_+) + (m_0c^2 + K_-) + E_{\text{geri tepme}} \; (= 0)$$
$$h\nu = 2m_0c^2 + (K_+ + K_-)$$
$$h\nu \geq 2m_0c^2 = 1.02 \text{ MeV}$$
$$(K_+ + K_-) = h\nu - 2m_0c^2$$

$h\nu - 2m_0c^2$ enerjisi, elektron ve pozitrona kinetik enerji olarak verilir. Ağır çekirdeğin kinetik enerjisi çok küçüktür ve yaklaşık olarak sıfır alınır.

Pozitronun ve elektronun geliş doğrultusu ile yaptığı açı ise;

$$\theta_+ = \theta_- = \tan^{-1}(0.511 / E_-)$$

dir.

Aynı olay çok zayıf bir olasılıkla bir elektron yakınında da olabilir. Bu durumda eşik enerjisi $4m_0c^2$ dir. Çünki geri tepen elektron büyük bir hızla hareket eder. Bu durumda üç tane hafif parçacık vardır.

Çift oluşum olayının tesir kesiti yaklaşık olarak $Z^2 + Z$ ile artar. Bu nedenle yüksek atom numaralı soğurucularda önemlidir.

Çift oluşumdan sonra elektron ve pozitron enerjisini uyarma, iyonlama ve Bremstrahlung ile ortama bırakır. Pozitron tüm enerjisini kaybettiğinde bir elektronla birleşerek yok olur ve herbiri 0.51 MeV enerjili zıt yönlere giden iki γ oluşur. Bu γ larda yeniden fotoelektrik veya Compton olayları ile soğurucuda etkileşir.

Işınlarının Azalımı

Bir x-ışını demetinin dx kalınlığında bir maddeden geçtikten sonra şiddetindeki azalma

$$-dI = \mu I dx$$

ile verilir. Burada I, x ışını demetinin şiddeti, μ ise “linear soğurma katsayısı” adı verilen (maddeye ve foton enerjisine bağlı) bir büyüklüktür. Yukarıdaki bağıntı integre edilmesiyle

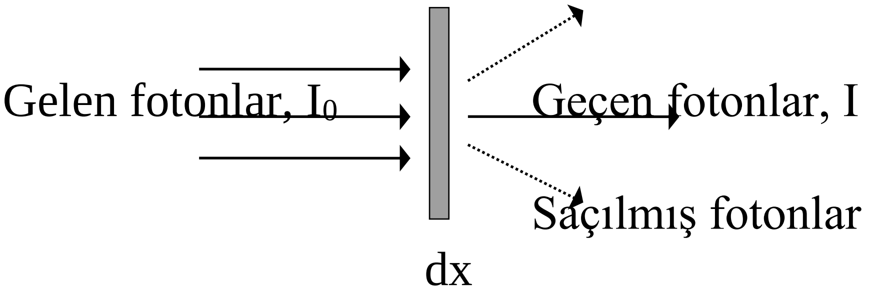
$$I = I_0 e^{-\mu x}$$

azalım kanunu elde edilir. Burada I_0 ve I demetin başlangıçtaki ve madde içinde x kadar yol aldıktan sonraki şiddetidir.

Çalışmalarda genellikle lineer soğurma katsayısı yerine ρ yoğunluklu bir madde için (μ/ρ) olarak tanımlanan “kütle soğurma katsayısı” kullanılır. Lineer ve kütle soğurma katsayılarının cgs ve SI birimleri sırasıyla (1/cm, 1/m) ve (cm^2/gr, m^2/kg) dır. Diğer taraftan soğurma ile ilgili çalışmalarda

$$\frac{\mu_{ab}}{\rho} = \left(\frac{\mu}{\rho}\right)\left(\frac{E_{ab}}{E}\right)$$

şeklinde verilen kütle soğurma katsayısı kullanılır. Bu bağıntıda E_{ab} etkileşme başına soğurulan ortalama enerjidir.



Şekil 3.8: dx kalınlığındaki maddeden geçen x-ışınlarının azalımı

$$N_T = \left[N_0 e^{-\mu L} \right] \left[\sqrt[3]{(1+\frac{1}{2}\mu L)^4} \exp\left[(\frac{1}{8} - \frac{Z}{300})\mu L \right] \right]$$

$$N_S = \left[N_0 e^{-\mu L} \right] \left(\left[\sqrt[3]{(1+\frac{1}{2}\mu L)^4} \exp\left[(\frac{1}{8} - \frac{Z}{300})\mu L \right] \right] - 1 \right)$$

$$F = 1 - \frac{\exp\left[-(\frac{1}{8} - \frac{Z}{300})\mu L \right]}{\sqrt[3]{(1+\frac{1}{2}\mu L)^4}}$$