

### 3. DERECE DENKLEMLER

$a \neq 0$  olmak üzere,  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  denklemlere **üçüncü dereceden bir bilinmeyenli denklemler** denir.  
 $a \neq 0$

#### ÜÇÜNCÜ DERECE DENKLEMİN KÖKLERİ İLE KATSAYILARI ARASINDAKİ BAĞINTILAR

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a} \text{ dir.}$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{d}{a} \text{ dir.}$$

#### KÖKLERİ VERİLEN ÜÇÜNCÜ DERECE DENKLEMİN YAZILMASI

Kökleri  $x_1, x_2$  ve  $x_3$  olan üçüncü derece denklem

Bu denklem düzenlenirse;

$$x^3 - (x_1 + x_2 + x_3)x^2 + (x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3)x - x_1x_2x_3 = 0 \text{ olur.}$$

**Örnek:**

$$x^3 - 3x^2 - (2m-1)x + 1 - 3m = 0$$

denkleminin kökleri,  $x_1, x_2, x_3$  dür.

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = -\frac{1}{2} \text{ ise } m \text{ kaçtır?}$$

- A) 0    B) 1    C)  $\frac{3}{2}$     D)  $\frac{5}{3}$     E) 3

**Çözüm:**

$$x^3 - 3x^2 - (2m-1)x + 1 - 3m = 0$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = -\frac{c}{d} \text{ idi.}$$

$$-\frac{1}{2} = -\frac{-(2m-1)}{1-3m}$$

$$\Rightarrow -1 + 3m = 4m - 2 \Rightarrow m = 1$$

**YANIT "B"**

Örnek:

$x^3 - mx + 5 = 0$  ( $m \in \mathbb{R}$ ), denkleminin kökleri için, aşağıdaki önermelerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) Reel kök yoktur.
- B) Köklerden birisi sıfırdır.
- C) Köklerin ikisi negatif, birisi pozitifdir.
- D) Köklerin ikisi pozitif, birisi negatiftir.
- E) Köklerin üçü de negatiftir.

Çözüm:

$$\left. \begin{array}{l} x^3 - mx + 5 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -5 \end{array} \right\}$$

Buradan ikisi pozitif, birisi negatif üç kök vardır.

**YANIT "D"**

Örnek:

$x^3 - 3mx^2 - 16 = 0$  denkleminin  $x_1, x_2, x_3$  kökleri bir aritmetik dizi oluşturmaktadır. Buna göre  $m$  kaçtır?

- A) -3
- B) -2
- C) -1
- D) 1
- E) 3

Çözüm:

$x^3 - 3mx^2 - 16 = 0$  denkleminin  $x_1, x_2, x_3$  kökleri bir aritmetik dizinin ardışık üç terimi ise,  $x_2 = \frac{x_1 + x_3}{2}$  dir.

$$\left. \begin{array}{l} x_1 + x_3 = 2x_2 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3m \end{array} \right\} \Rightarrow 2x_2 + x_2 = 3m$$
$$x_2 = m$$

$$m^3 - 3m \cdot m^2 - 16 = 0 \Rightarrow -2m^3 = 16$$
$$\Rightarrow m^3 = -8 \Rightarrow m = -2$$

**YANIT "B"**

**Örnek:**

$x^3 - 3x - 2m + 1 = 0$  denkleminin kökleri  $x_1, x_2, x_3$  dır.  $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -6$  ise

**m kaçtır?**

- A) -2 B) -1 C)  $-\frac{1}{2}$  D)  $\frac{1}{2}$  E)  $\frac{3}{2}$

**Çözüm:**

$$x^3 - 3x - 2m + 1 = 0$$

$$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -6$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -x_3$$

$$\Rightarrow (x_1 + x_2)^3 = (-x_3)^3$$

$$\Rightarrow x_1^3 + x_2^3 + 3x_1^2x_2 + 3x_1x_2^2 = -x_3^3$$

$$\Rightarrow \underbrace{x_1^3 + x_2^3 + x_3^3}_{-6} + \underbrace{3x_1x_2(x_1 + x_2)}_{-x_3} = 0$$

$$\Rightarrow -6 - 3x_1x_2x_3 = 0$$

$$\Rightarrow -6 - 3[-(-2m+1)] = 0$$

$$\Rightarrow -6 - 6m + 3 = 0 \Rightarrow 6m = -3$$

$$\Rightarrow m = -\frac{1}{2}$$

**YANIT "C"**