1. GİRİŞ

Çift yıldızlar, çekimsel kuvvetlerle birbirlerine bağlı olan ve ortak kütle merkezi etrafında Kepler yasalarına uygun olarak yörünge hareketi yapan iki yıldızdan oluşmuş sistemlerdir. Bu sistemler belli koşulların sağalanması halinde bileşen yıldızların birbirini örtemsi sonucu tutulmalar oluşur ve dönemli bir ışık değişimi gözlenir. Tutulmalar sonucu çift sistemin toplam ışınımında zamana bağlı olarak değişimler oluşur. Tutulmalardan kaynaklanan ışık azalmalarına tutulma minimumları adı verilir. Bunlardan, sıcak yıldızın örtüldüğü tutulma sonucu oluşan ışık azalmasına ana minimum (birinci minimum), diğerine ise yan minimum (ikinci minimum) denir. Gözlenen tutulma minimumların orta zamanlarına ise minimum zaman adı verilir. Minimum zamanları, yörünge dönemi kullanarak önceden tahmin edilebilir. Çift sistemin yörünge döneminin herhangi bir bir nedenle değişim göstermesi halinde gözlenen minimum zamanları, önceden tahmin edilen zamanlarla çakışmayacaktır. Bu durumda, uzun zaman içerisinde gözlenen ve önceden tahmin edilen minimum zamanları arasındaki farklar kullanılarak çift sistemin dönem değişim karakteri incelenebilir ve bu değişimi açıklayabilecek modellerle irdeleme yapılır.

Çift yıldızların dönem değişimleri konusundaki çalışmalar, 1990'ların başından bu yana bölümümüzde yürütülmektedir. Bu alanda bölümümüzde birçok yüksek lisans ve doktora tez çalışması da yapılmıştır.

1.1 Çift Yıldızlarda Dönem Değişimi

Bazı çift yıldızların yörünge dönemleri zamanla değişim gösterebilir. Bu değişimler dönemin artması veya azalması yönünde olabilir. Çift yıldızların dönemlerinde değişim meydana getirdiği bilinen dört farklı mekanizma bulunmaktadır:

I. Bileşenler arası korunumlu kütle aktarımı veya korunumsuz kütle kaybı,
II. Eksen dönmesi,
III. Sistemde bulunan üçüncü bir cismin etkisi,
IV. Manyetik etkinlik

Bu dört etkiden sadece ikisi (madde aktarımı ve manyetik etkinlik) sistemin yörünge dönemini gerçek anlamda değiştirmektedir. Bileşenler arası korunumlu kütle aktarımı veya korunumsuz kütle kaybı olan sistemlerde bileşenler arasındaki uzaklık ve buna bağlı olarak sistemin dönemi değişmektedir.

Eksen dönmesi ve üçüncü cisim etkileri ise sistemin gözlemciye göre olan göreli konumunu ve uzaklığını değiştiren etkiler olup, çift sistemin dolanma dönemini değil, minimumlar arasında geçen süreyi değiştirirler. Bu da sistemin döneminin değişiyormuş gibi görünmesine neden olur. Manyetik etkinlik gösteren bir bileşene sahip sistemlerde de, manyetik etkin bileşenin ekseni etrafındaki dönme dönemi değişim göstermekte ve yakın çift yıldız bileşenleri arasındaki dönme-dolanma kilitlenmesi (eş-dönme) sonucu bu değişim yörünge dönemine yansımaktadır. Böylece gözlenen minimum zamanlarını etkilenerek, yörünge döneminde değişimler ortaya çıkmaktadır.

Bir sistemin dönem değişiminin nedenini belirlemek için yapılan çalışmalar; O gözlenen ve C hesaplanan minimum zamanları olmak üzere, zamana göre *O-C* farkının değişimini yorumlamaya dayanır.

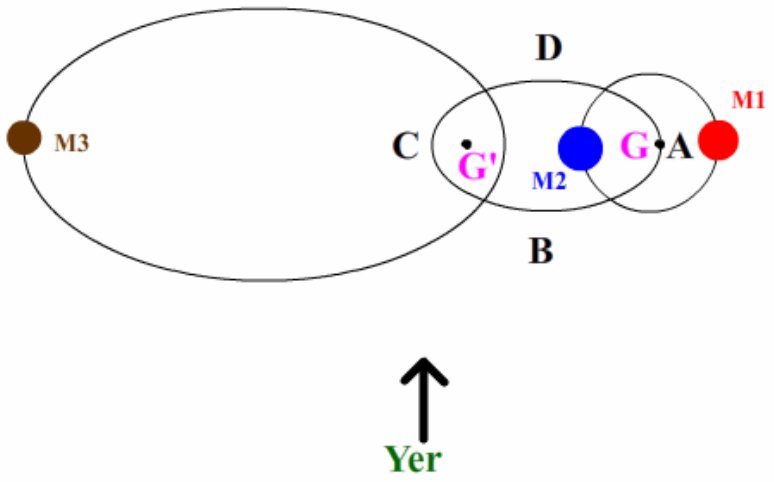
O-C değerlerinin anlamı nedir? Aşağıdaki gibi açıklanabilir:

O-C farkı; herhangi bir minimum zamanının gözlenen değeri ile, sabit bir dönem kullanılarak hesaplanan kuramsal değeri arasındaki farktır. Eğer sistemin dönemi tamamen sabit ise, O-C değerleri her minimum için sıfıra eşit olacaktır ve sistemin zamana göre O-C eğrisi çizildiğinde sıfır doğrusu üzerinde düz bir çizgi elde edilecektir. Buna karşılık olarak, çiftin döneminde herhangi bir değişim varsa O-C eğrisi, değişimi meydana getiren mekanizmayı yansıtacak şekilde çeşitli karakteristik yapılar gösterecektir. Bu yapılar, sistemdeki dönem değişimine neden olan etkilerin belirlenmesi için araştırmacılara yol göstermektedirler.

1.2 Üçüncü cisim etkisi

Eğer sistemde gözlenen çiftin yakınında, çifte dinamik bağlı üçüncü bir cisim daha varsa; bu, ikili sisteme ait gözlenen minimumlar arasındaki dönemin değişmesine neden olacaktır. Bunun nedeni; ikili sistemin, üçlü sistemin ortak kütle merkezi etrafında yaptığı dolanma hareketidir (Şekil 1).

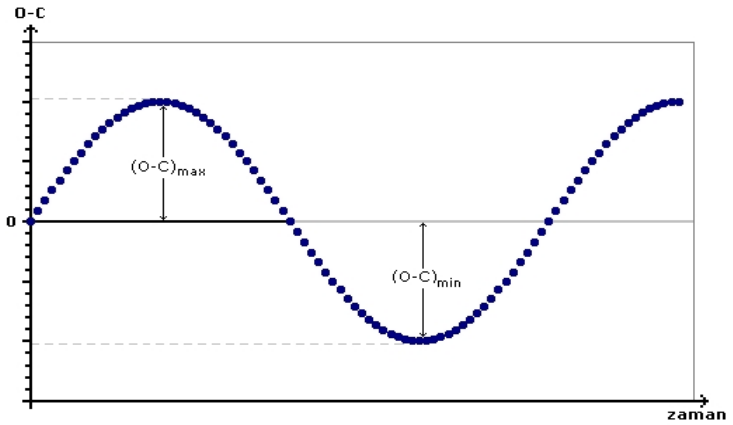
İkili sistemin G´ etrafındaki hareketi sırasında çiftin gözlemciye olan uzaklığının değişmesi ve ışık hızının sonlu olması nedeniyle gözlenen minimum zamanları, hesaplanan minimum zamanlarına göre farklılık gösterir.



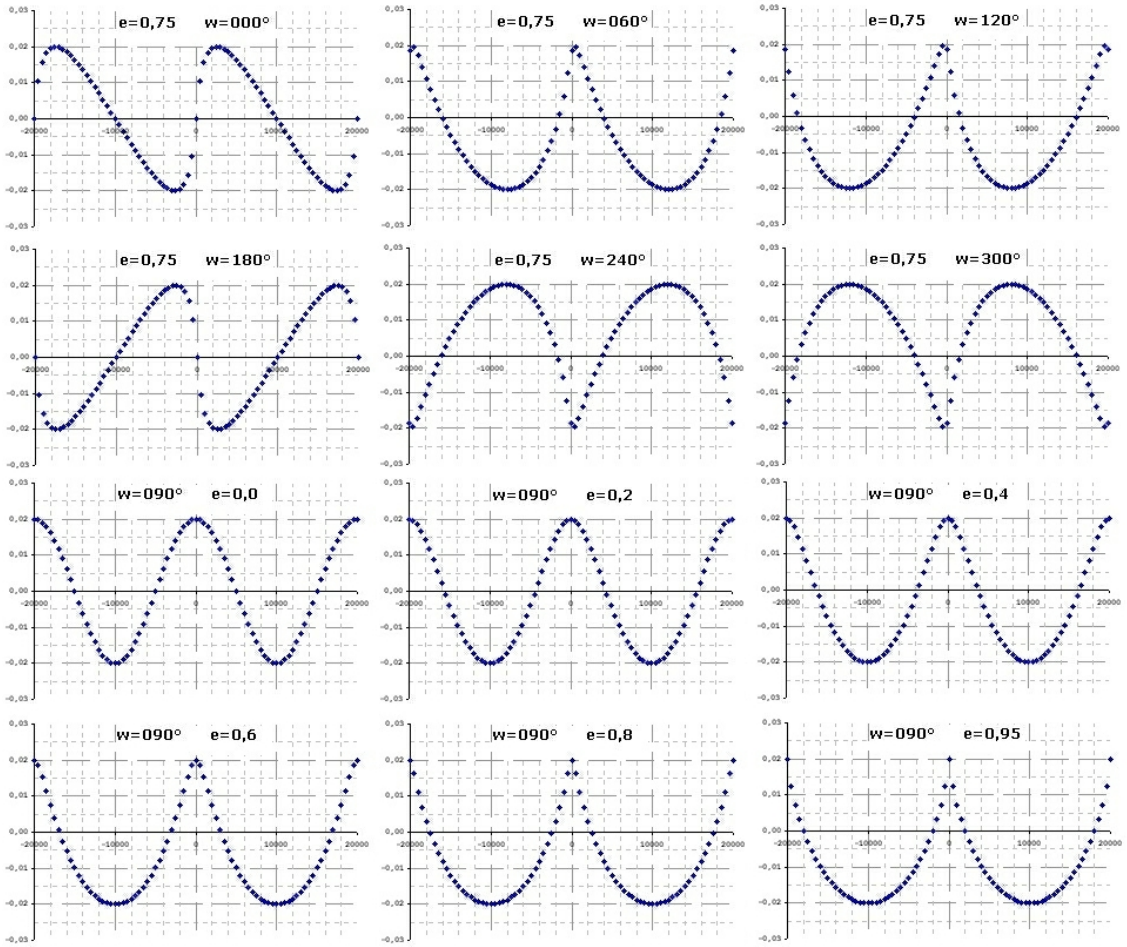
Şekil 1. Örten çift sistemin (M_1–M_2), üçlü sistem ortak kütle merkezi (G´) etrafındaki dolanma hareketi.

İkili sistem gözlemciden uzaklaşırken (şekilde A noktasından B noktasına doğru) minimum beklenenden daha geç görülmekteyken, ikili sistem gözlemciye yaklaşırken ise (şekilde C noktasından D noktasına doğru) minimum beklenenden daha önce görülmektedir.

Çift yıldız sistemlerinde üçüncü cisim etkisine ışık - zaman etkisi (light-time effect) adı da verilmektedir. Anlaşılacağı gibi; gerçekte çift sistemin yörünge döneminde fiziksel bir değişim olmamakta, sadece gözlenen dönem değişmektedir. İkili sistemin, üçlü sistemin ortak kütle merkezi etrafındaki hareketi boyunca O-C değerlerinin zamana göre değişimi sinüs biçimli bir eğri olacaktır. O-C eğrisinin düzgün bir sinüs eğrisi olması (Şekil 2), ikili sistemin yörüngesinin (G´ etrafındaki) çember olduğunu (e=0) gösterirken, düzgün olmayan bir sinüs eğrisi ise (Şekil 3) yörüngenin dışmerkezli olduğunu (e>0) gösterir.



Şekil 2. Dairesel yörüngeye sahip üçüncü cisim etkisinin O – C'de meydana getirdiği sinüs değişimi.



Şekil 3. Dışmerkezli yörüngeye sahip üçüncü cisim etkisinin O-C'de meydana getirdiği sinüs değişimi.

Sistemdeki üçüncü cismin varlığından dolayı meydana gelen ışık - zaman etkisinin (LTE), O-C eğrisinde oluşturduğu sinüsel değişim (1) bağıntısı ile verilmektedir (Irwin 1959, Mayer 1990).

$$O-C=\frac{A_{LTE}}{\sqrt{(1-e_3^2\cos^2\omega_3)}}\left\{\left[\frac{1-e_3^2}{1+e_3\cdot\cos\nu}\sin(\nu+\omega_3)\right]+e_3\sin\omega_3\right\} \quad \text{..... (1)}$$

Burada; A_{LTE}, O-C eğrisinde ışık-zaman etkisinin oluşturduğu sinüsün gün biriminde yarı genliği olup,

$$A_{LTE}=\frac{1}{2}\left[(O-C)_{\max}-(O-C)_{\min}\right]=\frac{a_{12}\cdot\sin i'\sqrt{(1-e_3^2\cos^2\omega_3)}}{173.15} \quad \text{..... (2)}$$

bağıntısı ile verilir. a_{12} , e_3, ω_3, i' ve ν ise sırasıyla ikili sistemin G′ etrafındaki yörüngesinin yarı büyük eksen uzunluğu, dışmerkezliği, enberi noktasının boylamı, yörünge düzleminin eğimi ve gerçel anomali değerleridir.

Bir çift yıldız sistemine ait O-C eğrisine üçüncü cisim fiti yapılırken sırasıyla aşağıdaki adımlar takip edilmelidir.

1.Adım: Öncelikle, üçüncü cisim etkisinin O-C eğrisinde meydana getirdiği sinüsün (ışık-zaman eğrisinin) dönemi (P_{LTE}), genliği (A_{LTE}), ikili sitemin G′ etrafındaki yörüngesinin dışmerkezliği (e_3) , bakış doğrultusuna dik düzleme eğimi (i'), enberi noktasının boylamı (ω_3) ve ikili sistemin enberiden geçiş anı (T_3) için birer başlangıç değerleri belirlenmelidir.

NOT: Üçlü sistemlerde, eğer ikili sistemin birbirleri etrafındaki yörüngesinin eğim açısı (i) biliniyorsa; büyük bir yaklaştırma ile i' değeri için bu değer alınabilir. Ayrıca, P_{LTE} ve T_3 değerleri çevrim (E) cinsinden alınırsa hesaplamalarda kolaylık sağlanır.

2.Adım: (3) veya (4) bağıntısından ikili sistemin kütle merkezinin her bir minimuma karşılık gelen çevrimdeki ortalama anomalisi hesaplanır.

$$M(\textit{rad}\text{yan}) = [(E_i - T_3) / P_{LTE}] \cdot 2\pi \quad \text{..... (3)}$$

$M(derece) = [(E_i - T_3) / P_{LTE}] \cdot 360°$ ..... (4)

3.Adım: (5) bağıntısı ile ortalama anomaliden dışmerkezlik anomaliye (U) geçilir.

$M = U - e_3 \cdot \sin U$ ..... (5)

(5) bağıntısında U'yu çözebilmek için ardışık yaklaştırma (iterasyon) yöntemi uygulanır. Bağıntı,

$U - e_3 \cdot \sin U - M = 0$ ..... (6)

şekline getirilirse, $U_o = M$ ve n = 0, 1, 2, 3, 4, ... olmak üzere,

$$X_{n+1} = X_n - \frac{F_{Xn}}{F'_{Xn}} \Rightarrow \quad U_{n+1} = U_n - \frac{U_n - e_3 \cdot \sin U_n - M}{1 - e_3 \cdot \cos U_n} \quad \text{..... (7)}$$

Newton – Raphson iterasyonu ile U değeri bulunabilir.

Dışmerkezlik anomali (U) bulunduktan sonra,

$$\tan\frac{\nu}{2} = \left(\sqrt{\frac{1+e_3}{1-e_3}}\right) \cdot \tan\frac{U}{2} \quad \text{..... (8)}$$

bağıntısı ile gerçel anomali (ν) hesaplanır.

4.Adım: Her bir çevrim için bulunan ν değerlerinden (1) bağıntısı ile O-C değerleri hesaplanır.

5.Adım: A_{LTE}, P_{LTE}, T_3, e_3 ve ω_3 değerleri değiştirilerek tüm hesaplamalar yeniden yapılır. Bu şekilde defalarca kuramsal sinüs eğrileri üretilerek O-C eğrisini en iyi temsil eden kuramsal eğri belirlenir. Bu eğriye ait olan parametreler üçüncü cisim etkisini en iyi temsil eden parametrelerdir.

NOT: Fit edilen sinüs eğrilerinden hangisinin O-C eğrisinin daha iyi temsil ettiğine karar vermek için $\sum\left((O-C)_{fit}-(O-C)_{g}\right)^2$ toplamına bakılmalıdır. En küçük kareler yöntemi ile bu toplamın minimum olduğu sinüs eğrisi elde edilir. Bu eğri, O-C'yi en iyi temsil eden eğridir ve bu eğriye ait parametreler, ikilinin G´ etrafındaki yörüngesini en iyi temsil eden parametrelerdir.

Işık-zaman (üçüncü cisim) etkisine dair oluşturulan sinüs eğrisinin biçimini belirleyen parametreler, A_{LTE}, P_{LTE}, T_3, e_3 ve ω_3 parametreleridir. Bunlardan A_{LTE}; sinüs eğrisinin genliğini, P_{LTE}; eğrinin dönemini ve T_3; eğrinin *x*-ekseni boyunca konumunu belirlerken, e_3 ve ω_3 parametreleri ise sinüs eğrisinin karakteristik şeklini belirlerler.

P_{LTE} değeri, çift sistemin G´ etrafındaki yörünge dönemini vermektedir. Eğer bu değer çevrim (E) cinsinden bulunmuşsa;

P_{LTE} (*gün*) = P_{LTE} (*çevrim*) x $P_{çift}$ .....(9)
P_{LTE} (*yıl*) = P_{LTE} (*gün*) / 365.25 ..... (10)

bağıntıları ile gün ve yıl cinsinden elde edilebilir. (9) bağıntısındaki $P_{çift}$ değeri, ikili sistemin yörünge dönemidir.

(2) denkleminde a_{12} yalnız bırakılırsa,

$$a_{12}=\frac{A_{LTE}\cdot 173.15}{\sin i'\sqrt{(1-e_3^2\cos^2\omega_3)}} \quad \text{..... (11)}$$

elde edilir ki, bu da çift sistemin G´ etrafındaki yörüngesinin yarı büyük eksen uzunluğunu *AB* cinsinden verir. Burada *i´* açısı yaklaşık olarak *i*'ye (ikili sistemin, kendi ortak kütle merkezleri G etrafındaki yörünge eğimi) eşit kabul edilebilir.

Üçüncü cismin kütlesi için bir minimum değer olarak $f(m_3)$ kütle fonksiyonu,

$$f(m_3) = \frac{(a_{12} \cdot \sin i')^3}{P_{LTE}^2} \quad \text{.....} \quad (12)$$

bağıntısından bulunabilir.

Eğer birinci ve ikinci bileşenin kütleleri ve $i' \approx i$ değeri biliniyorsa, aşağıdaki bağıntı yardımıyla üçüncü bileşenin kütlesi hesaplanabilir.

$$\frac{(M_3 \cdot \sin i')^3}{(M_1 + M_2 + M_3)^2} = F(m_3) = \frac{(a_{12} \cdot \sin i')^3}{P_{LTE}^2} = \frac{1}{P_{LTE}^2} \left(\frac{173.15 \cdot A_{LTE}}{\sqrt{(1 - e_3^2 \cos^2 \omega_3)}} \right)^3 \quad \text{.....}(13)$$

Üçüncü cismin G′ etrafındaki yörüngesinin yarı büyük eksen uzunluğu

$$a_3 = \frac{a_{12} \cdot (M_1 + M_2)}{M_3} \quad \text{.....} \quad (14)$$

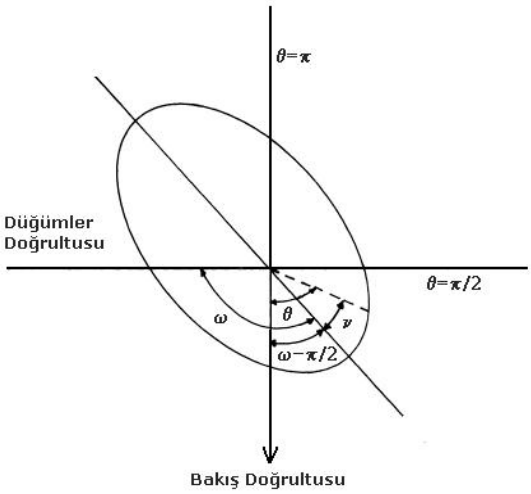
bağıntısından hesaplanır.

1.3. Eksen dönmesi

Dışmerkezli yörüngeye sahip çift sistemlerde, yörünge yarı büyük eksen doğrultusunun bakış doğrultusuna göre kayması nedeniyle görülen eksen dönmesi olayı minimumlar arasındaki gözlenen dönemin değişmesine neden olan bir diğer mekanizmadır. Eksen dönmesi mekanizması da, ışık – zaman etkisinde olduğu gibi sistemin döneminde gerçek anlamda bir değişime neden olmaz, yalnızca minimumlar arasında geçen sürede bir değişim meydana getirir.

Şekil 4’ de, çift yıldız sistemlerindeki eksen dönmesi gösterilmiştir. Burada, büyük kütleli (birinci) bileşen yörüngenin odağında olup, küçük kütleli (ikinci) bileşen onun etrafında dolanmaktadır. Bakış doğrultusunun içerisinde olduğu düzleme izdüşürülmüş (göreli) yörüngede, ω; bakış doğrultusuna dik doğrultu ile yarı büyük eksen doğrultusu arasındaki açı,

θ, bakış doğrultusuna göre enberi noktasının boylamı ve ν, yarı büyük eksen doğrultusuna göre enberi noktasının boylamıdır.



Şekil 4. Çift sistemlerde eksen dönmesi.

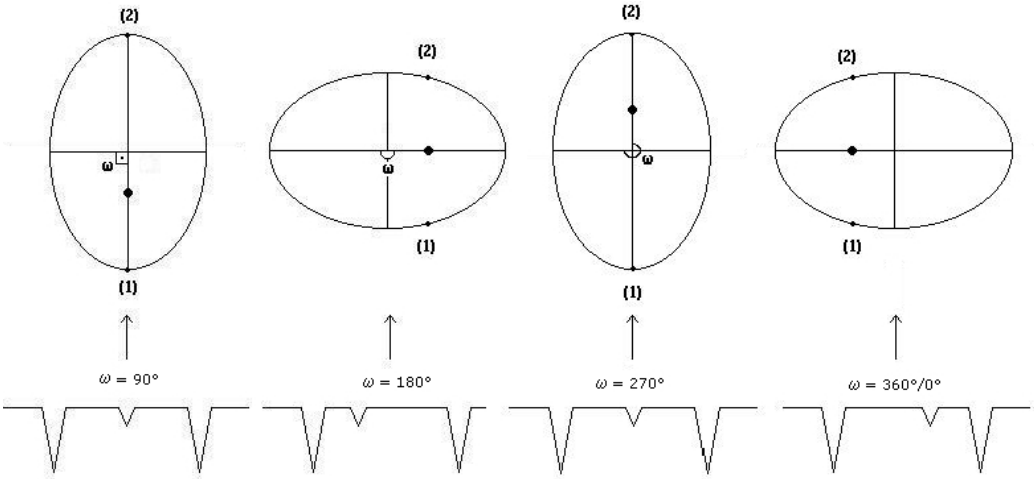
Eğer sistemde eksen dönmesi varsa, ω açısı zamanla değişecektir (Şekil 5).

i) ω = 90° ise: Sisteme tam olarak yarı büyük eksen doğrultusunda bakılmaktadır. Bu durumda, ikinci minimum birinci minimumların tam ortasında görülecektir.

ii) ω = 180° ise: Sisteme, yarı büyük eksen doğrultusuna dik doğrultuda bakılmaktadır. Bu durumda ikinci minimum, birinci minimumların tam olarak ortasına denk gelmemekte, kendisinden önceki birinci minimuma yakın olmaktadır.

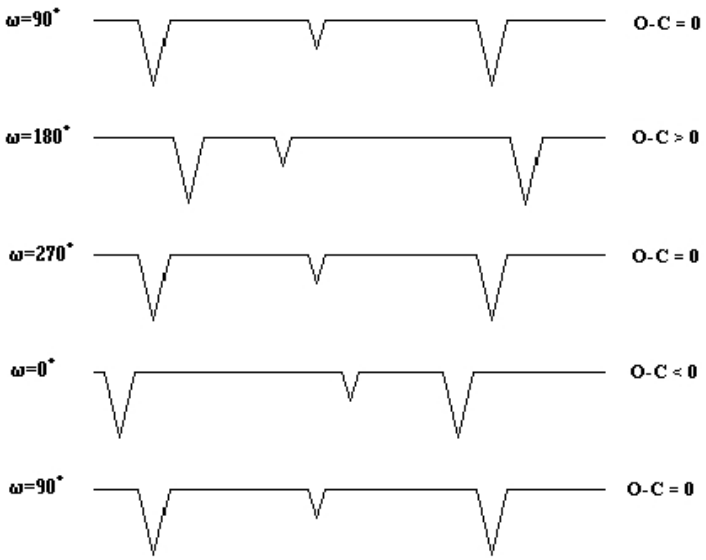
iii) ω = 270° ise: Sisteme yarı büyük eksen doğrultusunda bakılmaktadır. İkinci minimum birinci minimumların tam ortasında görülecektir.

iv) ω = 360° (veya 0°) ise: Sisteme yarı büyük eksene dik doğrultuda bakılmaktadır. İkinci minimum, birinci minimumların tam olarak ortasına denk gelmemekte ve kendisinden sonraki birinci minimuma yakın olmaktadır.

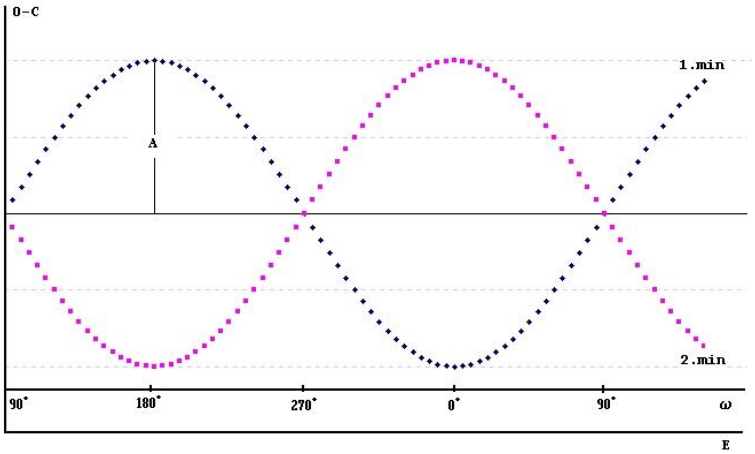


Şekil 5. ω = 90°, 180°, 270° ve 360° (0°) için yörüngenin durumu.

Sonuç olarak, ω açısının 90°, 180°, 270° ve 0° değerleri için ışık eğrisinin biçimi Şekil 6'da, O-C eğrisi ise Şekil 7'de gösterildiği gibi olacaktır.



Şekil 6. ω = 90°, 180°, 270° ve 360° (0°) için ışık eğrisi.



Şekil 7. Eksen dönmesi gösteren bir örten çift sisteminin O-C eğrisi.

Dikkat edilirse, 1. ve 2. minimumlara ait sinüs eğrileri birbirlerine O – C = 0 doğrusuna göre simetrik ve aynı genlikli olmalıdır.

Eksen dönmesine ait parametreler O-C eğrisinden iki farklı yöntemle bulunabilir.

1. yöntem: Eksen dönmesinin O-C'de meydana getirdiği sinüs değişiminin en basit denklemi,

Birinci minimum için: $O - C = B - A \cdot Cos(\omega_0 + \dot{\omega} \cdot E)$ ..... (15)

İkinci minimum için: $O - C = B + A \cdot Cos(\omega_0 + \dot{\omega} \cdot E)$ ..... (16)

şeklindedir. Her iki bağıntıda da, B; düşey eksendeki olası bir kaymayı temsil eden bir sabit, A; sinüs eğrisinin yarı genliği, ω_o; enberi noktasının, başlangıç olarak seçilen *To* anındaki (E = 0) boylamı (*derece* veya *radyan*), $\dot{\omega}$; birim zamanda eksen dönme miktarı (*derece/çevrim* veya *radyan/çevrim*) ve *E*; epoku (çevrim) göstermektedir.

O-C eğrisine birinci ve ikinci minimumlar için (15) ve (16) bağıntıları fit edilerek B, A, ω_o ve $\dot{\omega}$ değerleri belirlenir. B, A, ω_o ve $\dot{\omega}$ değerleri için (O – C) eğrisini en iyi temsil eden, yani

$\sum\left((O-C)_{fit}-(O-C)_g\right)^2$ değerini minimum yapan eğri aranan eğridir. B, A, ω_o ve $\dot{\omega}$ değerleri bulunduktan sonra,

$$A=\frac{P_s\cdot e\cdot(1+\operatorname{cosec} i)}{2\pi} \quad \text{.....} \quad (17)$$

bağıntısı ile çiftin yörünge dışmerkezliği (e),

$$U_{(YIL)}=\frac{360^o\cdot P_a}{\dot{\omega}}\frac{1}{365.25} \quad \text{.....} \quad (18)$$

bağıntısı ile de sistemdeki eksen dönmesinin yıl biriminde dönemi ($U_{(YIL)}$) hesaplanabilir.

Burada çift sistem için sırasıyla, *i*; yörünge eğimi, P_s; yıldızıl (sideral) yörünge dönemi (*gün*) ve P_a; kavuşum (anomalistik) dönemidir (*gün*). P_a aşağıdaki bağıntıdan hesaplanabilir.

$$P_a=\frac{P_s}{1-\dot{\omega}/360^o} \quad \text{.....} \quad (19)$$

2. yöntem: Bir önceki yönteme göre daha hassas bir çözüm, Gimenez ve Garcia-Pelayo (1983)' nun verdiği aşağıdaki bağıntı ile yapılabilmektedir.

$$
\begin{aligned}
T_j &= T_0 + P_S \cdot E + (j-1)\frac{P_a}{2} \\
&+ (2j-3)\frac{e P_a}{2\pi}\left[2+\cot^2 i - \frac{e^2 \cot^2 i}{4}\left\{3-(2+\csc^2 i)\csc^2 i + \frac{e^2}{2}(1-\csc^8 i)\right\}\right]\cos\omega \\
&+ \frac{e^2 P_a}{4\pi}\left[\frac{3}{2}+(\csc^2 i+2)\cot^2 i + e^2\left\{\frac{1}{4}-\cot^2 i + \frac{1}{2}\cot^2 i \csc^4 i\,(2+\csc^2 i)\right\}\right]\sin 2\omega \\
&- (2j-3)\frac{e^3 P_a}{8\pi}\left[\frac{4}{3}+(2+\csc^2 i)\cot^2 i \csc^2 i + 3\cot^2 i + e^2\left\{\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\cot^2 i \csc^4 i(\csc^2 i+1)^2\right\}\right]\cos 3\omega \qquad \text{..... (20)} \\
&- \frac{e^4 P_a}{16\pi}\left[\frac{5}{4}+\cot^2 i\,(4+2\csc^4 i+3\csc^2 i+\csc^6 i)\right]\sin 4\omega \\
&+ (2j-3)\frac{e^5 P_a}{32\pi}\left[\frac{6}{5}+\cot^2 i\,(5+\csc^8 i+2\csc^6 i+3\csc^4 i+4\csc^2 i)\right]\cos 5\omega
\end{aligned}
$$

Burada, $\omega = \omega_0 + \dot{\omega} \cdot E$, j = 1, 2 (birinci minimum için 1, ikinci minimum için 2), P_s; yıldızıl (sideral) yörünge dönemi, P_a; kavuşum (anomalistik) dönemi, e; dışmerkezlik, i ; yörüngenin eğim açısı, T_0 ; başlangıç anı (E= 0), ω_0; T_0 anında enberi noktasının boylamı ve $\dot{\omega}$; eksen dönmesinin miktarıdır (*derece/çevrim*).

Çözümde, $\boldsymbol{T_0}$, $\boldsymbol{P_S}$, $\boldsymbol{e}$, $\dot{\omega}$, $\boldsymbol{\omega_0}$ olmak üzere beş tane bağımsız değişken bulunmakta olup, yöntemin uygulaması öncekiyle benzerdir. Bu beş bağımsız değişkenin değerleri, (20) denkleminden $\sum\left((O-C)_{fit} - (O-C)_g\right)^2$ değerini minimum yapacak şekilde en küçük kareler yöntemiyle belirlenir.

Eksen dönmesinin dönemi (U) ve P_a bir önceki yöntemde anlatıldığı şekilde (18) ve (19) bağıntılarından hesaplanır.

1.4. Eksen dönmesine göreli (relativistik) katkı

Eksen dönmesi gösteren çift yıldız sistemlerinin yörünge dışmerkezlikleri ve bileşenlerin kütleleri dikkate alındığında eksen dönmesine göreceli (relativistik) bir katkının da olduğu bilinmektedir (Gimenez 1985). Göreceli katkı,

$$\dot{\omega}_{rel} = 5.45 \cdot 10^{-4} \frac{1}{1-e^2} \left(\frac{M_1 + M_2}{P} \right)^{2/3} \quad \text{..... (21)}$$

bağıntısı ile (Gimenez 1985) hesaplanabilir. Burada $M_{1,2}$; bileşenlerin kütleleri, P; çiftin yörünge dönemi ve e; çiftin yörünge dışmerkezliğidir.

İç yapı sabiti hesaplanırken kullanılacak olan $\dot{\omega}_{nat}$ değeri,

$$\dot{\omega}_{obs} = \dot{\omega}_{nat} + \dot{\omega}_{rel} \quad \text{..... (22)}$$

bağıntısından hesaplanır.

1.5. İç yapı sabiti

Dışmerkezli yörüngeye sahip çift sistemlerin gözlemlerinden, yıldız evrim modellerinin denetlenmesi için önemli bir parametre olan k_2 iç yapı sabiti hesaplanabilmektedir. k_2 sabitini incelemek için en elverişli yıldızlar eksen dönmesi gösteren çift sistemlerdir. k_2 sabitinin gözlemsel değeri, Claret ve Gimenez (1992) tarafından verilen

$$k_2 = \frac{1}{c_{21} + c_{22}} \frac{P_a}{U} = \frac{1}{c_{21} + c_{22}} \frac{\dot{\omega}}{360°} \quad \text{..... (23)}$$

bağıntısı ile hesaplanır. Burada, P_a ve U aynı birimde alınmalıdır.

c_{21} ve c_{22} ise,

$$c_{2i} = \left[\left(\frac{\omega_i}{\omega_K} \right)^2 \left(1 + \frac{M_{3-i}}{M_i} \right) f(e) + \frac{15 M_{3-i}}{M_i} g(e) \right] \cdot r_i^5 \quad \text{..... (24),}$$

$$f(e) = \left(1 - e^2\right)^{-2} \quad \text{.....} \quad (25),$$

$$g(e) = \frac{\left(8 + 12e^2 + e^4\right) \cdot \ f(e)^{2,5}}{8} \quad \text{.....} \quad (26)$$

bağıntıları ile verilir.

Burada, e; çiftin yörünge dışmerkezliği, $M_{1,2}$; brinci ve ikinci bileşenin $M_{\odot}$ cinsinden kütleleri, $R_{1,2}$; birinci ve ikinci bileşenin $R_{\odot}$ cinsinden yarıçapları, r_i; bileşenlerin kesirsel yarıçapları ve $\frac{\omega_i}{\omega_K}$ oranı; yıldızıların eksenleri etrafındaki açısal dönme hızları ile ortalama yörünge açısal hızlarının oranıdır.

1.6. Bileşenler arası kütle aktarımı

Eğer çift bileşenleri arasında korunumlu kütle aktarımı varsa, sistemin O-C eğrisinde parabolik bir değişim meydana gelir.

Gözlenen minimum zamanları: $O = T_{01} + P_0 \cdot E + A \cdot E^2$ .....(27)

Hesaplanan minimum zamanları: $C = T_0 + P \cdot E$ .....(28)

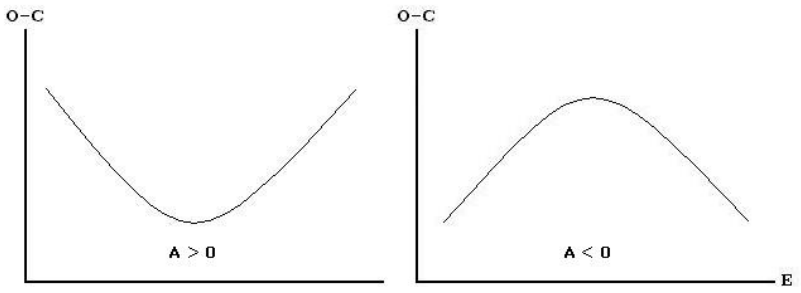
olup, çiftin O-C eğrisi

$$O - C = (T_{01} - T_0) + (P_0 - P) \cdot E + A \cdot E^2 = \Delta T_0 + \Delta P \cdot E + A \cdot E^2 \quad \text{.....} \quad (29)$$

bağıntısı ile temsil edilir. Burada, ΔT_0; T_0 zamanının yanlışlığından kaynaklanan düzeltme (P'yi etkilemez), ΔP; dönemdeki değişim miktarı (çevrim başına) ve A; kütle aktarımı sonucunda dönemde meydana gelen değişimini temsil eden katsayıdır.

a) Eğer A>0 ise; dönem düzgün olarak artıyor demektir. Bu durumda kütle aktarımı kütlece küçük bileşenden büyük bileşene doğrudur.

b) Eğer A<0 ise dönem düzgün olarak azalıyor demektir. Bu durumda ise kütle aktarımının yönü kütlece büyük bileşenden küçük bileşene doğrudur.



Şekil 8. A>0 ve A<0 için O-C eğrileri.

Herbir minimuma karşılık gelen çevrim (E) değerleri bulunduktan sonra O-C noktalarına (29) denklemi fit edilerek ΔT_0, ΔP ve A değerleri belirlenir.

Çevrim başına dönem değişimi ,

$$\frac{dP}{dE} = 2A \ \ (gün/çevrim) \quad \text{.....} \quad (30)$$

bağıntısı ile bulunur. (30) bağıntısı sistemin dönemine bölünürse gün başına dönem değişimi elde edilir:

$$\Delta P_{(g)} = \frac{dP/dE}{P} = \frac{2A}{P} \quad (gün/gün) \quad \text{.....} \quad (31)$$

Dönemin bir yıldaki değişimi ise aşağıdaki bağıntı ile verilir:

$$\Delta P_{(y)} = \frac{2A}{P} 365.25 \quad (gün/yıl) \quad \text{.....} \quad (32)$$

(32) bağıntısı ile bulunan, *gün/yıl* birimindeki dönem değişim miktarı, sistemin dönemine (P) bölünürse $yıl^{-1}$ birimindeki dönem değişme oranı ($\Delta P/P$) elde edilir.

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{2A}{P^2}\, 365.25 \quad (yıl^{-1}) \quad \text{.....} \quad (33)$$

Bileşenler arası kütle aktarımının miktarı (bir yılda Güneş kütlesi cinsinden) ise,

$$\Delta M_1 = \frac{1}{3}\frac{\Delta P}{P}\frac{M_1 \cdot M_2}{M_1 - M_2} \quad (M_\odot/yıl) \quad \text{.....} \quad (34)$$

bağıntısı ile elde edilir.

1.7. Manyetik çevrim nedeniyle dönem değişimi

Manyetik çevrimin etkisi yörünge dönemine çevrimli olarak yansımaktadır. Bu da, O–C eğrisinde kendisini sinüsel bir yapı olarak gösterir. Bu çevrimsel yapının üçüncü cisim etkisinden ayrılabilmesi için bazı kriterler bulunmaktadır. Buna göre,

i) Çift sistemin bileşenlerinden en az biri geç tayf türünden (F, G, K) olmalı.

ii) Manyetik etkinlik çevrimi nedeniyle O–C diyagramında oluşan çevrimli yapıların dönem ve genlikleri 3. cisim etkisi ile oluşanlara göre daha kararsız yapılar gösterir.

iii) Applegate kuramına göre (Applegate 1992), çevrimli dönemin türevinin sıfır olduğu yerlerde (maksimum ya da minimumda) ışık değişimi de ya maksimumdur ya da minimumdur. Kurama göre, sistemin ışınım gücü ve renginde de dönem değişimine benzer bir değişim öngörülmektedir. Yani; O–C değişiminin, ışınım gücü değişiminin ve renk değişiminin dönemleri aynı olmalı, değişimlerden birindeki minimum veya maksimum zamanı diğerlerindeki minimum veya maksimum zamanlarıyla çakışmalıdır. Aktif yıldızın iç katmanları dış katmanlarına göre daha hızlı dönüyorsa, ışık değişimi ile O–C değişimi eş evreli, daha yavaş dönüyorsa ışık değişimi ile O–C değişimi 180° evre farklıdır. Değişim evreleri bu iki duruma da uymuyorsa, çevrimli enerji akışı konvektif katmanı yavaşlatarak,

farklı evrelerde ışınım değişimine neden olmaktadır. Applegate kuramının bir diğer öngörüsü de, aktif yıldızın parlaklığı maksimum olduğunda sistemin renginin en mavi halde olmasıdır (B–V değerinin küçülmesidir).

Dönemi P_{sin} (*gün*) ve yarı genliği A_{sin} (*gün*) olan O–C değişiminden;

$$\frac{\Delta P}{P} = 2\pi \frac{A_{sin}}{P_{sin}} \quad \text{.....} \quad (35)$$

bulunur. Bu değişimi oluşturmak için gerekli ΔJ momentum transferi ise;

$$\Delta J = -\frac{GM^2}{R}\frac{a}{R}\frac{\Delta P}{6\pi} \quad \text{.....} \quad (36)$$

ile verilir. Burada; M ve R manyetik etkinlik gösteren (aktif) bileşenin kütle ve yarıçapı, *a* ise bileşenler arası uzaklıktır.

Kütlesi M_s, yarıçapı R, açısal dönme hızı $\omega_s = \frac{2\pi}{P}$ ve eylemsizlik momenti $I_s = \frac{2}{3} M_s R^2$ olan kabuğa ΔJ momentumunu transfer etmek için gerekli enerji;

$$\Delta E = \omega_d \Delta J + \frac{(\Delta J)^2}{2\, I_{etkin}} \quad \text{.....} \quad (37)$$

bağıntısı ile bulunur. Burada; $\omega_d = \omega_s - \omega_*$ ve $I_{etkin} = \frac{I_s I_*}{(I_s + I_*)}$, yıldızın iç kısmına ilişkin değerlerdir. ω_* ve I_*, yıldızın bütününe ait açısal dönme hızı ve eylemsizlik momentini, ω_d ise kabuğun ve yıldızın açısal dönme hızlarının farkını göstermektedir.

Uygulamalarda $M_s \approx 0.1$ M, dolayısıyla $I_s \approx I_*$ ve $2 I_{etkin} \approx I_s$ alınır. Bu kabuğa ΔJ transferi, kabuğu $\Delta\omega = \frac{\Delta J}{I_s}$ kadar hızlandırmalıdır. Eğer ΔE enerjisinin kaynağı nükleer ışıma ise ve bu

enerji konvektif katmanda tutulmuyorsa, yıldızın ışınım gücünde ΔL kadarlık bir değişim olmalıdır. ΔL;

$$\Delta L = \pi \frac{\Delta E}{P_{sin}} \quad \text{.....} \quad (38)$$

bağıntısından tahmin edilir. Bu tahmini değer gözlemlerle karşılaştırılarak çevrimsel dönem değişiminin manyetik çevrimden kaynaklanıp kaynaklanmadığı irdelenir. Bu değişimlerin gerçekleştiği yıldızın manyetik alan şiddeti;

$$B^2 = 10 \frac{GM^2}{R^4} \left(\frac{a}{R} \right)^2 \frac{\Delta P}{P_{sin}} \quad \text{.....} \quad (39)$$

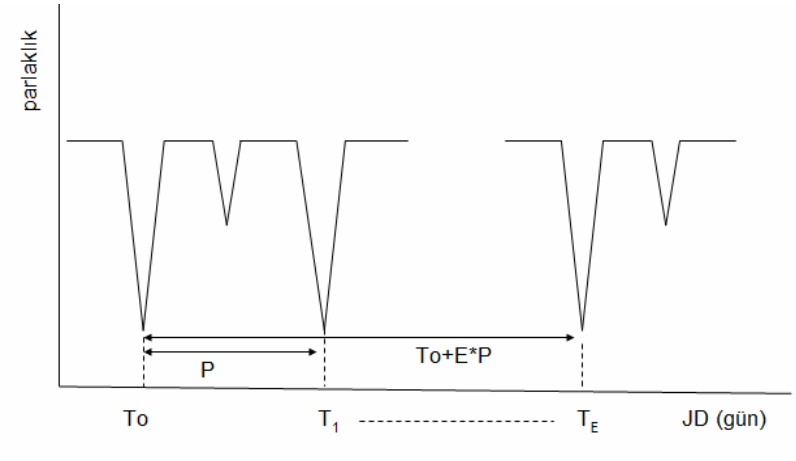
bağıntısından tahmin edilebilir.

2. O-C'NİN OLUŞTURULMASI

Örten çift yıldızlarda yörünge dönemi *P*, örtme ve örtülmelerin tam ortasına gelen minimum zamanları kullanılarak bulunur. Jülyen günü cinsinden iyi belirlenmiş daha derin herhangi bir birinci minimum zamanı, başlangıç zamanı, T_0 (epoch) olarak alınır ve *P* dönemi ile beraber "ışık elemanları" olarak adlandırılır. O halde sistemin herhangi bir minimum zamanı, $C = To + E*P$ bağıntısından tahmin edilebilir. Buradaki *E* sayısı *To* dan sonra geçen çevrim sayısıdır.

Örneğin;
1 çevrim için C = To + 1*P
2 çevrim için C = To + 2*P
E çevrim için C = To + E*P

ifadeleriyle herhangi bir çevrim için minimum zamanın tarihi tahmin edilir.



Şekil 9. Örten çift yıldızlarda çevrim.

Böylece istenilen tarihler için minimum zamanları önceden tahmin edilebilir. Eğer çevrim değerini 0.5 katları şeklinde alırsak ikinci minimum zamanları için tahmin etmiş oluruz, tam katlar bize sadece birinci minimum zamanların tahminini verecektir. Bir sistem için gözlenen minimum zamanları ile hesaplanan minimum zamanların farkı bize O-C değerini verecektir ve bunun zamana göre grafiği ise bize O-C değişim grafiğini verir.

Bir O-C grafiğini oluşturabilmek için aşağıdaki adımlar izlenir;

1 Adım: Sisteme ilişkin literatürden mevcut bütün minimum zamanlar türüne (I. ve II. min zamanları) ve elde edilme yöntemine (CCD gözlemi, fotometrik, fotografik, görsel gibi) göre toplanır. Minimum zamanları için literatürde birçok farklı kaynak vardır, örten çift sistem için mevcut minimum zamanları bu farklı kaynaklardan taranır. Bu kaynaların bazıları; AAVSO, BBSAG, VSNET, VSOLJ, AcA, BRNO, BAV, IBVS, NASA ADS Query servisi gibi veritabanlarıdır ve bu kaynaklar tek tek taranmalıdır. Burada dikkat edilmesi gereken en önemli husus verilen bir minimum zamanı birden fazla kaynakta yer alabilir. Bu yüzden aynı minimum zamanının sadece biri dikkate alınmalıdır. Bir yıldız için yüzlerce hatta binlerce minimum zamanın olabileceği düşünülürse bu tekrarlanmanın önlenmesi için toplanan bütün minimum zamanları en küçük Jülyen gününden en büyük Jülyen gününe göre sıralanmalıdır. Böylece bu sıralamada aynı değere sahip minimum kolayca görülür ve böylece kolayca elimine edilebilir.

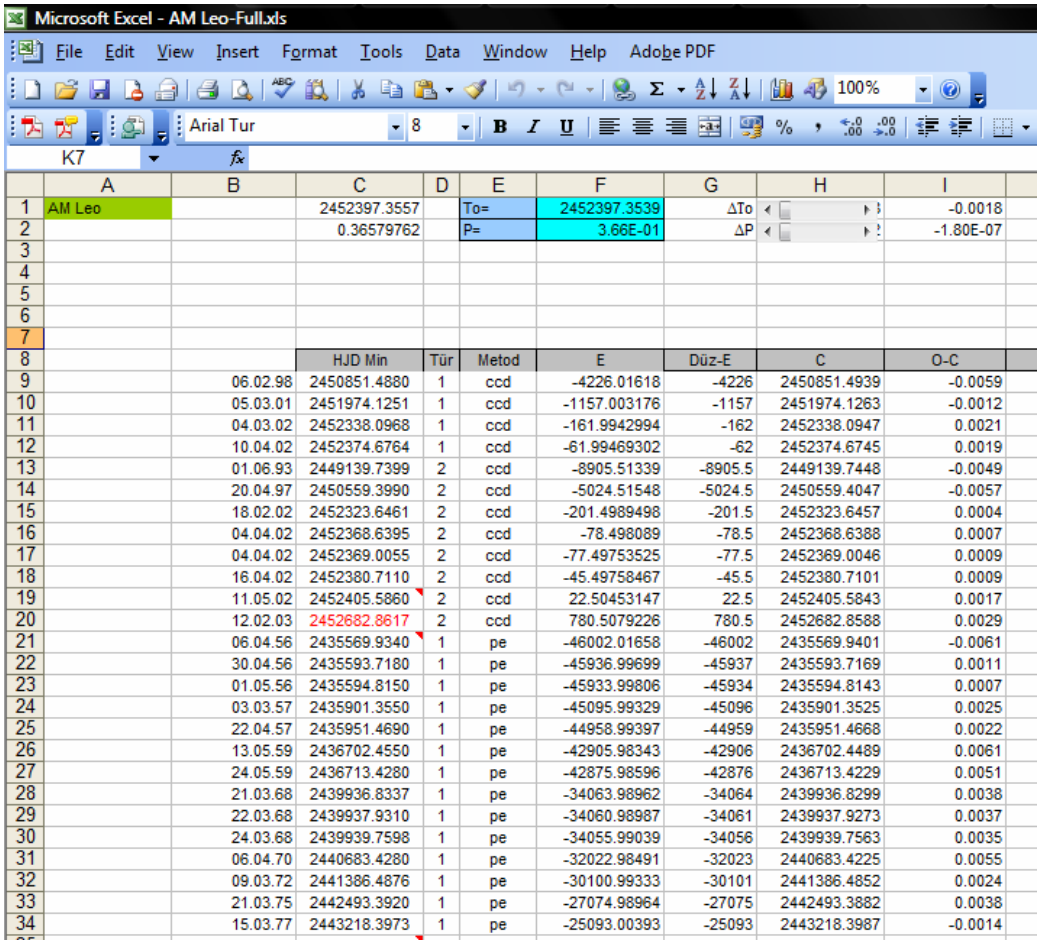
2 Adım: Toplanan minimum zamanlarından bir tane başlangıç referans minimumu (*To*) ve başlangıç dönemi olarak seçilir. Bu referans ışık elemanlarına göre bütün minimum

zamanların herbiri için çevrim değerleri hesaplanır (*E=(T-To)/P* burada *T* toplanan minimum zamanı, *To* referans alınan minimum ve *P* referans alınan dönemdir).

3 Adım: Eğer çift sistemin döneminde herhangi bir değişim yoksa çevrim değerleri minimum türüne göre tam sayı (I. min) veya 0.5 (II. min) ondalıklı sayının tam katları şeklinde çıkmalıdır. Örneğin 32145, 23456, 1236.5, 3254, 230, 314.5 gibi. Ancak çiftin döneminde herhangi bir değişim varsa, çevrim değerleri ondalıklı sayılar olarak karşımıza çıkacaktır. Bulunan çevrim değerleri minimum türüne göre yuvarlanır ve bunlar bizim teorik çevrim değerlerimiz olur. Örneğin, hesaplama sonucu çevrim değeri 234.134 çıkmış ve I. min ait bir minimum zamanı ise, yuvarlama işlemi ile bu değer 234 olarak yuvarlanır. Bir başka örnek, çevrim 5789.345 çıkmış ve II. min ait bir minimum ise yuvarlama işlemi ile bu değer 5789.5 olarak dikkate alınır. Bu şekilde bütün minimum zamanların çevrim değerleri minimum türüne göre yuvarlanır.

4 Adım: Yuvarlanmış çevrim değerlerine göre teorik minimum zamanları hesaplanır. Buna göre *C=To+E(yuvarlanmış)*P* ile her bir çevrim için teorik minimum zamanları yeniden bulunur.

5 Adım: Son adımda gözlenen minimum zamanları ile bu düzeltilmiş çevrim değerleriyle hesaplanmış minimum zamanların farkı alınır (O-C). Böylece herbir çevrim için O-C farkları elde edilmiş olur. O-C farkları yuvarlatılmış çevrim değerlerine (E') göre grafiği çizilir, buna da O-C grafiği denir. Aşağıdaki Şekil 10'de bu adımlara ilişkin bir örnek verildi.

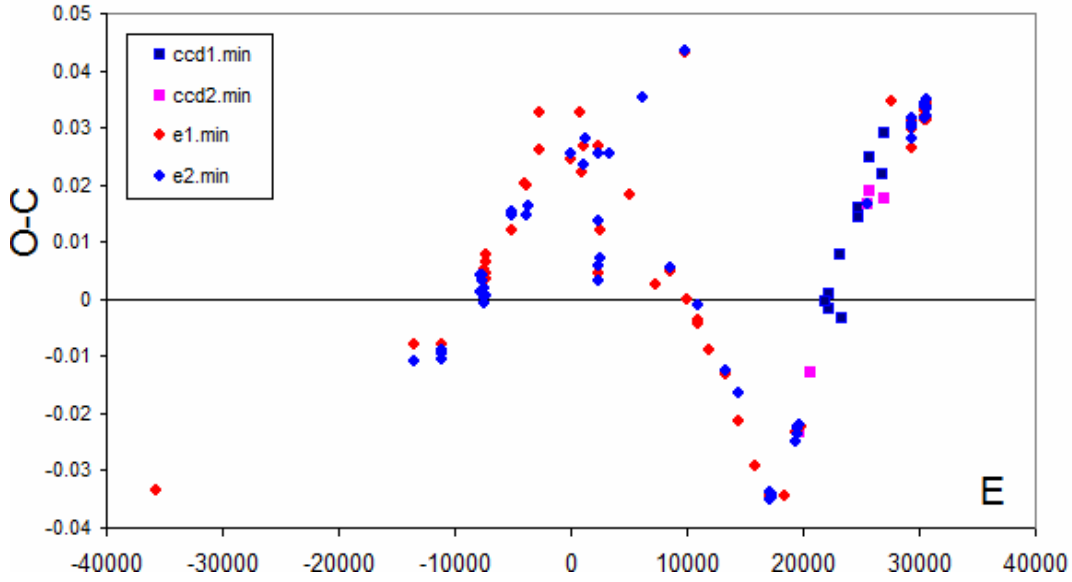


Microsoft Excel - AM Leo-Full.xls

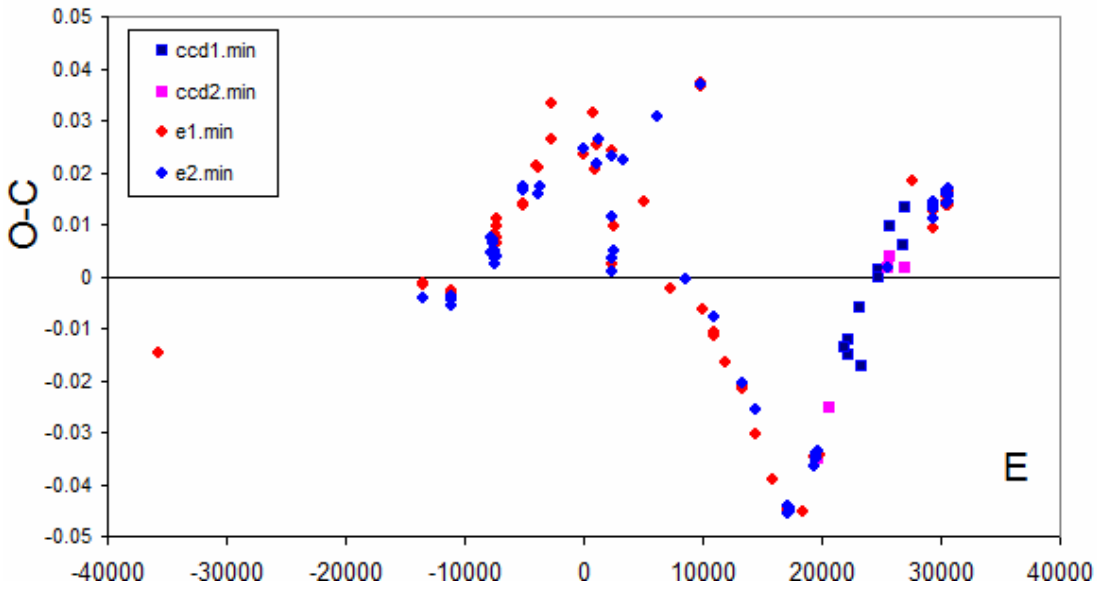
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	AM Leo		2452397.3557		To=	2452397.3539	ΔTo		-0.0018
2			0.36579762		P=	3.66E-01	ΔP		-1.80E-07
3									
4									
5									
6									
7									
8			HJD Min	Tür	Metod	E	Düz-E	C	O-C
9		06.02.98	2450851.4880	1	ccd	-4226.01618	-4226	2450851.4939	-0.0059
10		05.03.01	2451974.1251	1	ccd	-1157.003176	-1157	2451974.1263	-0.0012
11		04.03.02	2452338.0968	1	ccd	-161.9942994	-162	2452338.0947	0.0021
12		10.04.02	2452374.6764	1	ccd	-61.99469302	-62	2452374.6745	0.0019
13		01.06.93	2449139.7399	2	ccd	-8905.51339	-8905.5	2449139.7448	-0.0049
14		20.04.97	2450559.3990	2	ccd	-5024.51548	-5024.5	2450559.4047	-0.0057
15		18.02.02	2452323.6461	2	ccd	-201.4989498	-201.5	2452323.6457	0.0004
16		04.04.02	2452368.6395	2	ccd	-78.498089	-78.5	2452368.6388	0.0007
17		04.04.02	2452369.0055	2	ccd	-77.49753525	-77.5	2452369.0046	0.0009
18		16.04.02	2452380.7110	2	ccd	-45.49758467	-45.5	2452380.7101	0.0009
19		11.05.02	2452405.5860	2	ccd	22.50453147	22.5	2452405.5843	0.0017
20		12.02.03	2452682.8617	2	ccd	780.5079226	780.5	2452682.8588	0.0029
21		06.04.56	2435569.9340	1	pe	-46002.01658	-46002	2435569.9401	-0.0061
22		30.04.56	2435593.7180	1	pe	-45936.99699	-45937	2435593.7169	0.0011
23		01.05.56	2435594.8150	1	pe	-45933.99806	-45934	2435594.8143	0.0007
24		03.03.57	2435901.3550	1	pe	-45095.99329	-45096	2435901.3525	0.0025
25		22.04.57	2435951.4690	1	pe	-44958.99397	-44959	2435951.4668	0.0022
26		13.05.59	2436702.4550	1	pe	-42905.98343	-42906	2436702.4489	0.0061
27		24.05.59	2436713.4280	1	pe	-42875.98596	-42876	2436713.4229	0.0051
28		21.03.68	2439936.8337	1	pe	-34063.98962	-34064	2439936.8299	0.0038
29		22.03.68	2439937.9310	1	pe	-34060.98987	-34061	2439937.9273	0.0037
30		24.03.68	2439939.7598	1	pe	-34055.99039	-34056	2439939.7563	0.0035
31		06.04.70	2440683.4280	1	pe	-32022.98491	-32023	2440683.4225	0.0055
32		09.03.72	2441386.4876	1	pe	-30100.99333	-30101	2441386.4852	0.0024
33		21.03.75	2442493.3920	1	pe	-27074.98964	-27075	2442493.3882	0.0038
34		15.03.77	2443218.3973	1	pe	-25093.00393	-25093	2443218.3987	-0.0014

Şekil 10. Microsoft Excel'de O-C çalışma sayfası.

Minimum zamanları genellikle uzun aralıklarla düzensiz elde edilmiş olması sonucu ışık elemanları (*To* ve *P*) ve özellikle dönemin doğru bulunması zordur. Yani O-C grafikleri elde edildiklerinde sıfır değeri civarında dönem karakteristiğine göre bir dağılım göstermesi beklenmektedir. Ancak referans alınan *To* ve *P* değerleride hatalı ve doğru belirlenmemiş olabilir. Bu nedenle dağılım sıfır değerinden oldukça sapmış olarak karşımıza çıkabilir. Bu etkiyi düzeltebilmek için referans alınan *To* ve *P* değerleri için *ΔTo* ve *ΔP* düzeltmesi yapılır. Buna göre gerçek ışık elemanları *To*+ *ΔTo* ve *P*+ *ΔP* şeklinde olmalıdır. Yukarıdaki Şekil 10'da örnek bir yıldız için düzeltme terimleri I1 ve I2 hücrelerinde gösterildi. Gerçek ışık elemanları ise C1+I1 ve C2+I2 olacak şekilde F1 ve F2 hücrelerinde gösterilmiştir. Eğer ışık elemanlarında düzeltme yapılmasaydı, Şekil 11'de verilen O-C grafiği Şekil 12'deki gibi karşımıza çıkmış olacaktı. Her iki grafiğe dikkatli bakıldığında Şekil 11'deki O-C grafiği sıfır doğrultusu etrafında bir dağılım gösterirken, Şekil 12'deki O-C grafiği ise sıfır doğrultusundan sapmış ve aşağıya doğru eğim gösteren bir dağılıma sahiptir.



Şekil 11. Düzeltilmiş ışık elemanlarına göre O-C eğrisi.



Şekil 12. Hatalı ışık elemanlarına göre O-C eğrisi.

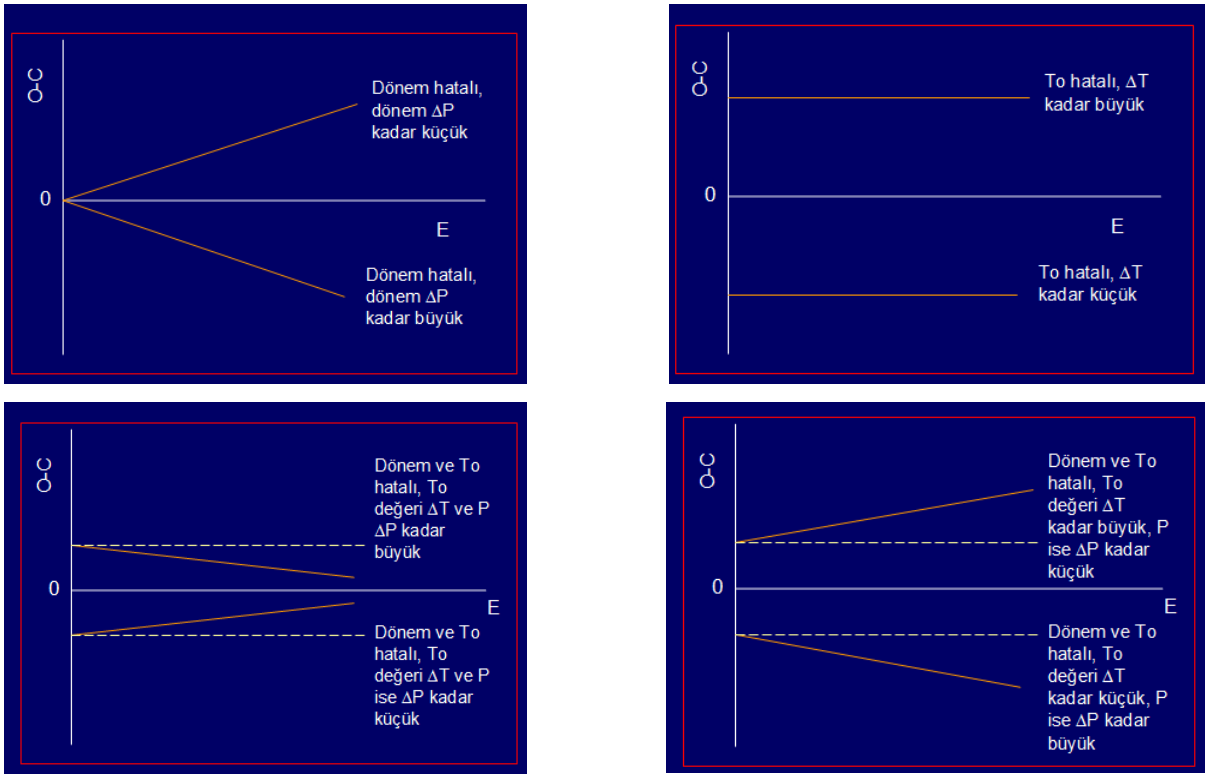
2.1. O-C Analizi

Çiftin döneminde herhangi bir değişimden doğan O-C eğrisi, değişimi meydana getiren mekanizmayı yansıtacak şekilde çeşitli karakteristik yapılar gösterecektir. Buna göre yukarıda anlatılan mekanizmalara göre O-C eğrisi kuramsal olarak modellenir ve değişime ilişkin parametreler saptanır. Ancak bir O-C eğrisinde görülen değişimlerin nedeni her zaman sistemde bir dönem değişimi meydana geldiğini göstermez. Eğer O-C

değerlerinin çevrim sayısına göre (E) türevlendiğinde çıkan sonuç halen çevrime göre türevlenebilirse (sabit değilse) o zaman gerçek dönem değişiminden bahsetmek mümkündür.

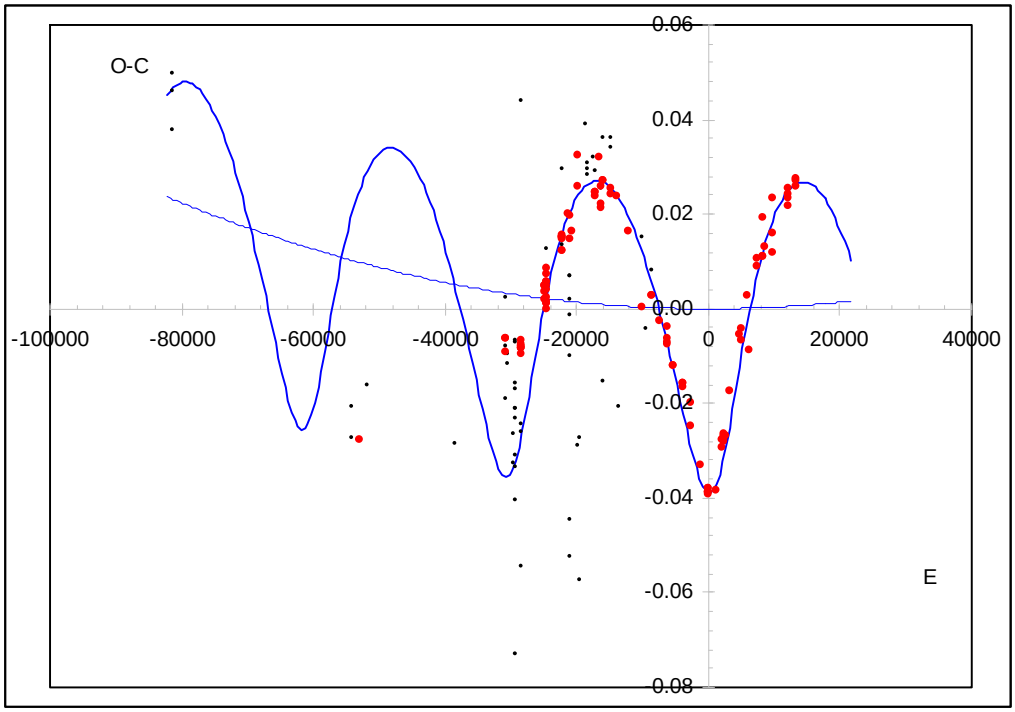
$$\frac{d(O-C)}{dE} = \Delta P$$

Aşağıdaki dört şekilde olduğu gibi O-C değişimi bu tarz değişimler gösteriyorsa bunlar gerçek dönem değişimini yansıtmaz, yani yukarıdaki ifadenin türevi daima sabit bir değer çıkacaktır.

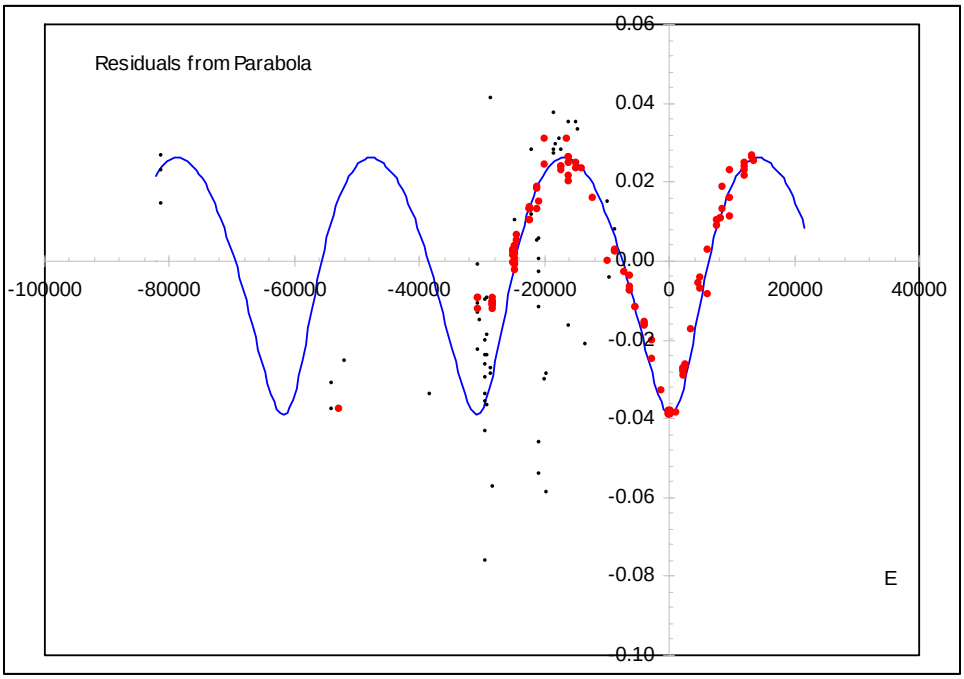


Şekil 13. O-C eğrisinde gerçek dönem değişimini yansıtmayan durumlar.

Bir O-C eğrisi tek bir çeşit dönem değişim karakteristiği gösterebileceği gibi birden fazla dönem değişim karakteristiği gösterebilir. Örneğin ışık-zaman etkisinden kaynaklanan dönem değişimi yanısıra kütle aktarımdan doğan bir dönem değişimi de gösterebilir. Aşağıdaki Şekil 14 ve Şekil 15 te bu duruma ilişkin bir örnekler verildi.



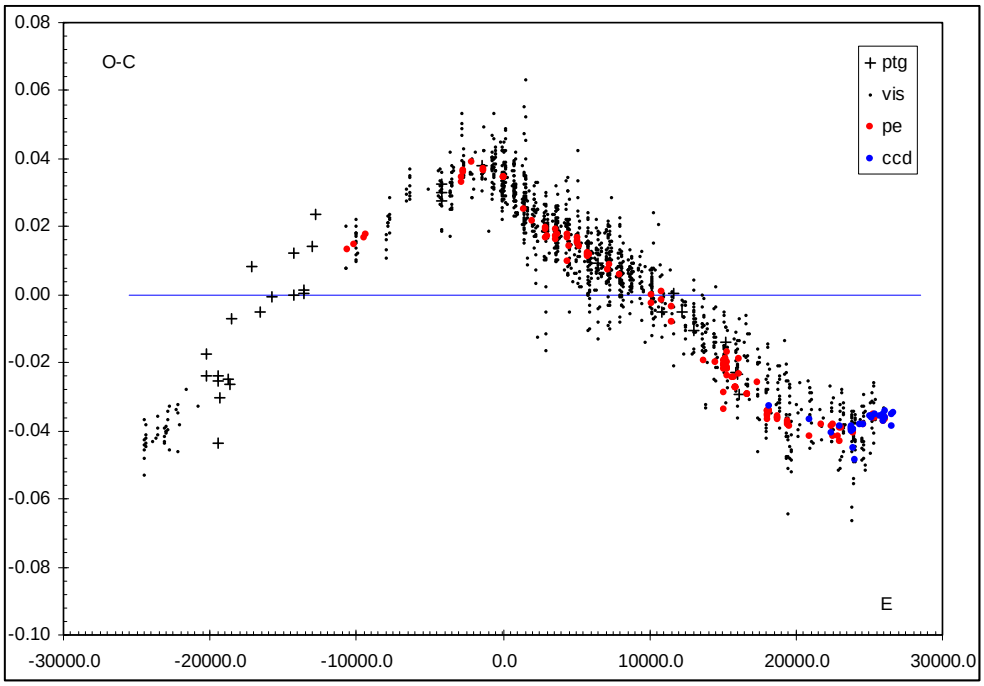
Şekil 14. Kütle aktarımı ve ışık-zaman etkisinden kaynaklanan dönem değişimi.



Şekil 15. Kütle aktarımı çıkartıldığında geriye ışık-zaman etkisinin neden olduğu dönem değişimi kalır.

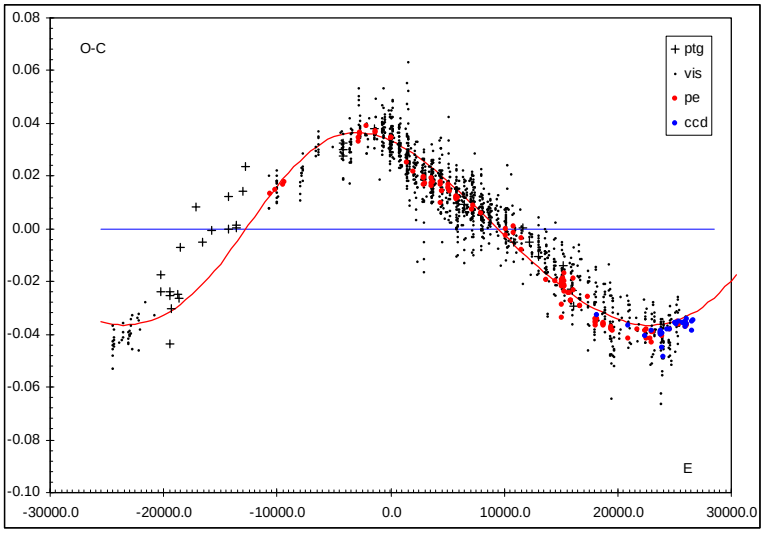
Eğer bir O-C eğrisi birden fazla dönem değişim karakteristiği gösteriyorsa her bir dönem değişim karakteristiği yukarıda anlatılan dönem değişim karakteristiklerine göre ayrı ayrı

modellenir. Örneğin aşağıdaki Şekil 15'te O-C eğrsi verilen sistemin dönem değişimi şu şekilde modellenir;



Şekil 16. OO Aql'nın O-C eğrisi.

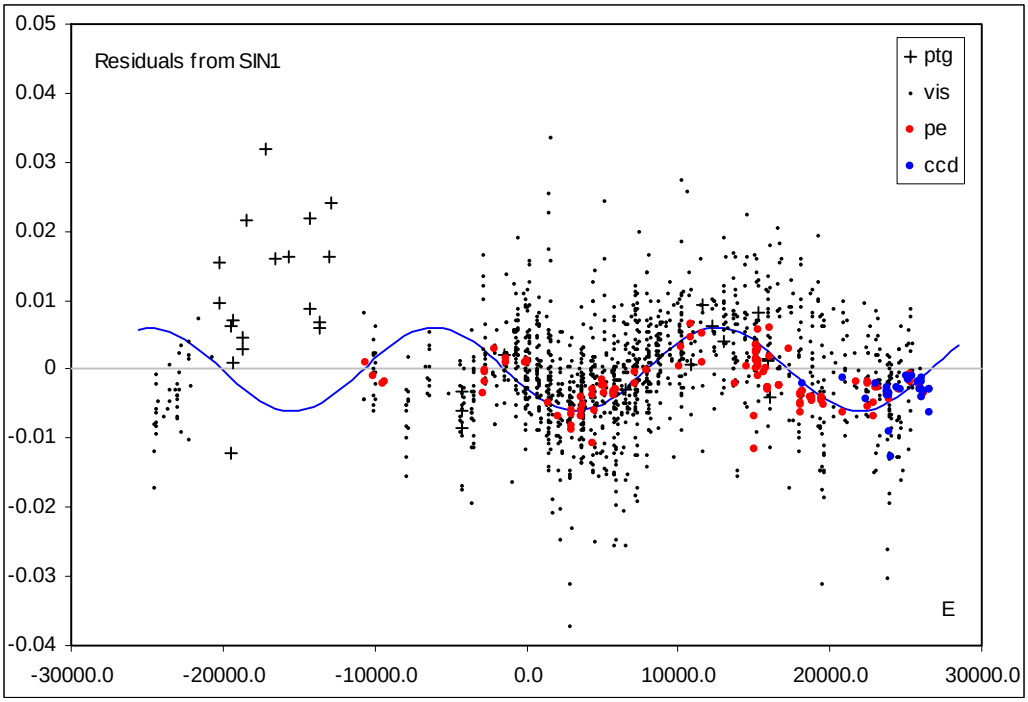
a. Sinüsel bir değişim gösteren O-C eğrisine ilk olarak dönem değişim karakteristiğine uygun olan ışık-zaman etkisi kaynaklı bir fit yapılır (Şekil 17).



Şekil 17. O-C eğrisi ve sinüs fiti.

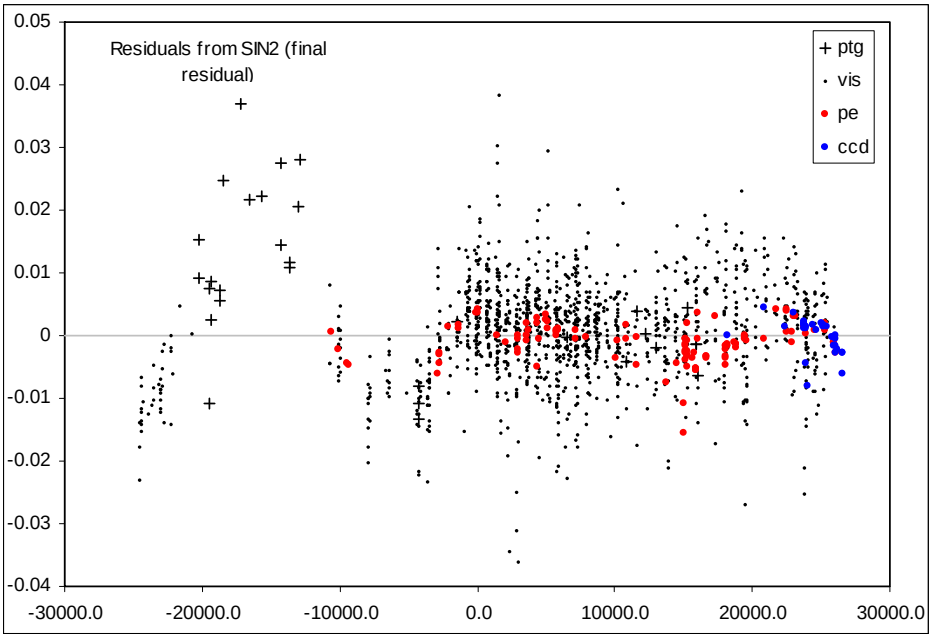
b. Sinüsel fitten olan farklar bulunur. Eğer bu fark değerleri çizdirildiğinde herhangi bir değişim görülmiyorsa dönem değişimi sadece bir tek ışık zaman etkisinden

kaynaklandığını söyleyebiliriz. Ancak fark değerleri bir değişim gösteriyorsa bu fark değerleri için dönem değişim karakteristiğine uygun olarak ikinci bir dönem analizi yapılır. Bu örnekte sinüsel fitten arta kalan artıklar çizdirildiğinde Şekil 18' de açıkça görülebileceği gibi ikinci bir sinüsel değişim göstermektedir. Bu nedenle bu artıkları için uygun olan ikinci bir sinüsel (ışık-zaman etkisi) fiti daha yapıldı.



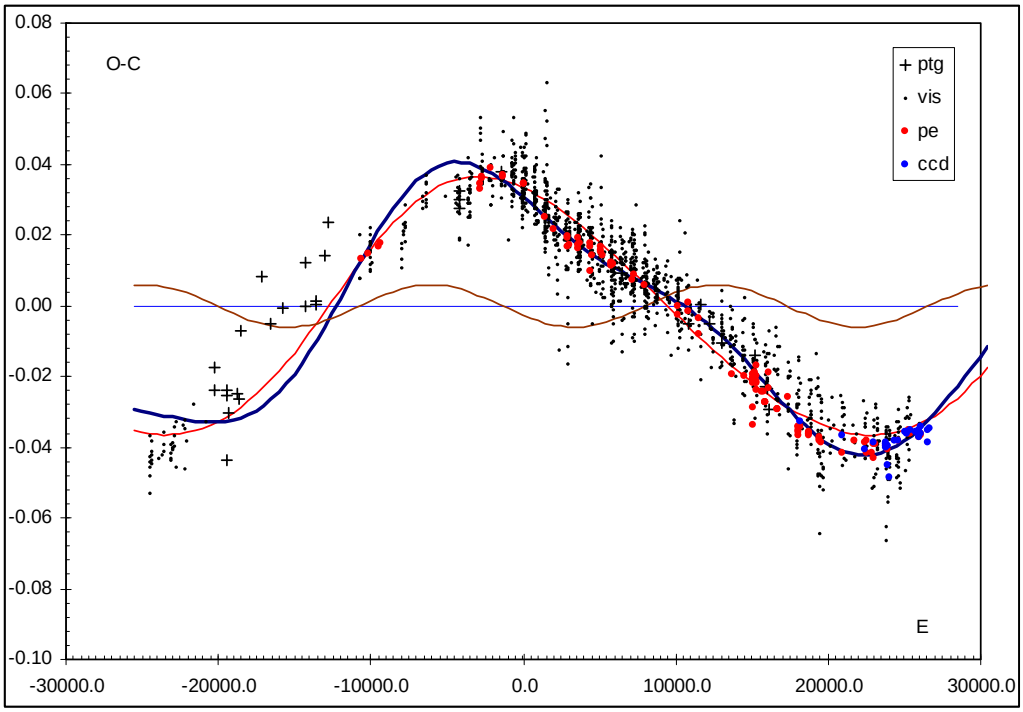
Şekil 18. Birinci sinüs fitinden olan artıklar ve ikinci sinüs fiti.

c. Birinci sinüsten arta kalan artıklar için yapılan ikinci sinüs fitinden sonra yeniden artıklara bakılır. İkinci sinüsten olan artıklar çizdirilir. Bir önceki madde de bahsedildiği gibi, eğer bu ikinci artıklarda dönemli bir değişim gösteriyorsa bu ikinci artıklar için de dönem değişim karakteristiğine uygun olarak üçüncü bir dönem analizi daha yapılır. Ancak herhangi bir dönem değişimi yoksa analiz bu aşamada sonlandırılır ve O-C değişimi iki dönem değişimi ile modellenmiş olur. Verilen örnek için baktığımızda ikinci sinüsten arta kalan artıklar bir dönem değişimi göstermemektedir (Şekil 19).



Şekil 19. İkinci sinüsten olan artıklar.

d. Verilen örnek yıldız için O-C eğrisi iki sinüs fiti ile (ışık-zaman etkisi) modellendi. Her sistem için dönem değişim karakteristiği farklıdır. Dolayısıyla kimi sistemlerde O-C eğerisi, tek bir sinüs fiti, bir tek sinüs fiti ve kütle akatarım fiti, sinüs fiti ve eksen dönmesi fiti, veya sadece eksen dönemsi fiti, kütle aktarım ve eksen dönmesi fiti gibi çeşitlilikler gösterebilir. Hatta, üç sinüs fiti, iki sinüs fiti ve tek bir kütle aktarım fiti, iki sinüs fiti ve bir tek manyetik etkinlikten kaynaklanan fit gibi özel durumlar karşımıza çıkabilir. Kısacası dönem değişimi bir çok farklı mekanizmaları içeren farklı kombinasyonlarda olabilir. Doğru ve gerçekçi bir O-C analizi için sistemin literatür bilgisi iyi taranmalı ve sistemin sıcaklık, kütle, yarıçap gibi temel fiziksel parametreleri iyi belirlenmiş olmalıdır. Verilen örnekte olduğu gibi O-C eğrisindeki iki sinüsel fiti tek bir fit eğrisi ile gösterilebilir (Şekil 20), bunun için iki teorik sinüsel fit (teorik O-C=Sin1+Sin2) toplanır. Birden fazla dönem değişim karakteristiği gösteren durumlarda da her bir fit toplanarak tek bir teorik O-C eğrisi elde edilebilir (örneğin, Parabol+Sin1, Parabol+sin1+sin2 gibi).



Şekil 20. Çift dönem değişim karakteristiği gösteren O-C eğrisi. Büyük genlikli ve ince düz çizgi ile gösterilen sinüsel fit birinci ışık zaman etkisini, küçük genlikli sinüsel fit ikinci ışık zaman etkisini, ve kalın çizgi ile gösterilen eğri iki sinüs eğrisinin toplamıdır.

KAYNAKLAR

Applegate, J.H. 1992. Magnetic Activity and Orbital Period Modulation in Close Binaries. Seventh Cambridge Workshop on Cool Stars, Stellar Systems and the Sun, ASP Conference series, 26, 343.

Claret, A., Gimenez, A. 1992. Evolutionary Stellar Models Using Rogers & Iglesias Opacities, with Particular Attention to İnternal Structure Constants. A&AS, 96, 255.

Gimenez, A. 1985. General-Relativistic Periastron Advances in Eclipsing Binary Systems. AJ, 297, 405.

Gimenez, A., Garcia-Pelayo, J.M. 1983. A New Method for the Analysis of Apsidal Motions in Eclipsing Binaries. Ap&SS, 92, 203.

Irwin, J.B. 1959. Standard Light-Time Curves. AJ, 64, 149.

Mayer, P. 1990. Eclipsing Binaries with Light-Time Effect. BAICz., 41, 231.