

## 5. BORULARDAKİ VİSKOZ (SÜRTÜNMELİ) AKIM

### 5.1. Boru Akımının Genel Özellikleri

Bu konuda; kütle, momentum, enerji ve diğer temel eşitliklerin borulardaki ve kanallardaki viskoz sıkıştırılmaz akışkanlara uygulanmasını göreceğiz. Borulardaki viskoz akım vücudumuzdaki damarlarda akan kandan, petrol boru hatlarındaki petrole kadar pek çok alanda kendini göstermektedir. Sulama ve içme sularının iletimi, kalorifer sularının dolaşımı gibi konular viskoz akımın ilgi alanına girmektedir.

Borulardaki viskoz akım incelenirken boru yuvarlak ve tam dolu kabul edilir. Uygulamada kullanılan borular genelde yuvarlak olur. Yuvarlak olmayan borular çoğunlukla ısıtma ve hava iklimlendirme borularıdır. Tam dolu borularda akışkanı ivmelendiren, boruda meydana gelen basınç farkıdır. Tam dolu olmayan borulardaki akış açık kanal akımlarıdır ve hareketi sağlayan kuvvet yerçekimi kuvvetidir(Munson vd. 1994).

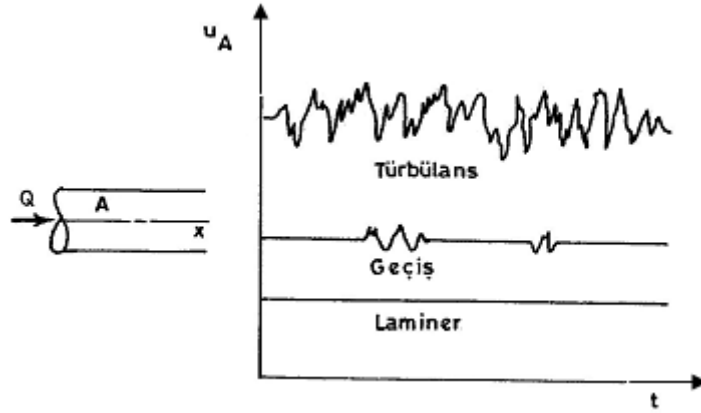
### 5.2. Akım Tipleri

İngiliz bilim adamı ve matematikçisi olan Osborne Reynolds (1842–1912) akımı üçe ayırmıştır. Bunlar laminer, geçiş ve türbülans akımdır. Akımın tipini belirlerken bir boruda akan akışkanın verisini ve dolayısıyla hızını değiştirerek, akışkana verilen boyanın zamana göre gelişimini incelemiştir. Laminer akımda sıvıya verilen boya maddesinin şekli zamanla bozulmamış bir iplikçik gibi kalmıştır. Geçiş akımında borudaki akışkan verisi biraz artırıldığında boyanın izlediği yörüngede hafif değişimler gözlenmiş, verdi daha da artırıldığında boyanın hemen dağıldığı ve rastgele (gelişigüzel) bir hareket yaptığı ve türbülans akımın oluştuğu görülmüştür.

Laminer akımda hızın tek bir bileşeni vardır. O da yatay bileşendir ( $\vec{V} = u\vec{i}$ ). Türbülans akımda üç ekseninde hız bileşeni vardır ve bu akımı gözümüzle takip etmek zordur. Tamamen gelişigüzel ve düzensiz akım olup nasıl bir hareket yapacağı bilinmemektedir (Şekil 5.1).

Geçiş akımı laminer de olabilir türbülans da. İki akım tipi arasındadır. Laminer ve türbülans olarak değerlendirilebilir.

Laminer akımda bir noktadaki akış karakteristikleri (hız, ivme, basınç, kayma gerilmesi v.b) zamanla sabittir. Laminer akım, birbiri üzerinde kayan tabakalar halinde oluşan ve tabakalar arasında momentum alışverişi bulunmayan çalkantısız akımdır. Türbülans akım ise tabakalar arasında momentum alışverişinin bulunduğu çalkantılı akım olarak tanımlanabilir. Akımın tipini yalnızca hız belirlemez, özgül kütle, viskozite ve boru çapının da etkisi vardır. Reynolds akım tipinin belirlenmesinde; boyutsuz bir parametre tanımlamıştır. Bu parametre atalet kuvvetlerinin viskoz kuvvetlere bölünmesiyle elde edilen *Reynolds Sayısı*'dir.



Şekil 5.1. Akım tipleri ve zamana bağlı hız değişimi (Munson vd. 1994)

$$\text{Reynolds sayısı} = \text{Re} = \frac{\text{Atalet kuvvetleri}}{\text{Viskoz (sürtünme) kuvvetleri}} = \frac{\rho \cdot V \cdot D}{\mu} = \frac{V \cdot D}{\nu} \quad (\text{Ilgaz vd.1993}).$$

- Re : Reynolds sayısı (-),
- $\rho$  : Akışkanın özgül kütlesi ( $\text{kg/m}^3$ ),
- V : Akışkanın hızı ( $\text{m/s}$ ),
- D : Boru çapı (m),:
- $\mu$  : Akışkanın dinamik (mutlak) viskozitesi ( $\text{Pa.s}$ ),
- $\nu$  : Akışkanın kinematik viskozitesi ( $\text{m}^2/\text{s}$ )'dir.

Reynolds sayısının büyüklüğüne göre akım tipi aşağıdaki gibi belirlenir(Munson vd. 1994).

Reynolds Sayısı	Akım Tipi
$\text{Re} < 2100$	Laminer
$2100 < \text{Re} < 4000$	Geçiş
$\text{Re} > 4000$	Türbülans

Non-Newtoniyen akışkanlarda Reynolds Sayısı akım davranış indeksi (n) ve koyuluk indeksine (K) bağlı olarak aşağıdaki gibi bulunur (Toledo 1991).

$$\text{Re} = \frac{8(V^{2-n})(D/2)^n \rho}{K \left( \frac{3n+1}{n} \right)^n}$$

### 5.3. Giriş Bölgesi ve Tam Gelişmiş Akım

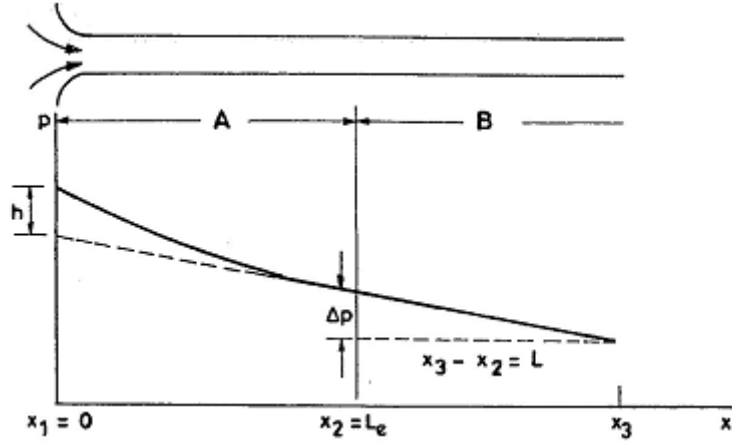
Bir depodan bir boruya akışkanın girişinde hız profili hemen hemen homojendir (Şekil 5.2'de 1). Akışkan boruda ilerledikçe sürtünme nedeniyle



yataysa hidrostatik basınç ihmal edilir. Giriş bölgesindeki basınç gradyenti ( $\partial P/\partial x$ ), tam gelişmiş akım bölgesindeki basınç gradyentinden daha büyüktür. Tam gelişmiş akım bölgesinde ise basınç gradyenti sabit olup;

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\frac{\Delta P}{L} < 0$$

ilişkisi vardır. Yatay borudaki basınç dağılımı Şekil 5.3'de verilmiştir.



Şekil 5.3. Yatay boruda basınç dağılımı (A: giriş bölgesi, B: tam gelişmiş akım bölgesi, h: giriş basınç düşümü) (Munson vd. 1994)

#### 5.4. Tam Gelişmiş Laminer Akım

Tam gelişmiş akım bölgesinde bilindiği gibi hız profili her yerde sabittir. Hız profilinin bilinmesi basınç durumu, yük kaybı, v.b karakteristiklerin bilinmesine neden olur. Laminer akımda tam gelişmiş akım bölgesi için pek çok analiz yöntemi geliştirilmiştir. Bunları şöyle sıralamak olanaklıdır (Munson vd.1994).

- F=ma'nın doğrudan akışkan elementine uygulanması,
- Navier-Stokes hareket denklemleri,
- Boyutsuz analiz yöntemi.

F= ma 'nın doğrudan akışkan elementine uygulanmasıyla hem laminer ve hem de türbülans akımda bir borudaki akışa aşağıdaki denklemler uygulanabilir (Sleigh 2001, McDonough 2009).

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{2\tau}{r}$$

$$\tau = \frac{2\tau_w r}{D}$$

$$\Delta P = \frac{4L\tau_w}{D}$$

Bu eşitliklerde;

$\Delta P$ : Basınç düşümü (Pa),

$L$  : İlgili boru uzunluğu (m),

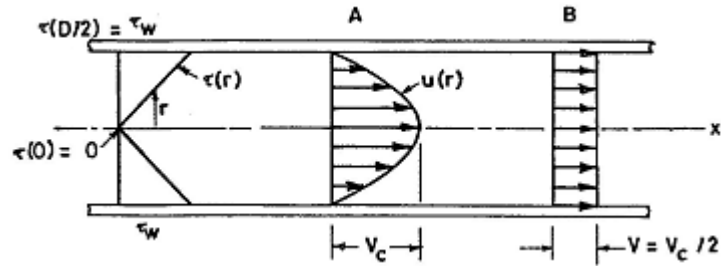
$\tau$  : Borudaki kayma gerilmesi (Pa),

$r$  : Boru merkezinden boru duvarına (çeperine) olan radyal uzaklık olup boru merkezinde  $r = 0$  ve boru duvarında  $r = D/2$ 'dir.

$\tau_w$  : Boru duvarındaki ( $r = D/2$ ) duvar (çeper) kayma gerilmesidir (Pa),

$D$  : Boru çapı (m)'dir.

Borudaki akımın durumu, akımın tipine dolayısıyla kayma gerilmelerinin farklılığına bağlıdır. Laminer akımdaki kayma gerilmesi moleküller arasındaki momentum transferinden kaynaklanırken, türbülans akımda kayma gerilmesi sonlu küçük akışkan tanecik demetleri arasındaki momentum transferinden meydana gelmektedir. Eşitliklerde görüldüğü gibi kayma gerilmesi boru merkezinden boru duvarına olan radyal uzaklıkla ( $r$ ) doğru orantılıdır. Bu durum Şekil 5.4'de görülmektedir. Yine Şekil 5.4'de laminer hız profili ile ideal (sürtünmesiz) hız profili verilmiştir.



**Şekil 5.4.** Borudaki kayma gerilmesi dağılımı ve hız profilleri (A: laminer hız profili, B: ideal hız profili,  $V_c$ : maksimum hız,  $V$ : ortalama hız)

Newtoniyen laminer akışkanda daha önceki konularda da incelendiği gibi kayma gerilmesi;

$$\tau = -\mu \frac{du}{dr}$$

ile bulunur (Hewakandamby 2012). Negatif işaret  $\tau > 0$  ve  $du/dr < 0$  olduğunu göstermek içindir. Yani hız borunun merkezinden borunun duvarına doğru azalmaktadır. Hız azalırken kayma gerilmesi artmakta ve her zaman pozitif olmaktadır. Laminer akımdaki hız profilinin denklemi aşağıdaki gibidir (Çengel ve Cimbala 2008).

$$u(r) = \left( \frac{\Delta P \cdot D^2}{16 \mu \cdot L} \right) \left[ 1 - \left( \frac{2r}{D} \right)^2 \right] = V_c \cdot \left[ 1 - \left( \frac{2r}{D} \right)^2 \right]$$

Bu denklemde görüldüğü gibi boru merkezindeki akışkan hızı ( $V_c$ );

$$V_c = \frac{\Delta P \cdot D^2}{16 \mu \cdot L}$$

ile hesaplanmaktadır. Hız dağılımı duvar kayma gerilmesine bağlı olarak da yazılabilir.

$$u(r) = \frac{\tau_w \cdot D}{4 \mu} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right]$$

Bu eşitlikte;  $R = D/2$ 'dir ve boru yarıçapıdır.

Bu hız profili denkleminin çizimi Şekil 5.4'de verilmiştir. Boru duvarında hız minimumdur. Yaklaşık olarak sıfırdır. Eğer ortalama hızı ( $V$ ), verinin kesit alanına bölümüyle elde edersek aşağıdaki eşitlikleri yine laminer akım için yazabiliriz (Çengel ve Cimbala 2008, White vd. 2012).

$$V = \frac{\pi R^2 \cdot V_c}{2 \cdot \pi R^2} = \frac{V_c}{2} = \frac{\Delta P \cdot D^2}{32 \mu \cdot L}$$

$$Q = \frac{\pi \cdot D^4 \cdot \Delta P}{128 \mu \cdot L}$$

Bu son eşitliğe "Poiseuille kanunu" denir (Hewakandamby 2012).

Bu formüllerde görüldüğü gibi, ortalama hız ( $V$ ), maksimum hızın ( $V_c$ ) yarısıdır ( $V = V_c/2$ ). Yukarıda sıraladığımız formüllerde, laminer akım için şu özellikler sıralanabilir. Yatay boruda verdi;

- Basınç düşümüyle doğru orantılıdır,
- Viskoziteyle ters orantılıdır,
- Boru uzunluğuyla ters orantılıdır,
- Boru çapının 4. üssüyle doğru orantılıdır.

Diğer tüm parametreler sabit iken boru çapındaki 2 kat artış veriyi 16 kat artıracaktır. Ya da boru çapının 2 katına çıkartılmasıyla gerekli olan pompa gücü 16 kat azalabilecektir.

Buraya kadar verdiğimiz formüller yatay boru akımı içindir. Eğer boru eğimli ise yerçekimi kuvveti ( $\gamma L \sin \theta$ ) etkisini gösterir. Buna göre, hem laminer ve hem türbülans akım için;

$$\frac{\Delta P \pm \gamma.L.\text{Sin}\theta}{L} = \frac{2.\tau}{r}$$

yazılabilir. Yine yalnızca laminar akım için ise şu eşitlikler yazılabilir;

$$V = \frac{(\Delta P \pm \gamma.L.\text{Sin}\theta).D^2}{32.\mu.L}$$

$$Q = \frac{\pi(\Delta P \pm \gamma.L.\text{Sin}\theta).D^4}{128.\mu.L}$$

Bu formüllerden görüldüğü gibi eğimli boruda akışkanı harekete geçiren iki kuvvet vardır. Bunlar basınç düşümü ( $\Delta P$ ) ve akış yönündeki ağırlık bileşenidir ( $-\gamma L \text{Sin}\theta$ ). Eğer akış aşağı yönlü ise yerçekimi, akışa yardım eder ve daha küçük basınç düşümü gereklidir ( $\theta < 0$  ve  $\text{Sin}\theta < 0$ ). Eğer akış yukarı yönlü ise yerçekimi akışa karşı koyar ve daha büyük basınç düşümü gereklidir ( $\theta > 0$  ve  $\text{Sin}\theta > 0$ ). Aradaki işaret, yukarı yönlü iletim de (+), aşağı yönlü iletimde (-) alınmalıdır (Çengel ve Cimbala 2008). Şu bilinmelidir ki;

$$\gamma.L.\text{Sin}\theta = \gamma.\Delta z$$

olup,  $\Delta z$  :Yükseklikteki değişimdir ve  $\gamma \Delta z$ : Hidrostatik basınç terimidir. Eğer akış yoksa yani  $V = 0$  ise;

$$\Delta P = \gamma.L.\text{Sin}\theta = \gamma.\Delta z$$

yazılabilir. Yatay boruda laminar akımdaki basınç düşümü;

$$\Delta P = f.\frac{L}{D}.\frac{\rho.V^2}{2}$$

ile de hesaplanabilir (Çengel ve Cimbala 2008). Ancak buradaki  $f$  sürtünme katsayısının hesaplanması gerekir. Sürtünme katsayısı ( $f$ ),  $Re$  sayısına ve duvar kayma gerilmesine bağlı olarak aşağıdaki gibi bulunabilir (Giles 1980, Karahan 1986, Çengel ve Cimbala 2008);

$$f = \frac{64}{Re} \text{ (Laminer akımda)}$$

$$f = \frac{8\tau_w}{\rho.V^2} \text{ (Laminer ve türbülans akımda)}$$

## 5.5. Tam Gelişmiş Türbülans Akım

Uygulamada akım tipi genellikle türbülanstır. Bu nedenle laminar akımda yapılan analizin türbülans akımda da yapılması gerekir. Türbülans akım

için  $Re > 4000$ 'den büyüktür. Ya da laminer akım  $Re > 2100$  olduğunda ortadan kalkmakta geçiş akımına dönüşmektedir. Bu kritik değer borularda kullanılırken kritik Re sayısı iki plaka arasındaki akışta  $Re > 1000$ , çok geniş açık kanal akımında  $Re > 500$ , küre etrafındaki akışta  $Re > 1$  olabilmektedir.

Türbülans akımın en belirgin özelliği rastgele, gelişigüzel hareket etmesidir. Akışkanın yapacağı hareket her an değişmektedir. Akışkanın basınç, ısı transferi gibi pek çok özelliği de bu gelişigüzel harekete bağlı olarak değişmektedir. Akım tipleri Re sayısına ve zamana bağlı olarak Şekil 5.5'de verilmiştir. Türbülans akımda akışkan hızı tanımlamaları ise Şekil 5.6'da görülmektedir.

Laminer akımla türbülans akım arasındaki temel fark akımın düzensizliğidir. Bu farklılık akışkanın diğer hız, basınç, kayma gerilmesi, sıcaklık gibi özelliklerinde de kendini gösterir. Bu nedenle türbülans akımda bu özellikler çoğunlukla ortalama değerlerle ifade edilir. Örneğin Şekil 5.6'da da görülebileceği gibi akışkanın anlık hızı ( $u$ ) aşağıdaki gibi bulunur (Edis 1972b, Çengel ve Cimbala 2008, Buffer 2009).

$$u = \bar{u} + u'$$

$u$  : Anlık hızı,  
 $\bar{u}$  : Zaman ortalamalı hızı,  
 $u'$  : Çalkantı (titreşim) hızını göstermektedir.

Hızın zamana göre değişimi bir ortalama etrafında titreşmekte, değişmektedir. Akışkanın türbülanslı olması durumunda akışkan tabakaları arasında bir sürtünme meydana gelmektedir. Bu sürtünme kuvvetinin birim alana düşen değeri aşağıdaki gibi gösterilir (Sümer vd.1995, Krause 2005).

$$\tau_{turb} = -\overline{\rho.u'.v'}$$

Buna Reynolds gerilmesi denir. Bu gerilme bazen  $\tau_{turb} = -\overline{\rho.v'.w'}$  ile de gösterilir (Çengel ve Cimbala 2008). O halde bir türbülanslı akımda iki kayma gerilmesi vardır (Edis 1972b, Çengel ve Cimbala 2008, White 2012).

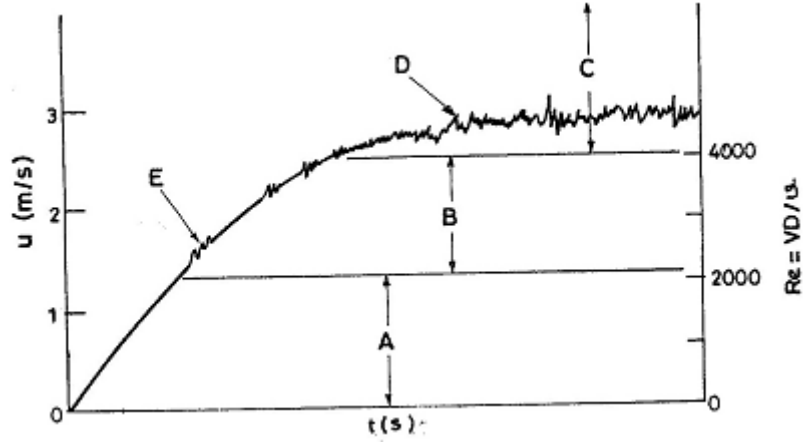
$$\tau = \tau_{lam} + \tau_{turb}$$

$$\tau = \mu \cdot \frac{d\bar{u}}{dy} - \overline{\rho.u'.v'}$$

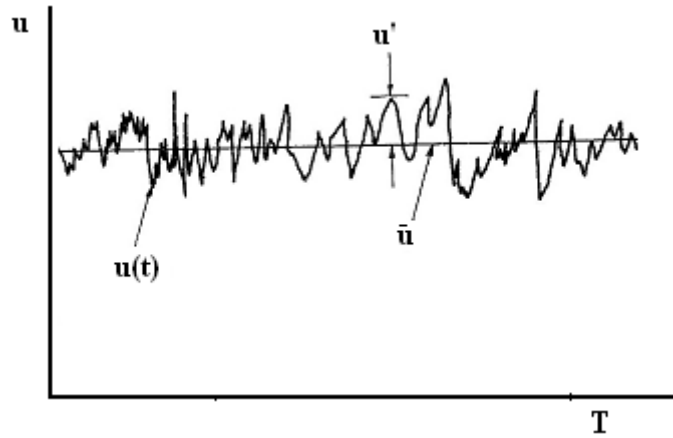
$\tau_{lam}$  : Akışkanın viskozitesi dolayısıyla ortaya çıkan laminer kayma gerilmesi,

$\tau_{turb}$  : Türbülans nedeniyle ortaya çıkan kayma gerilmesini gösterir.





**Şekil 5.5.** Borudaki akışkanda akım tipleri (A: laminar akım, B: Geçiş akımı, C: türbülans akım, D: gelişigüzel türbülans sapmaları, E: türbülans dalgaları) (Munson vd. 1994)



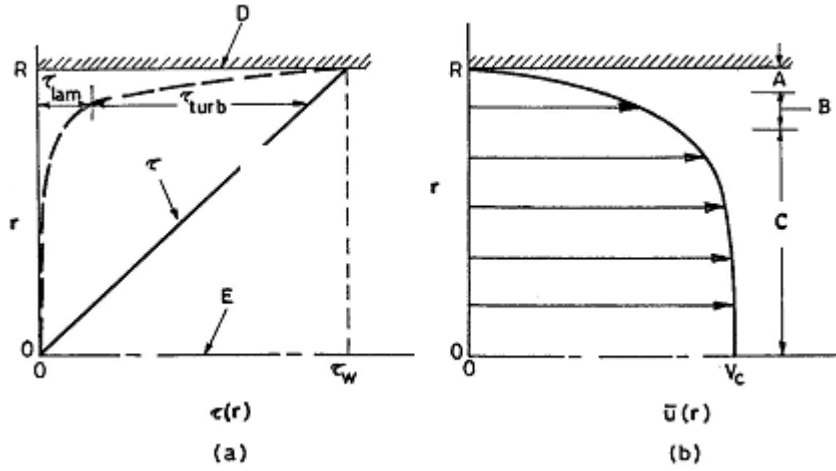
**Şekil 5.6.** Türbülans akımda hızlar ( $\bar{u}$  = zaman ortalamalı akışkan hızı,  $u'$  = çalkantı hızı,  $u$ : zamana bağlı anlık hız) (Munson vd. 1994, Sümer vd.1995, White 2012)

Eğer akım laminar ise  $u' = v' = 0$  ve  $\overline{u'v'} = 0$ 'dır ve yalnızca laminar gerilme kalır.  $v'$  = tabakalar arasındaki geçiş çalkantı hızıdır. Veya başka bir tanımla  $u'$ , (x) yönündeki,  $v'$ , (y) yönündeki ve  $w'$ , (z) yönündeki çalkantı (titreşim) hızı bileşenleridir.  $\tau_{turb}$ , türbülans akımda tabakalar arasındaki momentum alışverişinden kaynaklanır. Yukarıdaki  $\tau = \tau_{lam} + \tau_{turb}$  eşliğinde  $u'v' < 0$ 'dir. Bu nedenle  $\tau$  pozitif çıkar. Çünkü  $-\overline{\rho u'v'} > 0$  olur. Gerçekten de bir boru akımında zamanın büyük bir kısmında cidardan boru eksenine doğru yol alan akışkan için  $u' < 0$  ve  $v' > 0$  alınabilir. Eksenden cidara doğru yol alan

akışkan için  $u' > 0$  ve  $v' < 0$  yazılabilir. Dolayısıyla  $u'.v'$  çarpımı zamanın büyük kısmında negatif olacağından  $-\overline{u'.v'}$  ortalaması pozitif olacaktır. Yani  $-\overline{\rho.u'.v'} > 0$  olabilecektir. Bu formülün birim analizini yapalım.  $\rho$ : özgül kütle ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ),  $u'$  ve  $v'$  hız olup  $\text{m}/\text{s}$  alındığında;  $(\text{kg}/\text{m}^3) \cdot (\text{m}^2/\text{s}^2) = \frac{\text{kg}}{\text{ms}^2} = \text{Pa}$  bulunur. Bir borudaki akımda üç bölgenin olduğu kabul edilir (Munson vd. 1994, Çengel ve Cimbala 2008).

- Laminer alt bölgesi (viskoz alt tabaka),
- Katlama (geçiş) bölgesi (tabakası),
- Dış bölge (tabaka).

Şekil 5.7'de borudaki türbülans akımın yapısı gösterilmiştir. Duvara yakın çok dar bölgeye viskoz alt tabaka ya da laminer alt bölge (A) denir. Burada laminer kayma gerilmesi dominanttır. Boru duvarından uzakta ve borunun ortasındaki bölgeye dış bölge ya da dış tabaka (C) denir. Bu bölge de türbülans kayma gerilmesi ( $\tau_{\text{turb}}$ ) etkilidir. Bu iki bölge arasındaki bölge geçiş (katlama) bölgesidir (B). Bu bölgelerin hız profilleri Şekil 5.7b'de verilmiştir. Boruda çoğunlukla  $\tau_{\text{turb}}$ 'un değeri dış bölgede  $\tau_{\text{lamin}}$ 'den 100–1000 kat daha büyüktür. Viskoz alt bölgede de bunun tersi doğrudur. Viskoz alt tabaka çok ince bir tabakadır.



**Şekil 5.7.** Türbülans akımın yapısı (a: kayma gerilmesi, b: ortalama hız ve akım bölgeleri, A: viskoz alt tabaka, B: geçiş tabakası, C: dış tabaka, D: boru duvarı, E: boru merkezi) (Munson vd. 1994)

**Örneğin** 76.2 mm çapındaki bir boruda 3 m/s hızla akan su için viskoz alt tabaka kalınlığı yaklaşık 0.051 mm'dir. Boruların iç yüzey pürüzlülükleri viskoz alt tabakayı kolayca bozabilir. Bu da bütün akımı etkiler.

Türbülans akımda alternatif bir kayma gerilmesi de girdap (eddy) viskozitesi olan  $\eta$  (eta) ile verilmektedir (Soğukoğlu 1995).

$$\tau = \eta \cdot \frac{d\bar{u}}{dy}$$

Pratikte kullanılması zor olan girdap viskozitesi dinamik viskozitenin ( $\mu$ ) aksine hem akışkanın ve hem de akış koşullarının fonksiyonudur. Yani bir akışkanın eddy viskozitesi sabit değildir, hazır cetvellerden alınamaz, bunun değeri bir türbülans akım koşulundan diğerine, türbülans akımda bir yerden diğer bir yere göre değişir. Girdap viskozitesini belirlemek çok zor ve belki de olanaksızdır. L. Prandtl (1875–1953) girdap viskozitesi için bir formül vermiştir (Victor ve Wylie 1983).

$$\eta = \rho \cdot L_m^2 \left| \frac{d\bar{u}}{dy} \right|$$

Buna göre türbülans kayma gerilmesi;

$$\tau_{\text{turb}} = \rho \cdot L_m^2 \left( \frac{d\bar{u}}{dy} \right)^2$$

olur (Giles 1980, Soğukoğlu 1995, Sümer vd.1995, Çengel ve Cimbala 2008).

$L_m$ : Türbülans akımda bir hız bölgesinden diğer farklı hız bölgesine giderken karışım yolu uzaklığıdır (m), ya da akışkan parçacığının özelliğini kaybedinceye kadar aldığı yolun duvara dik doğrultusudur. Yani akışkan taneciklerinin bir hız bölgesinden diğerine dönüştürüldüğü mesafedir. Boru duvarından  $y$  uzaklığındaki karışım yolu uzunluğu ( $L_m$ ) duvar kayma gerilmesine bağlı olarak şu şekilde bulunabilir.

$$L_m = \frac{\left( \frac{\tau_w}{\rho} \right)^{1/2}}{\frac{d\bar{u}}{dy}} \cdot \sqrt{\left( 1 - \frac{y}{R} \right)}$$

$y$  : Boru duvarından olan uzaklık,

$R$  : Boru yarıçapıdır.

Türbülans akımda hız profillerini formülize edersek her tabakadaki hız profilini ayrı ayrı yazmamız gerekir. Viskoz alt tabakada hız profili şu formülle hesaplanabilir (Streeter ve Wylie 1983, Çengel ve Cimbala 2008, White 2012).

$$\frac{\bar{u}}{u^*} = \frac{yu^*}{\vartheta}$$

$\bar{u}$  : Hızın x bileşeninin zamansal ortalamasıdır,

$u^*$  : Sürtünme hızı olup duvar kayma gerilmesine bağlı olarak

$u^* = \left( \frac{\tau_w}{\rho} \right)^{1/2}$  ile hesaplanmaktadır (Edis 1972b, Giles 1980, Ilgaz vd. 1993, White 2012).  $y = R-r$  olup boru duvarından ölçülen uzaklıktır.

$\vartheta$  : Akışkanın kinematik viskozitesidir. Genellikle duvara çok yakın bölgede ya da viskoz alt tabakada (Şekil 5.8).

$$0 \leq \frac{y \cdot u^*}{\vartheta} \leq 5 \text{ koşulu geçerlidir.}$$

Viskoz alt tabakanın kalınlığı ( $\delta_s$ );

$$\delta_s = 5 \cdot \frac{\vartheta}{u^*}$$

ile bulunabilir (Edis 1972a, Çengel ve Cimbala 2008).

Geçiş bölgesinde hız profilinin duvardan olan uzaklığının ( $y$ ) logaritmasıyla değiştiği gözlemlenmiştir. Buna göre geçiş bölgesinde hız profil denklemi aşağıdaki gibidir (Sümer vd. 1995, Çengel ve Cimbala 2008, White 2012).

$$\frac{\bar{u}}{u^*} = 2,5 \ln \left( \frac{y \cdot u^*}{\vartheta} \right) + 5,0 \text{ (Geçiş ve dış tabaka bölgeleri ile pürüzsüz boru}$$

için)

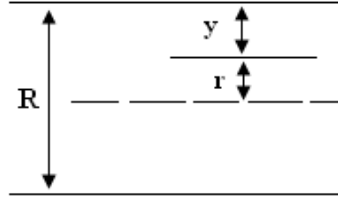
Bu formül de düz boru için kullanılır. Boru hidrolik cilalı (pürüzsüz) kabul edilir. Bazı araştırmacılar buna benzer başka bir bağıntı vermişlerdir (Giles 1980).

$$\frac{\bar{u}}{u^*} = 5,75 \log_{10} \left( \frac{u^* \cdot y}{\vartheta} \right) + 5,5$$

Geçiş bölgesi için verilen yukarıdaki iki formül viskoz alt tabaka ve boru merkezi eksenini dışındaki bölgeler için de çok iyi bir yaklaşım vermektedir.

Boru merkezinde hız profili için aşağıdaki iki tanım verilebilir (Edis 1972b, Giles 1980, Çengel ve Cimbala 2008, McDonough 2009, Hewakandamy 2012).

$$\frac{V_c - \bar{u}}{u^*} = 2,5 \ln \left( \frac{R}{y} \right) \quad \frac{\bar{u}}{V_c} = \left( 1 - \frac{r}{R} \right)^{1/n}$$



Burada;

$V_c$  : Boru merkezindeki akışkan hızıdır.  $n$  değeri  $Re \leq 10^5$ 'e kadar 7 ve  $10^5 < Re \leq 4.10^5$  kadar 8 alınabilir. Şekil 5.9'da  $Re$  sayısına bağlı olarak  $n$  değerleri verilmiştir. Eğer son yazılan eşitlikle ortalama hız arasında bir ilişki kurulursa ;

$$Q = AV = \int \bar{u}.dA = V_c \int_{r=0}^{r=R} \left( 1 - \frac{r}{R} \right)^{1/n} .(2.\pi r).dr$$

$$Q = 2.\pi.R^2.V_c.\frac{n^2}{(n+1).(2n+1)}$$

bulunur. Yine  $Q = \pi.R^2.V$  olduğundan bu iki eşitlik birleştirilirse;

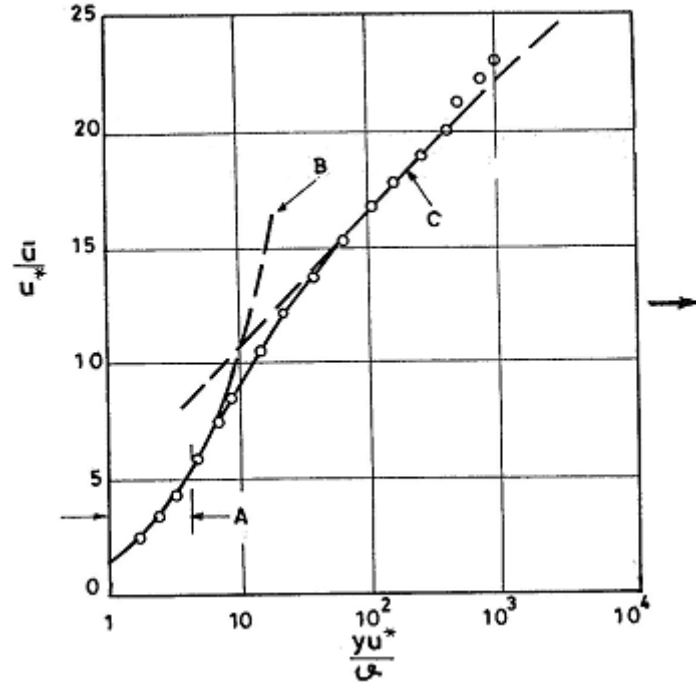
$$\frac{V}{V_c} = \frac{2.n^2}{(n+1).(2n+1)}$$

eşitliği elde edilir. Burada  $R = D/2$ 'dir.

Dış tabakadaki hız profil denklemini;  $r$ 'ye göre yani boru merkezinden olan uzaklığa göre entegre edersek;

$$\frac{d\bar{u}}{dr} = -\frac{V_c}{n.R} \cdot \left( 1 - \frac{r}{R} \right)^{(1-n)/n}$$

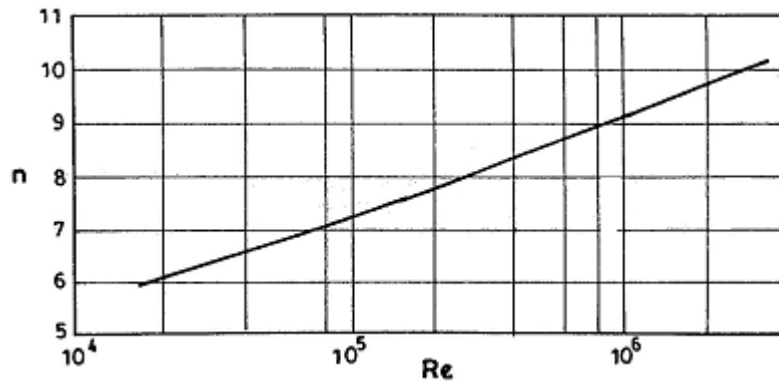
formülüne ulaşırız (Munson vd. 1994).



Şekil 5.8. Boruda türbülans hız dağılımının yapısı (A: viskoz alt tabaka B:

$$\frac{\bar{u}}{u^*} = \frac{y \cdot u^*}{\delta} \text{ formül eğrisi, C: } \frac{\bar{u}}{u^*} = 2,5 \cdot \ln \left( \frac{y \cdot u^*}{\delta} \right) + 5 \text{ formül eğrisi}$$

(Munson vd. 1994, Çengel ve Cimbala 2008)



Şekil 5.9. Re sayısına bağlı n değerleri (Munson vd. 1994)