Bölüm 9: Doğrusal Momentum

Kavrama Soruları

1- Bir sistemin momentumu ne zaman korunur?
2- Sürtünme her zaman istenmeyen bir etkimidir?
3- Uzayda(boşlukta) astronotlar nasıl hareket ederler (yerdeğiştirirler)?

Konu İçeriği

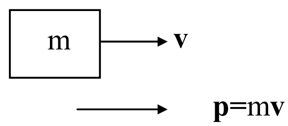
Sunuş

Bu bölümde, doğrusal momentum tanımlanarak hangi durumda momentumun korunacağı belirtilecektir. Daha sonra impulse tanımı yapılacak ve bir cismin momentumu ile impuls arasındaki ilişki ifade edilecektir. Çarpışmalar konusu incelenecek ve çarpışmaların bir sınıflandırılması yapıldıktan sonra bir boyutta çarpışmanın ayrıntıları verilecektir. Son olarak da bir çok parçacıktan oluşan bir mekanik sistemin kütle merkezinin nasıl bulunacağı anlatılacaktır.

9-1 Doğrusal Momentum ve Momentumun Korunumu

Doğrusal momentum (“*moment*” ile karıştırılmamalıdır!), bir doğru boyunca hareket eden bir cismin hareket miktarının (taşıdığı hareketin) bir ölçüsüdür. Daha sonraki derlerde göreceğimiz gibi eğer cismin hareketi bir eksen etrafında oluyorsa cismin bu eksen etrafındaki hareket miktarını belirlemek için de açısal momentum tanımı yapılır.

Bir parçacığın *doğrusal momentumu*, eğer cismin hızı **v** ve kütlesi m ise, kütle ve hızın çarpımı olarak tanımlanır.



Momentum **p**=m**v**

Momentum **p**=m**v** şeklinde ifade edilir. Hız, **v,** vektörel olduğundan, **p** momentum da vektörel bir niceliktir (Bir vektörün skaler ile çarpımı hatırlanırsa, (skaler.**vektör**=**vektör**). Momentüm vektörünün yönü hız ile aynı yönlüdür

Momentum niceliğinin boyutu

[p]=[Kütle][Hız]=[ML/T)] dir.

SI birim sisteminde birimi ise *kg.m/s* dir.

Nasıl ivme cismin hızındaki artışın, enerji de iş yapabilmenin bir ölçüsü ise, momentum da bir cismin sahip olduğu hareket miktarının ölçüsüdür.

Momentum kavramını daha iyi anlamak için *aynı* hıza sahip olan bir *kelebek* ile bir *kamyonu* düşünelim. Bu iki cisim aynı hıza sahip olmalarına karşın, karşılarına çıkabilecek herhangi bir cisme verebilecekleri zarar oldukça farklıdır. Bu farkın nedeni, kütlelerinden dolayı taşıdıkları hareket miktarının farklı oluşundandır. Dolayısı ile sağduyusal olarak bunu bildiğimiz için her zaman hızı yavaş da olsa bir kamyonun üzerimize gelmesini istemeyiz ama kelebek için bunu fazlaca önemsemeyiz.

Şimdi, taşınan hareket miktarı ile yani momentum ile kuvvet arasında nasıl bir ilişki olduğunu bulmaya çalışalım. Kuvvet ile momentum ilişkisinin;

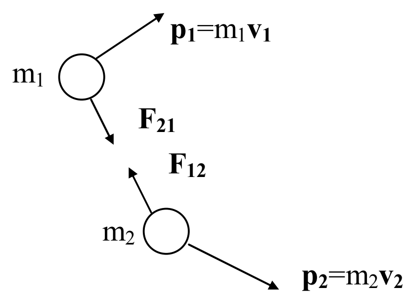
$$F = ma = m\frac{dv}{dt} = \frac{d(mv)}{dt} = \frac{dp}{dt}$$

şeklinde olduğunu görürüz. Bu, “*bir parçacığın doğrusal momentumundaki değişme hızı, parçacığa etkiyen net kuvvete eşit*” olduğunu ifade eder.

Eğer bir parçacık üzerine etkiyen net kuvvet sıfır ise bu parçacığın momentumunun zamana göre türevi (değişimi) de sıfır olur ve dolayısı ile doğrusal momentum sabit kalır, yani korunur.

F=d**p**/dt, eğer **F**=0 ise d**p**/dt=0, dolayısı ile **p**=sabit

İki parçacıklı bir sistem için momentum korunumu:



$$F_{21} = \frac{dp_1}{dt}$$

$$F_{12} = \frac{dp_2}{dt}$$

$\mathbf{F}_{12}$ ve $\mathbf{F}_{21}$ etki-tepki kuvvet çifti olduklarından

$$\mathbf{F}_{21}+\mathbf{F}_{21}=0 \Rightarrow \mathbf{F}_{12}= - \mathbf{F}_{21}$$

$$\frac{dp_1}{dt}+\frac{dp_2}{dt}=\frac{d(p_1+p_2)}{dt}=0$$

$$p_1 + p_2 = p_{toplam} = sabit$$

$$p_{1i} + p_{2i} = p_{1s} + p_{2s}$$

Bu ifadeyi sürtünmeyi içermeyen çarpışma olaylarını incelerken kullanacağız.

Örnek 9.1 *Uçan astronot:* Bir astronotun kütlesi 70 kg, giydiği elbisenin ağırlığı ise 1 kg'dır. Astronot elbisesini 20 m/s'lik bir hızla atarsa astronotun hızı ne olur?

Çözüm:

$\mathbf{p}_{ilk}=\mathbf{p}_{son}$

$0=m_a\mathbf{v}_a+m_{elb}.\mathbf{v}_{elb}$

$v_a= -(m_{elb}/m_a).\mathbf{v}_{elb}$

$= -(1kg/70kg).(20\ m/s)$

$= -2/7\ m/s$

9-2 İmpuls ve Momentum

Kuvvet ile momentum arasındaki ilişkiyi bir kez daha yazacak olursak

$$\mathbf{F}=d\mathbf{p}/dt \Rightarrow d\mathbf{p}=\mathbf{F}dt$$

Cismin üzerine uygulanan **F** kuvveti, dt zaman aralığında cismin momentumunu d**p** kadar değiştirir. Yani t_i anındaki momentum $\mathbf{p}_i$, t_s anındaki momentum $\mathbf{p}_s$ ise momentumdaki değişme

$$p_s - p_i = \Delta p = \int_{t_i}^{t_s} F dt$$

$\int_{t_i}^{t_s} F dt$ niceliğine, $\Delta t = t_s - t_i$ zaman aralığında parçacığa etkiyen **F** kuvvetinin ***impulsu*** denir ve **I** harfi ile gösterilir.

$$I = \int_{t_i}^{t_s} F dt = \Delta p \qquad \text{İmpulse}$$

Bir parçacığın üzerine etkiyen **F** kuvvetinin impulsu (***I***), bu kuvvetin sebep olduğu parçacığın momentumundaki değişime eşittir.

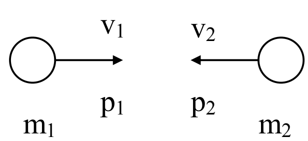
Eğer kuvvet zamanla değişmiyor ise impulse eşitliğini

$$\mathbf{I}=\mathbf{F}\Delta t$$

şeklinde yazabiliriz.

9-3 Çarpışmalar

Kütleleri m_1 ve m_2, hızları da sırası ile $\mathbf{v}_1$ ve $\mathbf{v}_2$ olan bir sistemi göz önüne alalım ve bu iki kütlenin çarpışması durumunda ilk ve son durumlarının ne olacağına bakalım.



Eğer sisteme etki eden herhangi bir dış kuvvet (örneğin sürtünme) yok ise sistemin momentumu korunur.

$$\mathbf{p}_{sistem}=\mathbf{p}_1+\mathbf{p}_2=\text{sabit}$$

Buradan şu sonucu çıkarabiliriz: *yalıtılmış bir sistemin çarpışmadan önceki (p_i) toplam momentumu, çarpışmadan sonraki (p_s) toplam momentuma eşittir.*

$$p_{1i} + p_{2i} = p_{1s} + p_{2s}$$

Örnek 9.5	*İki arabanın çarpışması:* Trafik ışığında durmakta olan 1800 kg kütleli bir arabaya 900 kg kütleli küçük bir araba arkadan çarpar ve iki araba birlikte sürüklenir. Çarpışmadan önce küçük arabanın hızı 200 m/s ise, çarpışmadan sonra birleşik kütlenin (arabaların) sürüklenme hızı ne olur?
Çözüm:	Çarpışmadan önce sistemin momentumu: $\mathbf{p}_i=m_1.\mathbf{v}_{1i}+m_2.\mathbf{v}_{2i}$ $\mathbf{p}_i$=(1800 kg).0+(900 kg).(20 m/s)=18000 kg.m/s Çarpışmadan sonraki sistemin momentumu: $\mathbf{p}_s=(m_1+m_2).\mathbf{v}_s$ $\mathbf{p}_i=\mathbf{p}_s$ (18000 kgm/s)=(m_1+m_2)vs $\mathbf{v}_s$=(18000 kgm/s)/(1800 kg)+900 kg)=6,67 m/s

9-4 Bir Boyutta Esnek ve Esnek Olmayan Çarpışmalar

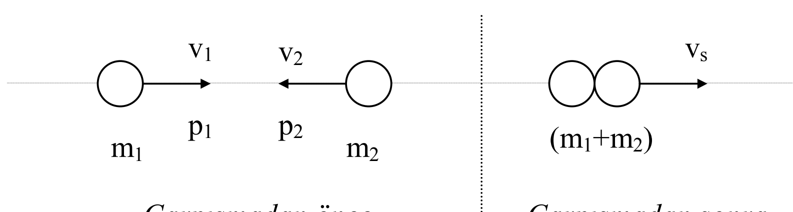
Dış kuvvetlerin olmadığı bir çarpışmada momentumun korunduğunu biliyoruz. Fakat çarpışmanın türüne bağlı olarak kinetik enerji sabit kalmayabilir.

Kinetik enerjinin çarpışmadan önce ve sonra aynı olup olmaması çarpışmanın *esnek* veya *esnek olmadığını* belirlemede kullanılır.

Esnek Çarpışma: Toplam momentum ve toplam kinetik enerjinin çarpışmadan önce ve sonra sabit kaldığı çarpışmadır.

Esnek Olmayan Çarpışma: Momentumun korunduğu halde toplam kinetik enerjinin çarpışmadan önce ve sonra aynı olmadığı çarpışmadır.

Tamamen Esnek Olmayan Çarpışmalar: Çarpışma sonrasında çarpışan kütlelerin birbirlerine yapışarak ortak bir v hızı ile hareket ettikleri çarpışmadır.

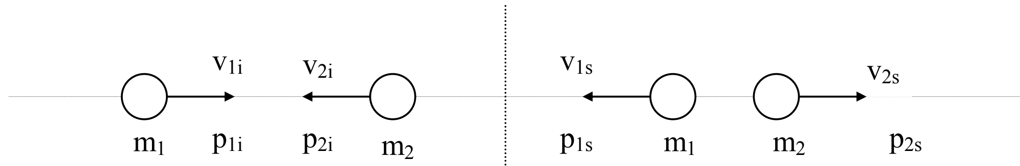


Çarpışmadan önce *Çarpışmadan sonra*

$$m_1v_{1i}+m_2v_{2i}=(m_1+m_2)v_s$$

$$v_s=\frac{m_1v_{1i}+m_2v_{2i}}{(m_1+m_2)}$$

Esnek Çarpışmalar:



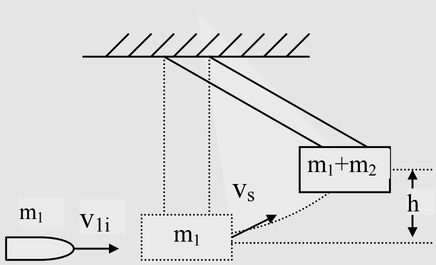
Çarpışmadan önce *Çarpışmadan sonra*

Momentum Korunumu: $m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1s} + m_2 v_{2s}$

Kinetik Enerji Korunumu: $\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1s}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2s}^2$

Örnek 9.6 *Balistik Sarkaç:* Balistik sarkaç, mermi gibi hızlı hareket eden cisimlerin hızını ölçmek için kullanılan bir sistemdir. Çarpışma tam esnek olmayan türdendir

Çözüm:



$$K_s = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_s^2$$

$v_{2i} = 0$

$$v_s = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{(m_1 + m_2)} = \frac{m_1 v_{1i}}{m_1 + m_2}$$

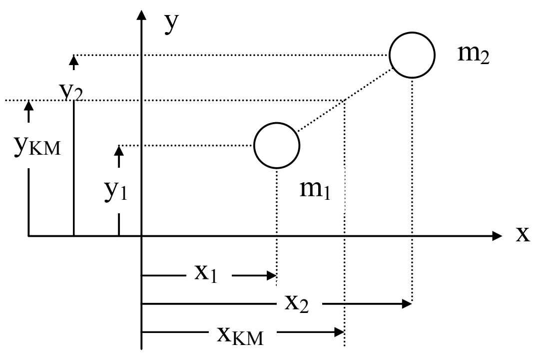
$$K_s = \frac{m_1^2 v_{1i}^2}{2(m_1 + m_2)}$$

$K_s = U_{potansiyel}$ => $\frac{m_1^2 v_{1i}^2}{2(m_1 + m_2)} = (m_1 + m_2) gh$ => $v_{1i} = (\frac{m_1 + m_2}{m_1})\sqrt{2gh}$ bulunur

9-6 Kütle Merkezi

Mekanik bir sistem, sanki sistemi oluşturan bütün kütlenin kütle merkezinde yoğunlaşmış gibi hareket eder. Sistemin kütle merkezinin yerini, sistemin ortalama konumu olarak düşünebiliriz.

İki parçacıktan oluşan bir sistemin kütle merkezinin hesaplanması:



$$x_{KM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

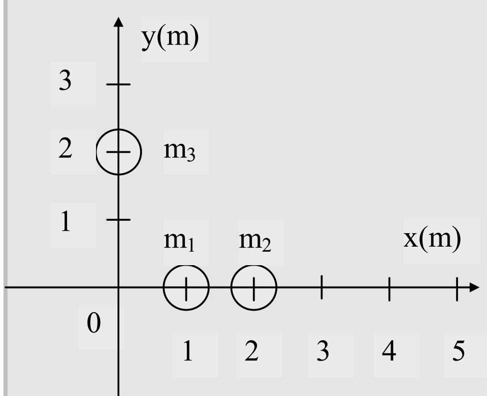
$$y_{KM} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2}$$

n parçacık için bu ifadeleri genelleştirirsek:

$$x_{KM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + ... + m_n x_n}{m_1 + m_2 + ... + m_n} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i} \quad , \qquad y_{KM} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + ... + m_n y_n}{m_1 + m_2 + ... + m_n} = \frac{\sum_i m_i y_i}{\sum_i m_i}$$

Örnek 9.12 *Üç parçacığın kütle merkezi:* Şekildeki gibi yerleştirilmiş üç parçacıktan oluşan bir sistemin kütle merkezini bulunuz.

Çözüm:



$$x_{KM} = \frac{\sum_1^3 m_i x_i}{\sum_1^3 m_i} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$x_{KM} = \frac{(1kg).(1m) + (1kg).(2m) + (2kg).(0)}{1kg + 2kg + 3kg} = 0{,}75m$$

$$y_{KM} = \frac{\sum_1^3 m_i y_i}{\sum_1^3 m_i} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$y_{KM} = \frac{(1kg).(0) + (1kg).(0) + (2kg).(2m)}{1kg + 2kg + 3kg} = 1m$$

Bölüm 9'un Sonu

Kaynak:

Bu ders notları,
R. A. Serway ve **R. J. Beichner** (Çeviri Editörü: K. Çolakoğlu), **Fen ve Mühendislik için FİZİK-I** (Mekanik), Palme Yayıncılık, 2005.

kitabından derlenmiştir.