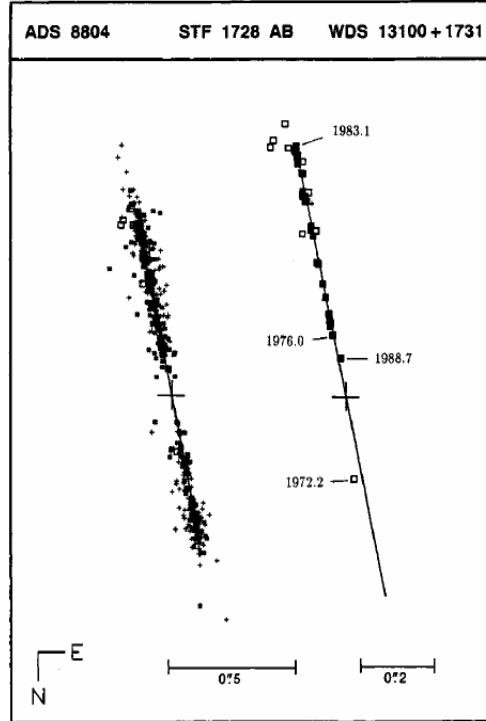


Bakış Doğrultumuz ile Aynı Düzlemde Yörünge ($i=90^\circ$)

Buraya kadar gördüğümüz yöntemler, görünür yörüngenin bakış doğrultumuzla yaptığı açının 90° olması durumunda çalışmaz. Yörüngenin bakış doğrultumuzla yaptığı açının 90° olması veya hata sınırları içerisinde bu değer civarında bulunması durumunda gözlenecek olan yörünge doğrusal bir yapıya sahip olacaktır. Gözlenen hareketler tamamen bileşen yıldızların birbirlerine göre konumunun değişmesi yani uzaklığının değişmesini içerecektir. Bileşen yıldızların birbirlerini örtmeleri veya aynı doğrultuya gelmeleri hariç bu tür yörüngelerde durum açısı sabit kalır ($\Omega=\theta$).

42 Comae Berenices ($\Sigma 1728=ADS 8804$) bu türden bir yörüngeye sahip görsel bir sistemdir. Yörünge eğim açısı 90° ye yakın başka örnekler de mevcuttur.



Şekil 4.38. 42 Comae Berenices sisteminin gözlenen yörüngesi

Sistemin yörünge ve fiziksel parametreleri aşağıdaki gibi bulunmuştur:

$$P=25.83 \text{ yıl}$$

$$a=0''.672$$

$$V=4^m.3$$

$$e=0.494$$

$$i=89^\circ.94$$

$$\Omega=11^\circ.93$$

$$\omega=278^\circ.58$$

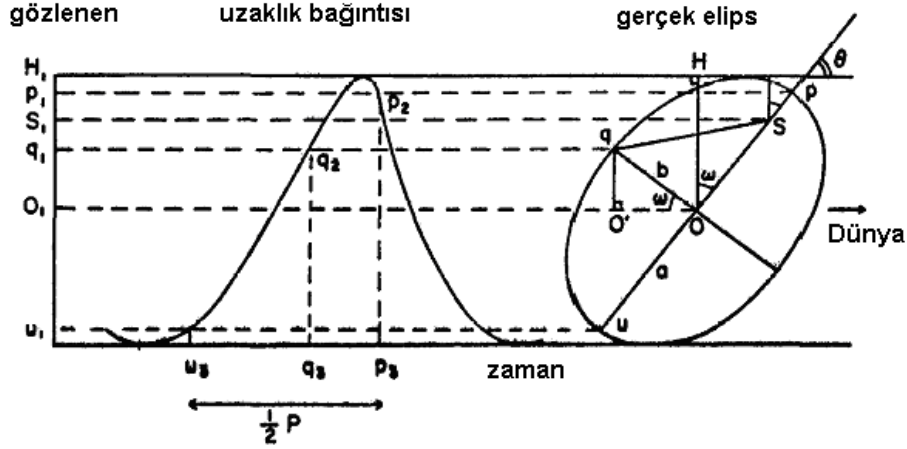
$$M_A=1.6 M_\odot$$

$$M_B=1.7 M_\odot$$

Kaynak: 1961AJ.....66..272L

Gözlemlerden zamana bağlı olarak bileşen yıldızlar arasındaki uzaklık değeri olan ρ elde edilebilir. P dolanma dönemi, zamana bağlı olarak çizilecek ρ değerleri dikkate alınarak maksimum uzaklıktan yine aynı uzaklığa gelmesi için geçen süre olarak hesaplanır. Enberi ve enöte konumlarının belirlenmesi

durumunda ise bu noktalara karşılık gelen zamanlar arasındaki farkın iki katı olarak hesaplanabilir. T enberi noktasından geçiş zamanı ise grafiksel yöntemler kullanılarak belirlenir.



Şekil 4.39. Yörüngesi bir doğru biçiminde görülen görsel bir sistem için çizilmiş teorik ve görünür yörünge

Enberi ve enöte noktaları birbirlerinden tam olarak yarım dönem uzaklıkta bulunur. Bu nedenle görsel yörünge üzerinde ortalama bir doğrultuya eşit, fakat ters işarete sahip iki nokta olmalıdır. Enberi noktası, uzaklık diyagramında iniş eğrisi üzerinde ve eğimin en büyük olduğu yerde bulunmalıdır. Nedeni ise enberi noktası civarında cisimlerin daha hızlı hareket ediyor olmasıdır. Enberi ve enöte noktalarını bulabilmek için gözlenen yörünge (ρ) saydam bir kâğıt üzerine çizilir, ardından bu çizim 180° çevrildikten sonra yarım dönem kaydırılır ve orijinal yörünge üzerine sabitlenir. Bu iki yörüngenin kesiştikleri noktalar enberi ve enöte noktalarının konumunu gösterir. **Not.** Bu yöntemde iki çift kesişme noktası bulunur. Bu çiftlerden sadece iki tanesi arasındaki uzaklık $\frac{1}{2}P$ kadardır. Seçim yapmak oldukça kolaydır. Enöte noktası, her zaman eğimin daha dik olduğu bölgede bulunur.

Dışmerkezlik değeri için $e=OS/Op=O_1S_1/O_1P_1$ denklemini daha önce bulmuştuk. Bu denklem bu örnek için de geçerlidir. Geriye kalan a ve ω değerlerinin bulunması gerekmektedir.

$$\sin pSq = \sin v_q = \frac{qO}{qS} = \frac{b}{a} = \sqrt{1-e^2} \quad (98)$$

Bu denklem yardımıyla v_q yani yarı-küçük eksen ucunun, enberi noktasından açısal uzaklığı (gerçek anomali açısı) belirlenir. Ardından bu gerçek anomali açısına karşılık gelen M_q ortalama anomali açısını Kepler denklemi yardımıyla hesaplamak mümkündür. Bunun için, $\tan \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{E}{2}$ ve $E - e \sin E = M$ denklemleri kullanılır. $M_q=(t-T)2\pi/P$ olmasından yararlanarak bileşen yıldızların p (enberi) noktasından, q (enöte) noktasına gelmesi için gereken süre hesaplanır. Bir başka ifade ile q_3 noktası bulunduğundan buna karşılık gelen q_2 ve q_1 noktaları belirlenir.

Şekil dikkate alındığında benzer üçgenler yardımıyla aşağıdaki ifadeleri yazmak mümkündür:

$$\frac{OO'}{b} = \frac{OO'}{a\sqrt{1-e^2}} = \frac{p_1O_1}{a}$$

$$OO' = p_1O_1\sqrt{1-e^2}$$

ω açısı için aşağıdaki denklem kullanılabilir,

$$\tan \omega = \frac{qO'}{OO'} = \frac{q_1O_1}{OO'} = \frac{q_1O_1}{p_1O_1\sqrt{1-e^2}}$$

Yörünge yarı-büyük eksen uzunluğu için ise,

$$a = \frac{p_1 O_1}{\cos \omega}$$

yazabiliriz. Bu iki parametrenin hesabında kullanılan bir başka yöntem ise

$$O_1 S_1 = OS \cos \omega = ae \cos \omega, \quad \cos \omega = \frac{O_1 S_1}{ae} \quad (101)$$

ifadesi ve elipsin özelliklerinden birinin kullanılması ile,

$$\begin{aligned} OH^2 &= O_1 H_1^2 = a^2 \cos^2 \omega + b^2 \sin^2 \omega \\ &= a^2 - a^2 \sin^2 \omega + b^2 \sin^2 \omega = a^2 - a^2 e^2 \sin^2 \omega \\ &= a^2 - a^2 e^2 \left(1 - \frac{O_1 S_1^2}{a^2 e^2} \right) = a^2 - a^2 e^2 + O_1 S_1^2 \end{aligned}$$

elde edilir. a için ifade düzenlenirse,

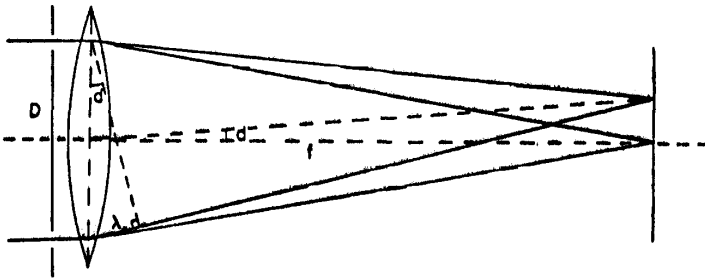
$$a = \sqrt{\left(\frac{O_1 H_1^2 - O_1 S_1^2}{1 - e^2} \right)} \quad (102)$$

ifadesine ulaşılır. Bu işlem sonucunda elde edilecek sonuçların sadece pozitif olan değerler dikkate alınmalıdır. Elde edilecek a yarı-büyük eksen uzunluğu değeri (101) nolu denklemde yerine konulduğunda $\cos \omega$ ve buradan da ω değeri hesaplanabilir.

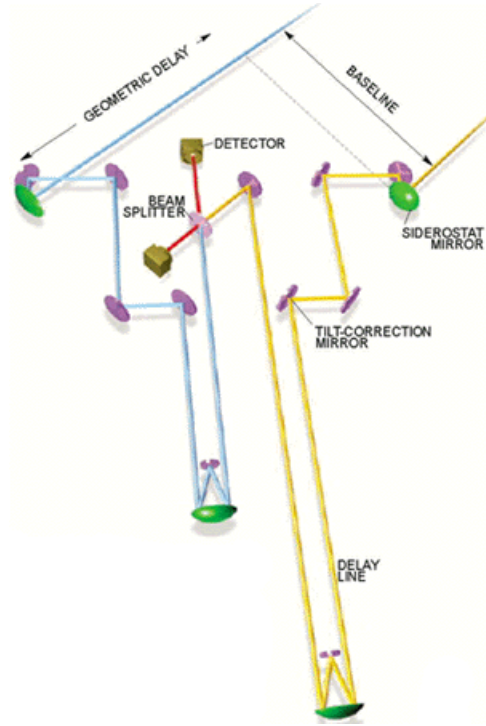
İNERFEROMETRİK YÖNTEM

Buraya kadar her iki bileşeni görsel ya da fotoğrafik yöntemlerden biri ile görülebilen çift yıldızların yörünge parametrelerinin ne şekilde hesaplanabileceğini gördük. Bileşenleri birbirine çok yakın olduğu için ayrı ayrı görülemeyen çift yıldızlar da bulunmaktadır. Bu tür çift yıldızlar interferometrik yöntemler sayesinde kısmen de olsa ayrılabilirler. Basit bir interferometre, eşit büyüklükte ve birbirine paralel iki açıklığa sahip metal bir plakanın ışın yolu üzerine yerleştirilmesi ile yapılır. Böyle bir gözlemede objektife gelen ışık, odak düzleminde girişime neden olur. Metal plaka optik eksen düzleminde hareket ettirilebilir ve yarıklar arasındaki uzaklık değiştirilebilir bir yapıda olmalıdır.

Şekil 4.40'da objektif önüne yerleştirilmiş metal bir plakanın, gelen ışığın yönünü nasıl değişikliğe uğrattığına dikkat ediniz. Metal plaka üzerinde bulunan yarıklar arasındaki uzaklık D kadardır.

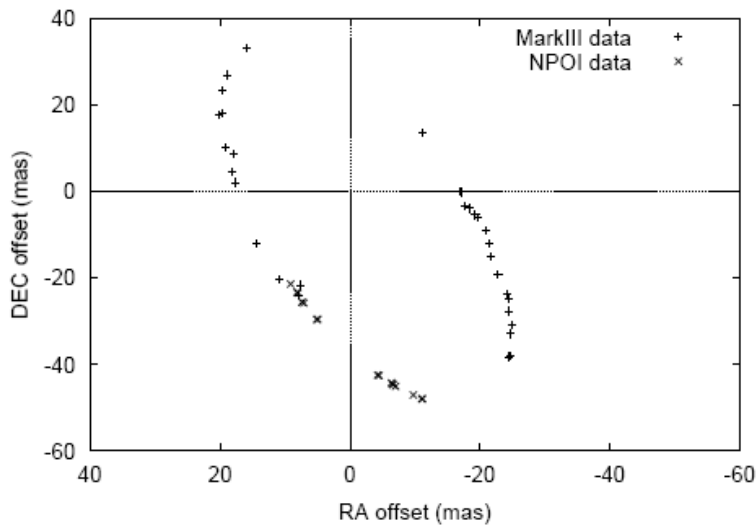


Şekil 4.40. Basit interferometrik sistem. Merceğin önüne birbirine paralel açıklığa sahip ve aralarındaki uzaklığın D olduğu bir metal plaka yerleştirilir. Tercihen D uzaklığı değiştirilebilir ve metal plaka aynı zamanda döndürülebilir olmalıdır.



Şekil 4.41. Mark III interferometrik sistemi.

Şekilde Mount Wilson (California)'da kurulu bulunan ve astronomik amaçlı kullanılan Mark III interferometrik sistemin yapısı görülmektedir. Birbirinden belirli uzaklığa yerleştirilmiş iki ayna, sarı ve mavi dalgaboylarında aldıkları ışınları bir dizi aynadan yansıtarak iki farklı yoldan (ışığın aynı frekansta odakta toplanmasını sağlamak için) detektöre gönderilirler. Bu arada atmosferik türbülans etkisini minimuma indirgeyebilmek için ilave ayna yapıları kullanılır. Yıldızdan çıkan ışınların aynı zamanda demet saptırıcısına ulaşması sağlanır. Ardından dedektörler ortaya çıkan girişim halkalarını görüntüler ve ölçümlerin yapılmasını sağlar.



Şekil 4.42. Mark III ve NPOI tarafından gözlemi yapılan Mizar A'nın astrometrik görünür yörüngesi. İnterferometreler sayesinde mas (mili-yay-saniyesi) ölçüsünde duyarlı gözlemler yapılabilmektedir.

Çizelge 4.3. İnterferometrik gözlemlerin tarihçesi

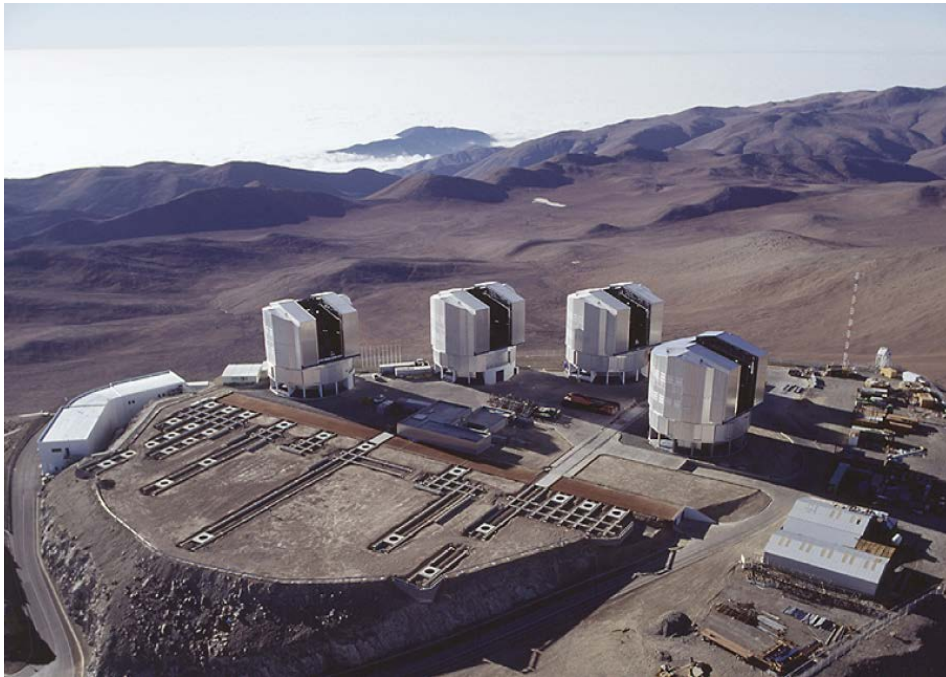
Year	Event	Authors and Reference
1868	Stellar interferometry suggested	H. Fizeau, C. R. Acad. Sci. 66 , 932 (1868)
1872–73	Stellar diameters need be $\ll 0.158$ arcsec	E. Stéphan, C. R. Acad. Sci. 78 , 1008 (1874)
1890	Mathematical theory of stellar interferometry	A.A. Michelson, Phil. Mag. 30 , 1 (1890)
1891	Satellites of Jupiter measured	A.A. Michelson, Nature 45 , 160 (1891)
1896	Binary star measurements	K. Schwarzschild, Astron. Nachr. 139 3335 (1896)
1920	Orbit of Capella measured	J.A. Anderson, Astrophys. J. 51 , 263 (1920)
1921–31	First stellar diameter measured	A.A. Michelson, F.G. Pease, Astrophys. J. 53 , 249 (1921)
1931–38	50-ft interferometer	F.G. Pease, Erg. Exakt. Natur. 10 , 84 (1931)

Çizelge 4.4. İnterferometrik gözlem araçları (günümüz ve gelecekte kurulacak olanlar)

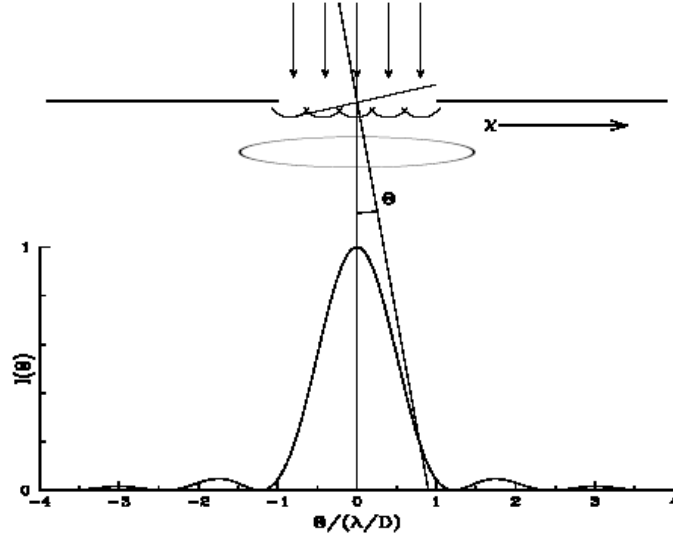
Facility	Name	Number of Telescopes	Aperture (meters)	Baseline (meters)
CHARA	Center for High Angular Resolution Astronomy	6	1.00	350
COAST	Cambridge Optical Aperture Synthesis Telescope	5	0.40	20
GI2T	Grand Interféromètre à 2 Télescopes	2*	1.52	65
IOTA	Infrared Optical Telescope Array	2*	0.40	38
ISI	Infrared Spatial Interferometer	2*	1.65	85*
MIRA-I	Mitaka Infrared Array	2*	0.25*	4*
NPOI	Navy Prototype Optical Interferometer	3*	0.12*	35*
PTI	Palomar Testbed Interferometer	3	0.40	110
SUSI	Sydney University Stellar Interferometer	2	0.14	640
Keck	K1–K2	2	10.0	60
Keck	Auxiliary array upgrade (NASA Origins)	4	1.8	140
LBT	Large Binocular Telescope	2	8.4	23
VIMA	VLT Interferometer Main Array	4	8.0	130
VISA	VLT Interferometer Sub-Array	4	1.8	202



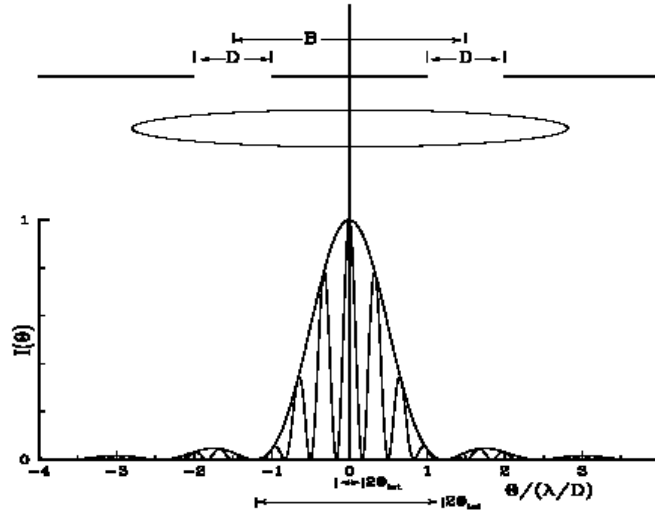
Şekil 4.43. Keck Teleskopları (İnterferometre)



Şekil 4.44. VLT(l) Paranal Gözlemevi (İnterferometre)

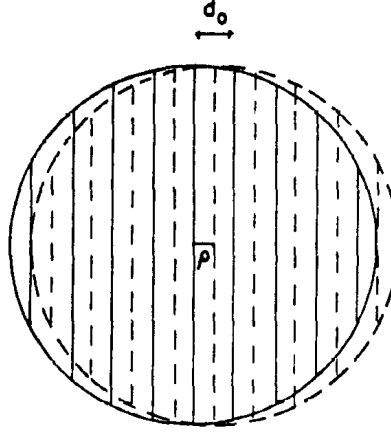


Şekil 4.45. Normal bir yıldız görüntüsü. Merkezi bölgede daha fazla, dışarı yönde azalan foton gözlenir.



Şekil 4.46. İnterferometrik bir görüntü. Girişim nedeniyle parlak ve karanlık halkalardan oluşan bir görüntü ile karşılaşılır.

Tek yıldızların interferometrik gözlemlerinde odakta parlak ve karanlık girişim görüntüleri, birbirine paralel şekilde oluşur. Konumları her iki açıklığı birleştiren doğrultuya dik şekildedir. Eğer λ gözlemin yapıldığı dalgaboyu olarak dikkate alınır, odak düzleminde iki parlak girişim çizgisi arasındaki açısal uzaklık $d=\lambda/D$ kadar olur. İncelenen sistem yakın bir çift yıldız sistemi ise bu durumda açıklığı bulunduğu metal plaka çizgilerinin birbirlerini olası en iyi şekilde örtmesini sağlayacak şekilde döndürülmesi gerekmektedir. Bu durumda her iki açıklığı birbirine bağlayan doğrultunun durum açısı çift yıldızın q durum açısını verecektir. Bu aşamadan sonra açıklık, yıldızlardan birine ait karanlık çizgiler ile diğer bileşene ait parlak çizgilerin üst üste gelmesini sağlayacak şekilde değiştirilir. Odakta oluşan görüntü, tek bir yıldızın görüntüsüne benzemesi ve çizgilerin görülebilmesi için minimum bir aralık bulunur (Şekil 4.47).



Şekil 4.47. İnterferometre üzerinde bulunan açıklık arasındaki uzaklık öyle değiştirilir ki yıldızlardan birinin karanlık çizgileri ile diğerinin parlak çizgileri üst üste çakışır.

Çift olma özelliği karanlık çizgilerin tamamen veya kısmen yok olması ile ortaya konabilir. Bu durumda bileşenler arasındaki uzaklık:

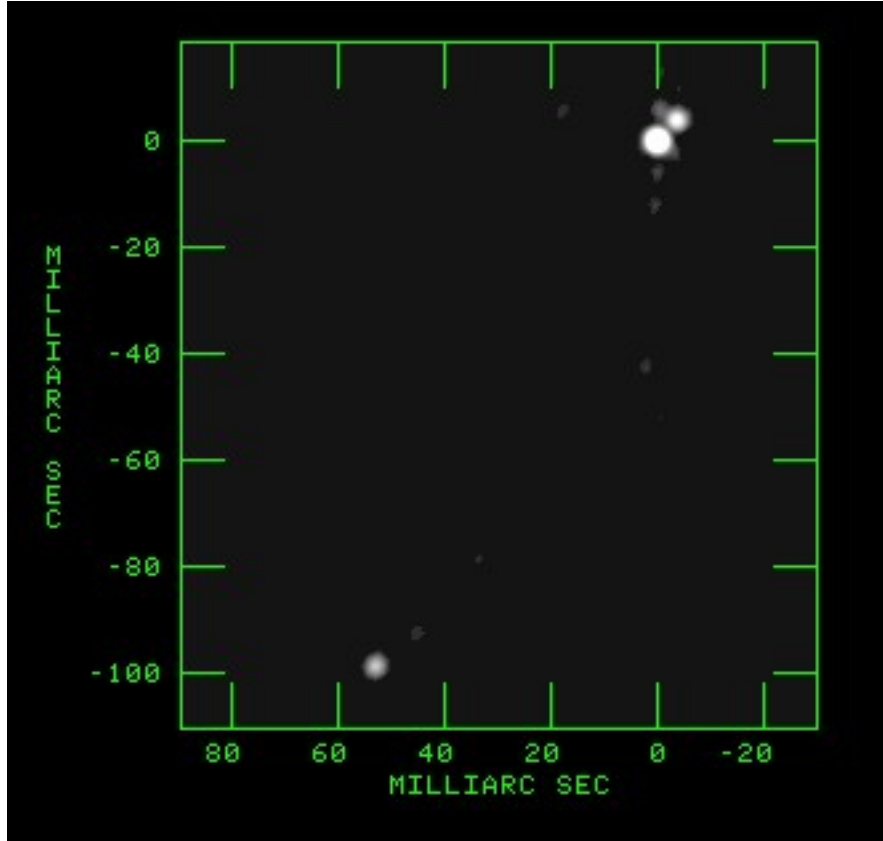
$$\rho = \frac{d_0}{2} = \frac{\lambda}{2D_0} \quad (103)$$

denklemleri kullanılarak hesaplanır. İnterferometrik olmayan bir görüntünün merkezi diskini çevreleyen birinci karanlık halkanın açısal çapı $1.22\lambda/D$ ile verilir. İnterferometrik yöntem ile ayırma gücüne ilişkin değerler yaklaşık olarak 2.5 kat daha artar.

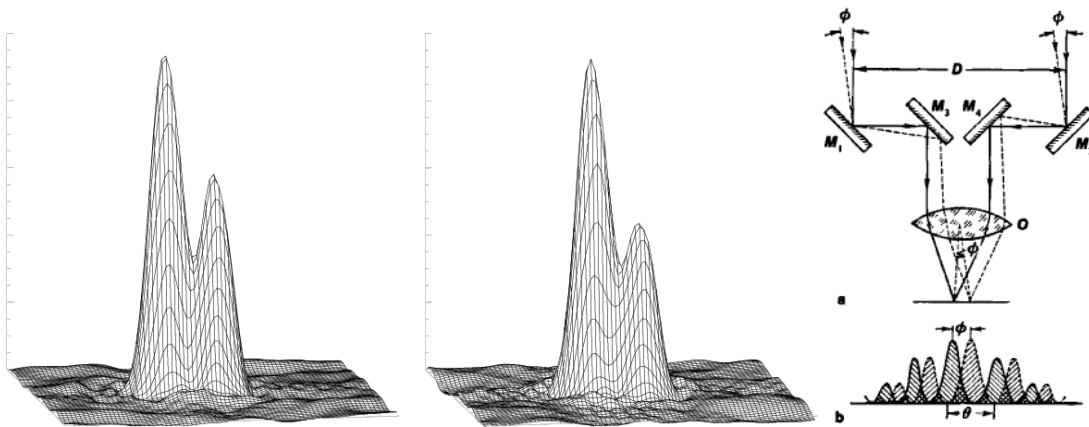
Bu yöntem ile baş bileşenin konumuna göre yoldaş bileşene ait ρ ve θ değerleri elde edildiğinden, bileşenleri birbirine çok yakın olan sistemlerin görsel yörüngelerini elde etmek mümkün olabilmektedir (bkz. Mizar A'nın interferometrik yöntemle elde edilmiş olan yörüngesi). Ardından daha önce görmüş olduğumuz yöntemlerden birini kullanarak gözlemi yapılan sistemin yörünge parametrelerini çözebiliriz.



Şekil 4.48. NPOI interferometrisinin yukardan görüntüsü (Lowell Gözlemevi)



Şekil 4.49. Eta Virginis. Bu görüntü üçlü bileşene sahip Eta Virginis sisteminin optik interferometrik ilk görüntüsüdür. Görüntü 6 ayrı teleskobun aynı anda kullanılması ile elde edilmiştir. Birbirlerine yakın olan çift sistemin açısal ayrıklığı 5.4 mas kadardır ki bu büyüklük 800 km uzaklıktan demir bir paranın görülebileceği büyüklük kadardır. Böylesi bir ayrıntıya ancak 50 m çapa sahip bir teleskop ile ulaşılabilir.
Not. 1 mas=1/1000 yay-saniyesi'dir.



Şekil 4.50. DF Tau sisteminin iki ayrı zamanda alınmış İnterferometrik girişim görüntüsü.

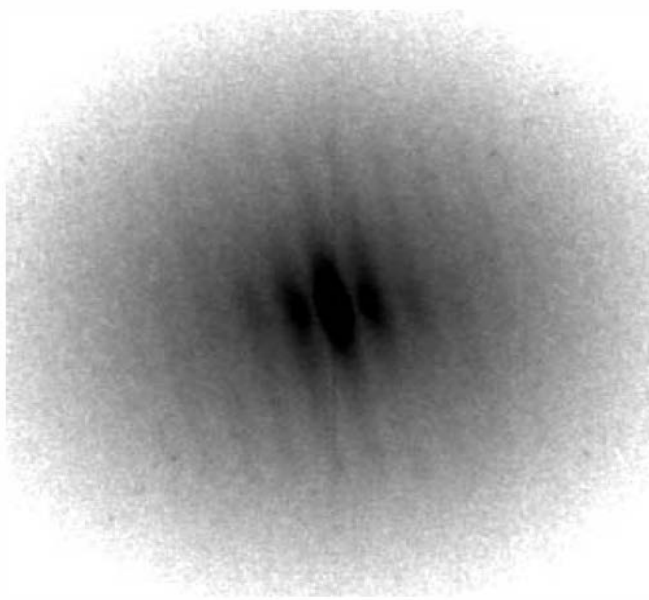
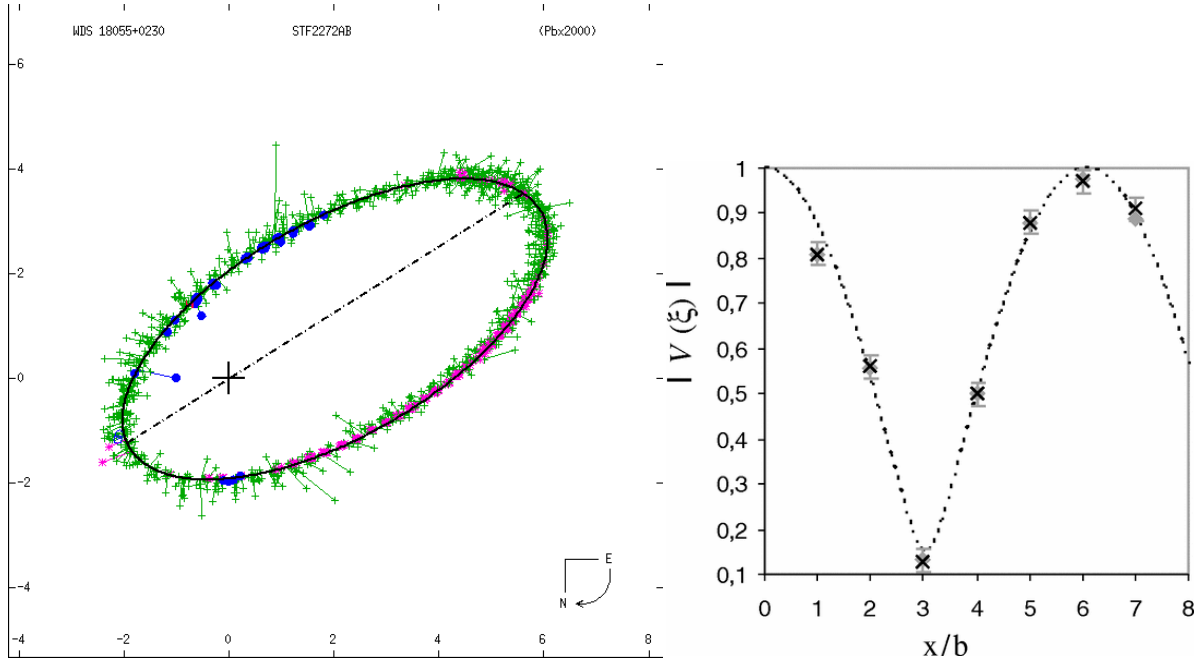


FIG. 3.—Image power spectrum of the binary A 347

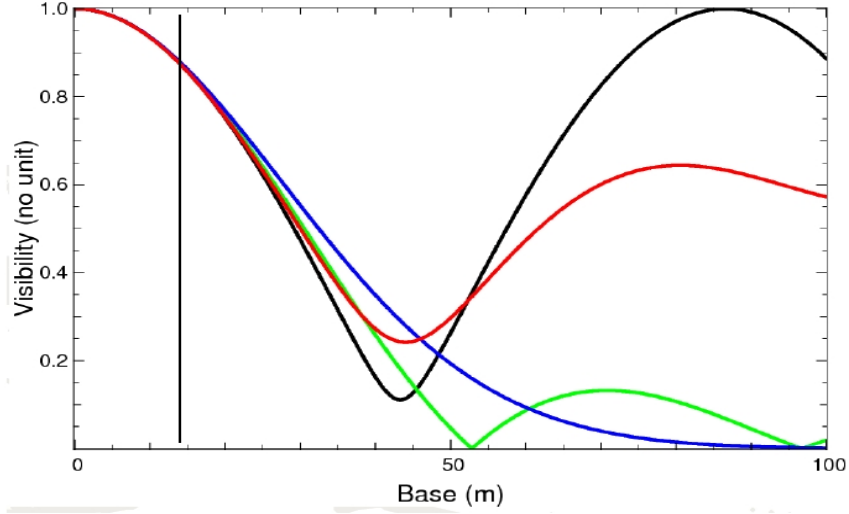
TABLE 4
ORBITAL ELEMENTS FOR A 347 A*

Element	A 347 (Docobo-Andrade)
P (yr).....	212.35 ± 15
T	1910.90 ± 5
e	0.197 ± 0.01
a (arcsec).....	0.494 ± 0.01
i (deg).....	145.1 ± 3
Ω (deg).....	83.4 ± 3
ω (deg).....	31.2 ± 15
Σ masses (M_{\odot}).....	3.3 ± 1.2

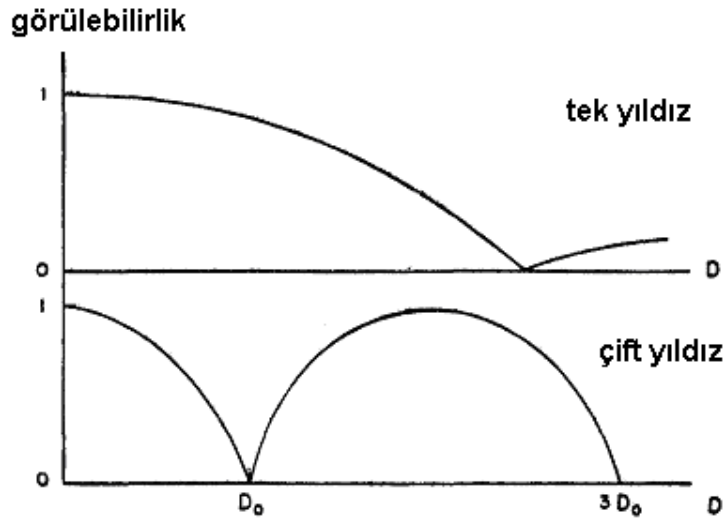
Şekil 4.51. A347 Çift sisteminin güç spektrumu görüntüsü ve sistem için belirlenmiş parametreleri



Şekil 4.52. WDS18055+0230 sisteminin farklı gözlem yöntemleri ile oluşturulmuş görsel yörüngesi



Şekil 4.53. Yeşil: Tek yıldız, Siyah: Çift yıldız, Mavi: Gauss benzeri disk, Kırmızı: Çoklu cisim durumunda görülebilirlik değişimi



Şekil 4.54. Saçakların görülebilmesi ve interferometrik açıklık nedeniyle ayırt edebilme ilişkisi.

Kütle Hesabı

Çift yıldızlar, evrende kütlelerinin doğrudan belirlenebildiği neredeyse yegâne cisimlerdir. Bunun nedeni gayet basittir, çünkü bir cismin diğer bir cisme uyguladığı kuvvet bilinirse veya diğer cisimler üzerindeki etkisi bilinirse, bilinen fizik yasalarından yararlanarak ne oranda bir kütlenin bu etkiyi uyandırdığını hesaplamak mümkündür. Tek yıldızların kütlelerini hesaplayamayız. Fakat eğer uzayda birbirine yakın iki yıldız dikkate alırsak ve yıldızlardan birinin diğeri üzerindeki etkisini ölçebilirsek bu durumda diğeri yıldızın ağırlığını veya daha iyi bir ifade ile kütlelerini hesaplayabiliriz. Bir cismin diğeri bir cisme uyguladığı kuvvet Newton çekim yasası ile verilir; $F=Kütle \times İvme$ ($F=ma$). Kütleye bölünmesi durumunda bir yıldızın ivmelenmesinin sadece diğeri yıldızın kütlelerine bağlı olduğunu gösterir.

Görsel çift yıldızlarda bileşenler arasındaki uzaklık yay-saniyesi birimlerinde ölçülür. Bu nedenle görsel çift yıldızlar için yarı-büyük eksen uzunluğu da yay-saniyesi birimindedir. Kepler'in üçüncü yasasında ise

$a=a_1+a_2$ astronomi birimlerinde kullanılır. Karşılıklı olarak a yarı-büyük eksen uzunluğu ve 1 Astronomi Birimi temel birim olarak alındığına,

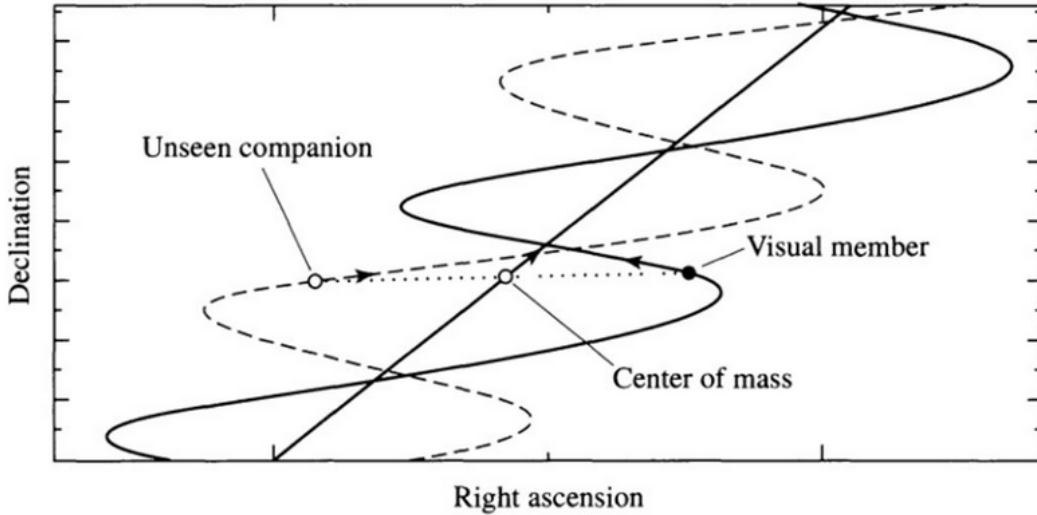
$$\frac{a}{1} = \frac{a''}{\pi_a} \text{ ve buradan } a = \frac{a''}{\pi_a} \quad (104)$$

ifadesi yazılabilir. Çift yıldız sisteminin mutlak paralaks değeri bilinmesi durumunda,

$$M_1 + M_2 = \frac{a^3}{p^2} = \frac{(a''/\pi_a)^3}{p^2} \quad (105)$$

ifadesini kullanarak sistemin toplam kütesini, Güneş kütesi birimlerinde hesaplamak mümkündür. Ayrıca görelî yörünge elipsinin yarı-büyük eksen uzunluğu astronomi birimlerinde hesaplamak mümkündür. Bileşen yıldızların kütlelerinin ayrı ayrı bulunabilmesi ancak kütle oranlarının bilinmesi durumunda mümkündür.

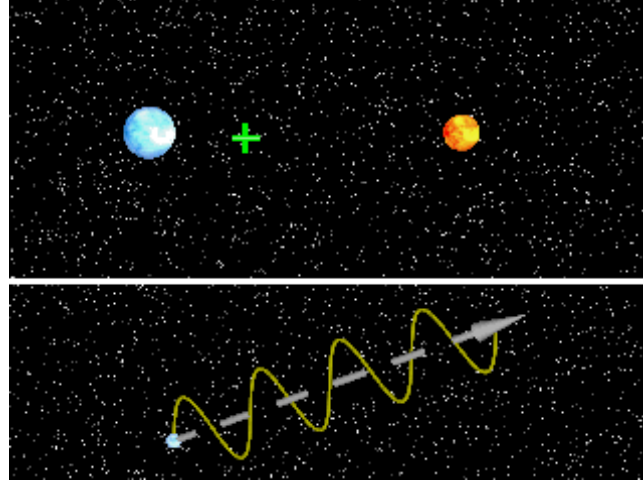
Astrometrik Çift Yıldızlar



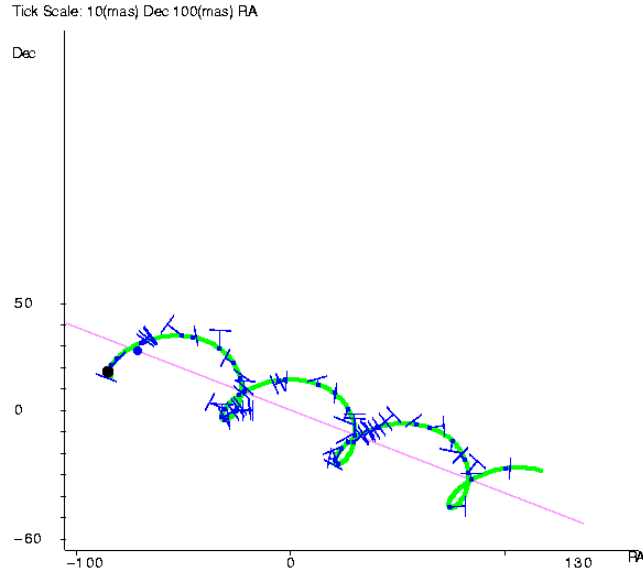
Şekil 4.55. Astrometrik yörünge. Yıldızların koordinatlarının zamana göre periyodik değişiminden ortaya çıkarılabilen çift yıldız sistemleridir.

Fotoğraf plağında görüntüsü tek bir yıldız gibi görünen yakın çift yıldızlara astrometrik çift yıldızlar adı verilir. Sönük bileşenin, baş bileşene göre konumunu bu tür gözlemlerden ölçmek mümkün olmadığından görsel çift yıldızlarda olduğu gibi görelî yörünge belirlenemez. Gözlemi yapılan yıldızın arka planda bulunan ve mukayese olarak adlandırdığımız yıldızlara göre konumlarını veya koordinatlarını belirlemek mümkündür. Bu tür gözlemlerle ulaşılan yörüngelere, mutlak yörünge elipsi adı verilir.

Herhangi bir zaman için bileşen yıldızların mutlak yörünge elipsi üzerindeki konumları, çiftin ortak kütle merkezi ile denge durumunda olması gerektiğinden, yıldızın kütesi ile kütle merkezine olan uzaklıkları çarpımı sabit kalmalıdır.

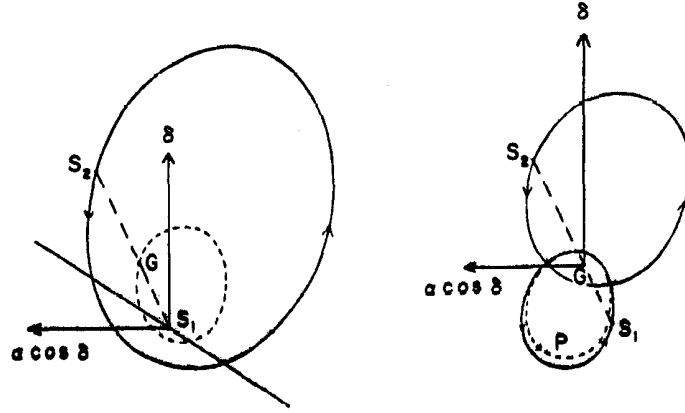


Şekil 4.56. Hareketli görüntü. Bileşenlerinden birinin görülmediği durumda tek bir yıldızın uzay hareketlerinde periyodik konum değişimleri ortaya çıkar.



Şekil 4.57. Hareketli görüntü. Yıldızın kütle merkezi etrafında gerçekleştirdiği dönemli hareket

Astrometrik çift yıldızlar için bileşen yıldızların M_1 ve M_2 kütlelerini bildiğimizi kabul edelim. Bu durumda teorik olarak herhangi bir zaman için kütle merkezinin konumunu görelî yörünge için hesaplayabileceğimizden kütle merkezine (G) göre zamana bağlı olarak bileşen yıldızların yörünge üzerindeki konumlarını biliyoruz demektir. Bu durumda çift yıldız oluşturan bileşen yıldızların kütle merkezine olan uzaklıkları, yani mutlak yörünge elipsi üzerindeki konumlarını da hesaplayabiliriz demektir. Mutlak yörünge elipsi ile görelî yörünge elipsi üzerinde bileşen yıldızların hareket doğrultuları ve yörüngelerine ilişkin dönem ve dışmerkezlik değerleri her iki yörünge için de aynı olmalıdır (Şekil 4.58).

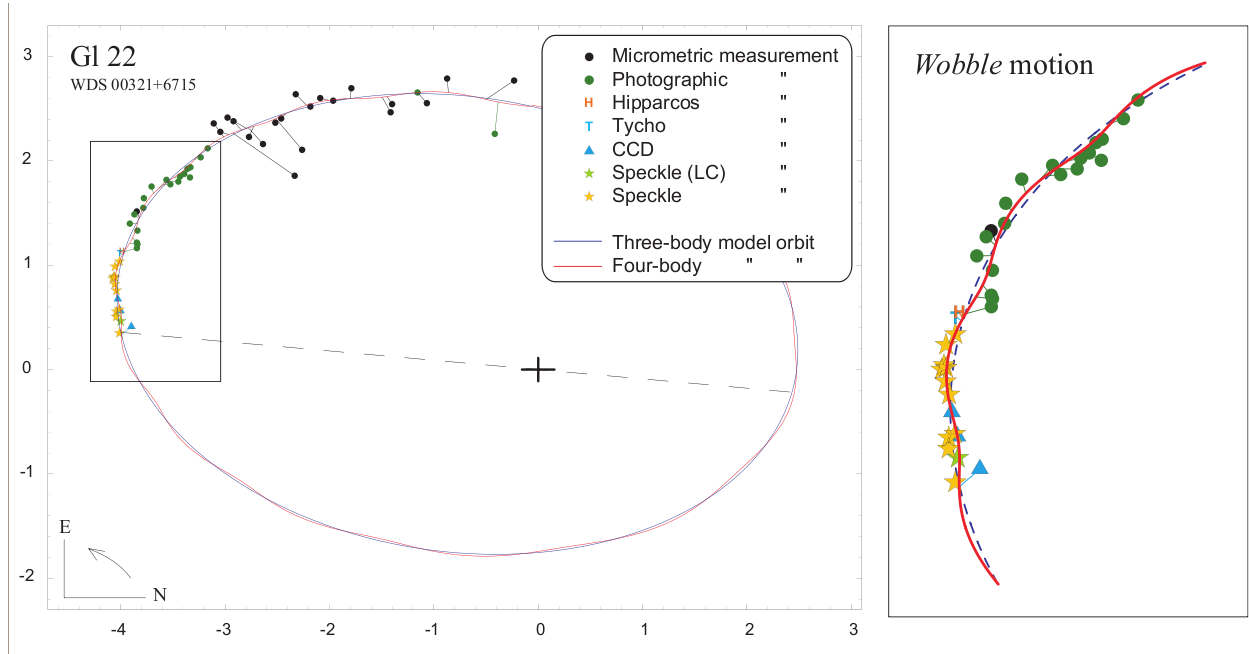


Şekil 4.58. Soldaki şekil görelî yörünge elipsini, sağdaki şekil ise her iki bileşenin mutlak yörünge elipsini göstermektedir. İlkinde koordinat merkezi başyıldızda (S_1), ikincisinde ise koordinat merkezi kütle merkezinde (G) bulunmaktadır.

Aynı kabuller gerçek yörünge düzlemindeki gerçek yörüngeler için de geçerli olduğundan,

$$\mathcal{M}_1 a_1 = \mathcal{M}_2 a_2, \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{\mathcal{M}_2}{\mathcal{M}_1} \quad (111)$$

denge durumunda bulunmalıdırlar. Ayrıca gerçek yörüngeye ilişkin yörünge yarı-büyük eksen uzunlukları toplamı, görelî yörünge elipsine ilişkin yörünge yarı-büyük eksen uzunluğuna eşit olacaktır: $a = a_1 + a_2$.

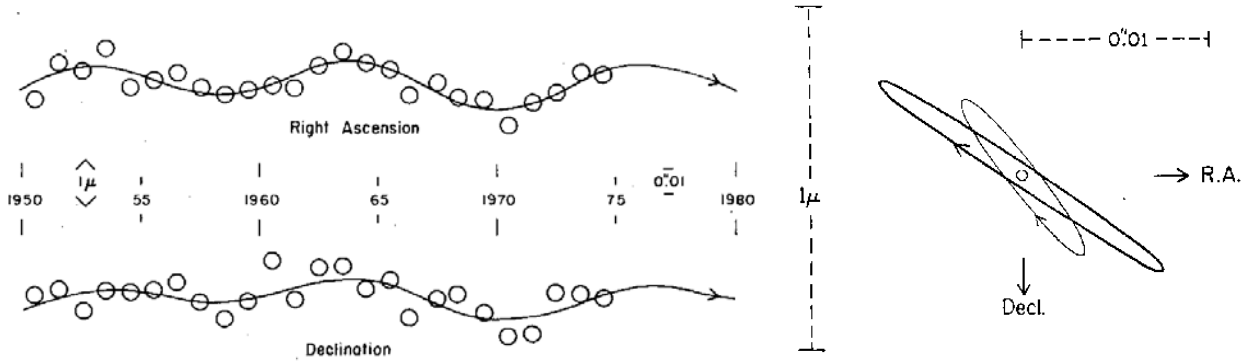


Şekil 4.59. WDS00321+6715 sisteminin farklı gözlem araçları ile gerçekleştirilmiş yörüngesi. Gözlemsel verilerdeki duyarlılığın artması sayesinde astrometrik gözlemler ile gezegen boyutunda cisimlerin

bulunabileceği ispatlanmıştır. Kaynak: Astrometric detection of extrasolar planets, Astronomy & Astrophysics, 478, 187-191 (2008). http://www.manuelandrade.eu/investiga_en.html

Barnard

Öz hareketi en büyük olan yıldızlardan biridir ve galaktik düzleme dik doğrultuda hareket eden bir yıldızdır. 1960'lı yıllarda uzun zaman aralığına dağılmış dikkatli gözlem ve ölçümler sonucunda bu yıldızın uzay hareketinde düzensizliklerin olduğu ortaya çıkmış ve periyodik değişime sahip olduğu belirlenmiştir. Peter van de Kamp (AJ80, 658, 1975) sistemin 11.5 veya 22 yıllık dönemli değişime sahip olduğu gösterilmiştir.



Şekil 4.60. Barnard'ın sağaçıklık ve dikaçıklık ölçümlerinde ortaya çıkan dönemli değişim.

Bileşenleri Ayrılabilen Astrometrik Çift Yıldızlar

Fotoğrafik olarak incelendiğinde tek bir yıldız gibi görülen, fakat görsel olarak bileşenleri ayrı ayrı görülebilen yakın çift yıldızlardır. Bu durumdaki çift yıldızlar için hem görünen, hem de gerçek yörüngeler bilinir. Görünür yörüngeye ilişkin parametreler daha önce anlatılan yöntemlerden biri ile çözülmüş durumdadır. (81) nolu denklemdeki görünür yörünge için dört sabiti aşağıdaki gibi tekrar yazabiliriz,

$$A = a (\dots), \quad F = a (\dots)$$

$$B = a (\dots), \quad G = a (\dots)$$

Görünür yörünge elipsi için

$$\left. \begin{aligned} y = \delta &= Ax' + Fy' = a \left(\frac{A}{a} x' + \frac{F}{a} y' \right) \\ x = \alpha \cos \delta &= Bx' + Gy' = a \left(\frac{B}{a} x' + \frac{G}{a} y' \right) \end{aligned} \right\}$$

Denklemlerini daha önce bulmuştuk. Burada a çarpanının olmaması durumunda birim yörünge elipsine ilişkin denklemler olduğunu unutmamak gerekir. Görünür yörünge ile birim yörünge elipsinin aynı

doğrultuya sahip olabilmesi için öncelikle negatif birim elips dikkate alınmalıdır. Bu sayede gökyüzü düzlemi üzerindeki doğrultu ile yörünge doğrultularının aynı olması sağlanır.

Yukarıda verilmiş olan dört katsayıyı,

$$\left. \begin{aligned} (a) &= -\frac{A}{a} , & (f) &= -\frac{F}{a} \\ (b) &= -\frac{B}{a} , & (g) &= -\frac{G}{a} \end{aligned} \right\} \quad (112)$$

olarak yazar ve -1 ile çarparsak negatif birim elipse ilişkin ifadeler bulunur.

$$\left. \begin{aligned} Q_\delta &= (a)x' + (f)y' \\ Q_\alpha &= (b)x' + (g)y' \end{aligned} \right\} \quad (113)$$

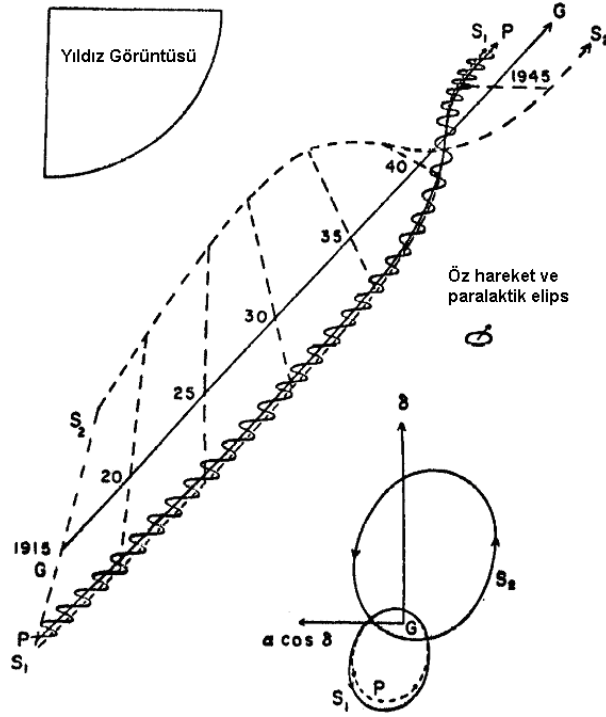
Bu parametrelere *yörünge çarpanları* adı verilir ve gökyüzü düzlemi üzerinde birim negatif elipsin koordinatlarını verene ifadelerdir.

Işık Merkezli (Fotocentrik) Yörünge

Bileşenleri ayrı ayrı görülebilen çift yıldızlar için durum denklemi,

$$\left. \begin{aligned} \xi &= c_x + \mu_x t + P_\alpha \pi_r + Q_\alpha \alpha \\ \eta &= c_y + \mu_y t + P_\delta \pi_r + Q_\delta \alpha \end{aligned} \right\} \quad (114)$$

denklemi şeklindedir. Bu denklemlerde bilinen parametreler; ölçülen koordinatları gösteren ξ ve η , gözlem zamanını gösteren t (yıl), galaktik çarpanlar olan P_α ve P_δ ve yörünge çarpanları olan Q_α ve Q_δ dir. Bilinmeyen ve çözülmesi gereken parametreler ise; sıfır noktası sabitleri olan c_x ve c_y , öz hareket parametreleri olan m_x ve m_y , görelî paralaks π_r ve astrometrik yörünge yarı-büyük eksen uzunluğu olan α terimi olacaktır.



Şekil 4.61. 99 Her sisteminin astrometrik olarak gözlenmiş ışık merkezli spiral yörüngesi.

Şekil 4.61’de S_1 baş ve S_2 ise yoldaş bileşenin uzay hareketlerini. Gözlemlere ilişkin zamanlar kütle merkezinin (G) uzay hareketini gösteren doğrultu üzerinde işaretlenmiş durumdadır. Eğer sistemi etkileyen üçüncü bir kütle yoksa bu durumda kütle merkezi uzayda düzgün doğrusal bir harekette bulunmalıdır.

Baş bileşenin uzay hareketinde genliği küçük fakat dönemi 1 yıl olan periyodik bir değişim daha bulunur. Bu değişimin nedeni gözlemlerin farklı tarihlerde Dünya’dan yapılıyor olmasıdır. Sistem bize ne kadar yakında bu değişimin genliği o kadar büyük, ne kadar uzakta ise değişimin genliği de o kadar küçük olacaktır. Çoğu sistem için bu değişimi ölçebilmek mümkün olmamaktadır. Bu etkinin gözlemlerden arındırılması işlemi genel olarak dönemi 1 yıl olacak şekilde en küçük kareler yöntemi veya fourier analiz yöntemi kullanılarak genliğin belirlenmesi ve gözlemlerden arındırılması şeklinde gerçekleştirilir. Paralaktik elips çok küçük boyutludur ve genellikle çalışmalarda dikkate alınmaz, fakat gözlemlerden arındırılması da son derece kolay bir işlemdir.

Düzeltilme işleminin ardından yine eşit aralıklara sahip olmayan spiral bir yörünge hareketi gözlenir. Bu hareket, cisim enberi noktası civarında ise zamana göre daha hızlı, enöte noktası civarında ise zamana göre daha yavaş bir hareket olmalıdır. Eğer gözlemlerde enberi noktası civarında gözlemleriniz bulunuyorsa, yörünge çözümleri çok daha doğru yapılabilmektedir.

Böylesine bir sistemde yoldaş bileşenin ışınımgücü sıfır ise, karanlık veya görülmeyen bir bileşenin olduğu sistemlerde, baş bileşenin yörüngesine ilişkin çözümden $\alpha=a_1$ bulunur. Tarihsel olarak bakıldığında öz hareketlerinin doğrusal olmadığı görülen ilk sistemler Sirius ve Procyon olmuştur. O tarihlerde bu tür hareketlerin görülmeyen bir bileşenin varlığı nedeniyle gerçekleştirilebileceği açıklaması yapılmıştır. Çok sonraları bu yıldızların ikinci ve çok sönük bileşenlere sahip oldukları ispatlanmıştır. Bunlar ise gözlenen ilk beyaz cüce bileşenli çift yıldız sistemleri olmuşlardır.

Denge koşulu dikkate alındığında (111) nolu denklemden,

$$\frac{\alpha}{a} = \frac{a_1}{a} = \frac{a_1}{a_1 + a_2} = \frac{\mathfrak{M}_2}{\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2} = B_2 \quad (115)$$

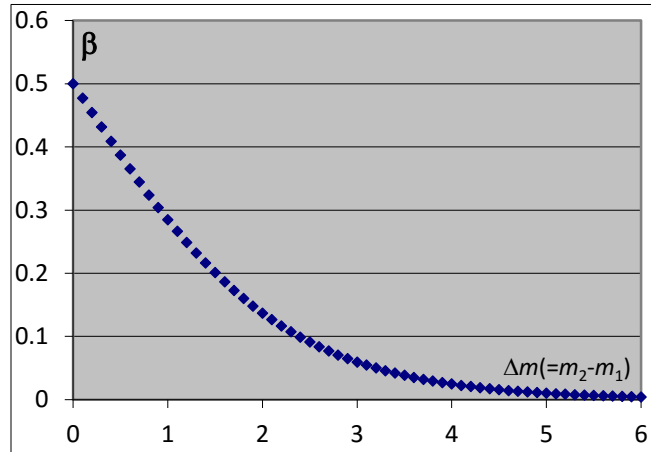
ifadesini yazabiliriz. Burada B_2 , toplam kütle biriminde yoldaş bileşenin kütle oranı olarak tanımlanır. Eğer yoldaş bileşen belirli bir parlaklığa sahipse bu durumda gözlemsel olarak ışık merkezine ilişkin yörünge elde edilir ve $\alpha \neq a_1$ olmalıdır. l_1 ve l_2 bileşen yıldızların ışınım güçleri olmak üzere, ışınım için denge koşulunu yazabiliriz. Tanım olarak *ışık merkezi*, her iki yıldızın oluşturdukları görüntünün merkezidir. Eğer bileşen yıldızlar arasındaki uzaklığın 1 birim olduğunu kabul edersek bu durumda baş bileşenin ışık merkezine olan ve β ile göstereceğimiz uzaklığının,

$$\frac{\beta}{1} = \frac{l_2}{l_1 + l_2} \quad (116)$$

olduğunu yazabiliriz. Pogson ifadesinden yararlanarak ışınım gücü ile kadir biriminde parlaklık arasında dönüşüm yaptığımızda yukarıdaki bu ifadeyi parlaklık birimlerinde yazabiliriz. (Bunun için $m = -2.5 \log l \leftrightarrow l = 10^{-0.4m}$ ifadesinden yararlanabiliriz.) β için bu ifadeyi düzenlediğimizde,

$$\beta = \frac{10^{-0.4m_2}}{10^{-0.4m_2} + 10^{-0.4m_1}} = \frac{1}{1 + 10^{-0.4\Delta m}} \quad (117)$$

ifadesine ulaşırız. Burada $\Delta m = (m_2 - m_1)$ olarak bileşen yıldızların parlaklıkları arasındaki fark olarak tanımlanmıştır. β ile Δm arasındaki değişimi grafiksel olarak çizmek mümkündür (Şekil 4.62).



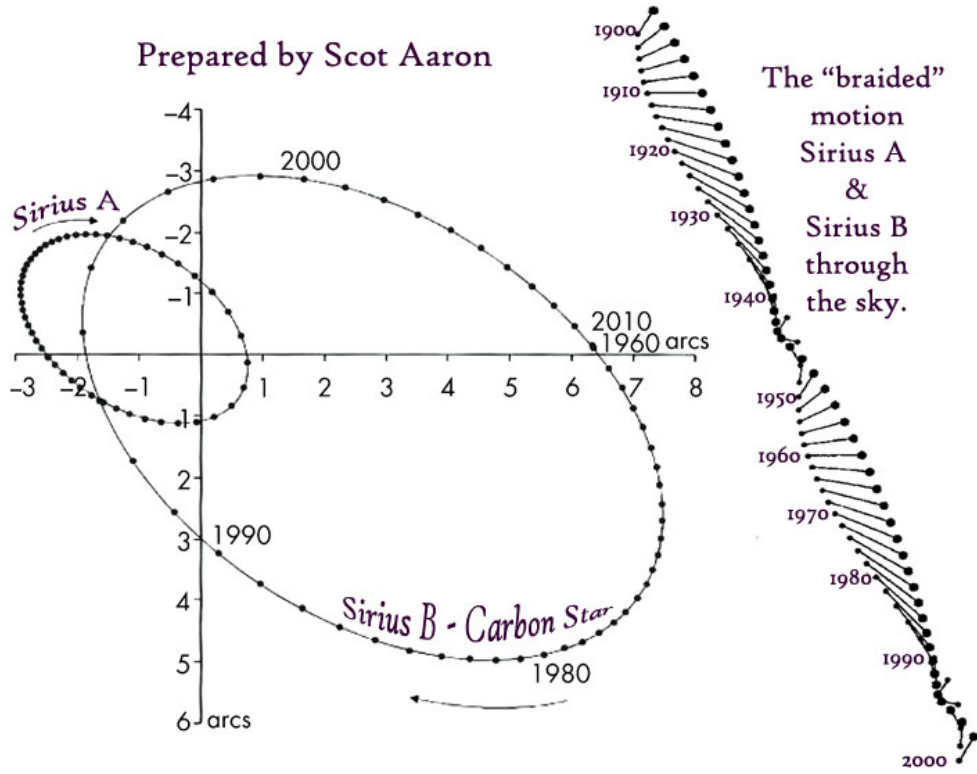
Şekil 4.62. Bileşen yıldızların parlaklık farklarına, Δm , göre baş bileşenin ışık merkezinden olan uzaklık değişimi.

Şekil incelendiğinde bileşen yıldızlar arasındaki parlaklık farkının sıfır olması durumunda, bileşen yıldızların ışık merkezine olan uzaklıkları aynı büyüklükte gerçekleşmektedir. Bu durumda böylesi sistemlerde ışık merkezi gözlemlendiği için herhangi bir yörüngesel hareket görülemeyecektir. Bileşen yıldızlar arasındaki parlaklık farkı arttıkça ışık merkezi, ışınımı daha büyük olan bileşene doğru yaklaşacak ve fark yaklaşık 6 kadir olduğunda parlak bileşen ile ışık merkezi aynı uzaklıkta olacaktır.

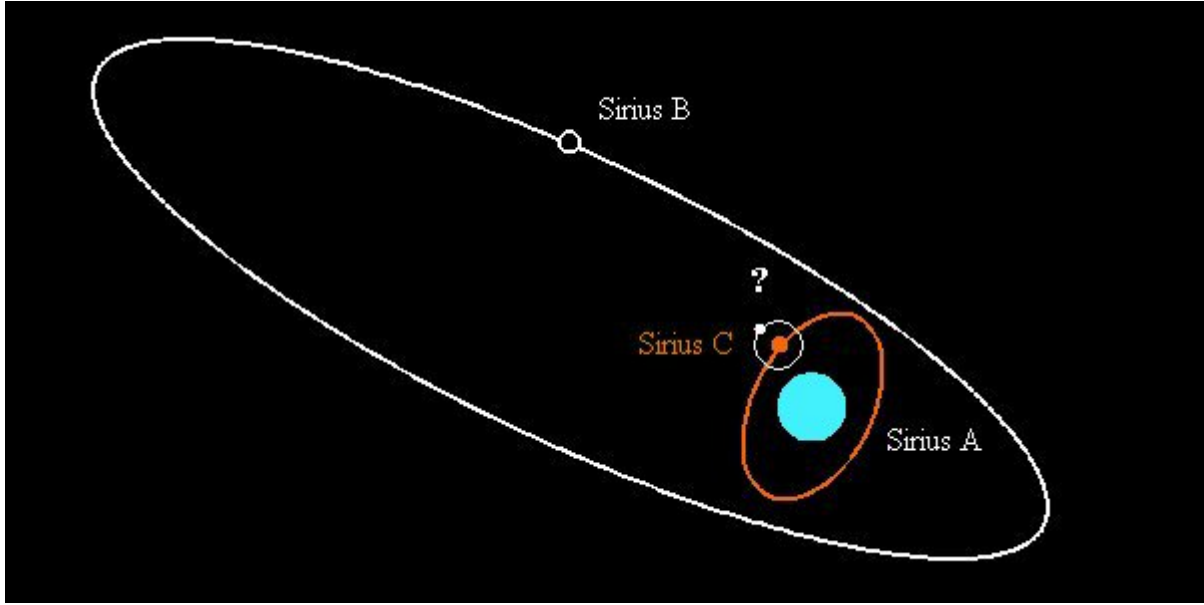
Bu bağıntının doğruluğu Yerkes Gözlemevi'nde yapay yıldızlar kullanılarak denetlenmiştir. Kütle merkezi ile ışık merkezi arasındaki kesirsel fark için $(B_2 - \beta)$ aşağıdaki ifadeyi yazabiliriz,

$$\frac{\alpha}{a} = B_2 - \beta, \quad \alpha = (B_2 - \beta)a \quad (118)$$

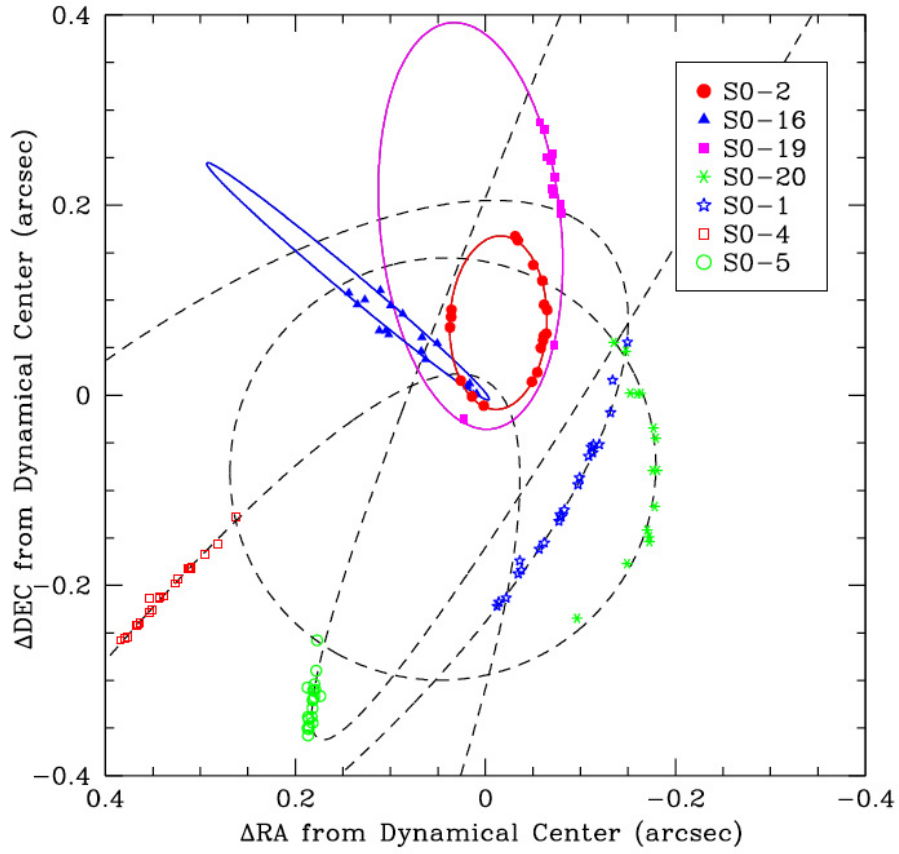
Işık merkezli yörünge, parlak bileşenin yörüngesinden daha küçüktür. Tamamen aynı kütle ve ışınım gücüne sahip bir çift sistem için $B_2 = \beta = 0.5$ olduğundan $\alpha = 0$ olmalıdır. Bunun anlamı ışık merkezli herhangi bir yörüngesel hareketin görülemeyeceğidir. Fakat yine de başka yöntemler kullanılarak çift yıldız oldukları anlaşılan sistemler için değerli bir sonuçtur. Astrometrik çift yıldızlarda bileşen yıldızlar ayrı ayrı görülemiyorsa bu durumda görünür yörünge elipsi elde edilemez ve gözlemlerden ancak P , T ve e parametreleri hesaplanabilir. Bu tür sistemler aynı zamanda tayfsal çift yıldız olmaları durumunda diğer yörünge parametrelerini hesaplamak mümkündür.



Şekil 4.63. Sirius için görünür yörünge ve astrometrik hareketi.



Şekil 4.64. Sirius için astrometrik yörüngeden üçüncü bir bileşenin olabileceği tartışılmaktadır.



Şekil 4.65. Galaktik merkez civarı için gerçekleştirilen astrometrik gözlemlerden Süper kütleli bir karadeliğin varlığı ispatlanmıştır.

Kütle Hesabı

Bileşenleri ayrı ayrı görülebilen astrometrik çift yıldızlar için,

$$\alpha = (B_2 - \beta)a, \quad B_2 = \frac{\mathfrak{M}_2}{\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2} = \frac{\alpha}{a} + \beta$$

ifadesi elimizde mevcut demektir. Burada B_2 , kesirsel kütle değeridir. $B_2 + B_1 = 1$ olacağından B_1 değeri hesaplanabilir. Her iki büyüklük, toplam kütle için birim olduğu kabul edilerek bulunur. Elde edilen bu parametrelerin oranı, bileşenleri ayrı ayrı gözlenebilen astrometrik çift yıldızlar için kütle oranı olacaktır. Bu durumda,

$$\frac{\mathfrak{M}_2}{\mathfrak{M}_1} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{B_2}{B_1} = \frac{B_2}{1 - B_2} \quad (123)$$

şeklinde ifademizi yazabiliriz. Bileşen yıldızları ayrı ayrı görülebilen sistemler için β değeri, bileşen yıldızların parlaklıkları farkından hesaplanabildiğinden kütleler oranı elde edilebilir bir değer olacaktır. Görsel çift yıldızlar için yörünge bilindiğinden, sistemin toplam kütlelerini hesaplamak mümkündür. Bu durumda kütleler oranı ile birlikte kullanılarak bileşen yıldızların kütlelerini ayrı ayrı bulmak mümkündür. Ayrıca sistemin boyutları astronomi birimi cinsinden bilindiğinden, km birimine dönüşüm de yapmak mümkündür.

Görsel olarak veya interferometrik gözlemlerle bileşen yıldızları ayrı ayrı görülemeyen sistemler için görünür yörünge elipsi gözlenemeyeceğinden yörünge parametrelerini elde edemeyiz. Eğer sistem tayfsal olarak gözlenebiliyorsa bu durumda yörünge parametrelerine ulaşmak mümkün olabilir. Bileşen yıldızların parlaklık farkı Δm bilinemeyeceğinden β değeri hesaplanamaz. Değişim sadece parlak bileşenin periyodik uzay hareketinden kaynaklı olacaktır. Yıldızın hareketi incelenerek P dönemini ve e dışmerkezlik değerini belirlemek mümkündür. Böylesi sistemler için ancak kütle fonksiyonunu yazabiliriz,

$$M_1 + M_2 = \frac{\alpha^3}{(B_2 - \beta)^3 \pi_a^3 P^2} \quad (124)$$
$$(B_2 - \beta)^3 (M_1 + M_2) = \frac{\alpha^3}{\pi_a^3 P^2}$$

İstatistiksel olarak yıldız kütlelerinin birbirlerinden çok farklı olmadıkları bilinmektedir. Kütlelerin büyük çoğunluğu 20 ile $0.5 M_\odot$ arasında değişmektedir. Büyük kütleli yıldızlar ayrıca çok parlak yıldızlar olacaktır. Bu nedenle bu bilgi yoldaş bileşenin kütlelerinin belirlenmesinde bir sınırlama olarak dikkate alınabilir.

Astrometrik sistemler için yörünge parametreleri belirlenebilir, fakat yörüngeyi bakış doğrultusuyla yaptığı açının işareti ancak tayfsal gözlemler mevcutsa bulunabilir. Görsel yörüngeler, bileşen yıldızların toplam kütlelerinin bulunmasını sağlamaktadır. Mutlak yörüngeler ise kütle oranı bilgisini verdiğinden bileşenlerin ayrı ayrı kütlelerinin hesaplanabildiği sistemlerdir. Görsel çift yıldızların bileşenlerinden bazıları ayrıca çift yıldız olduklarından, bozulmuş bir eliptik yörüngeye sahip olabilirler. Bu durumda öncelikli olarak bu bozulmadan arındırma işlemi gerçekleştirilmeli ve ardından Kepleryan yörünge elipsi çizilmelidir. Daha sonra bozulmadan kaynaklı değişimlerin incelenmesi gerçekleştirilebilir.

Sirius (α CMA A) ve Beyaz Cüce (α CMA B) bileşeni için gerçekleştirilen gözlemlerden yörünge döneminin $P=49.94$ yıl olduğunu ve sistemin paralaksının $\pi=0''.377$ olduğu bilinmektedir. Bileşen yıldızların bolometrik görünür parlaklıkları sırasıyla -1.55 ve $+5.69$ olduğu hesaplanmıştır. Yörünge çözümünden yörünge yarı-büyük eksen uzunluğu $a=7''.68$ olarak çözülmüştür. Her iki bileşen de gözlenebildiğinden bileşen yıldızların kütle merkezine olan uzaklıkları da bilinmektedir ve bu oran $a_A/a_B=0.466$ olarak hesaplanmıştır. Yörünge eğim açısı yaklaşık olarak $i\sim 0^\circ$ değerine sahiptir.

Bileşen yıldızların parlaklıkları arasındaki fark; $\Delta m_V=+5.69-(-1.55)=7.24$ kadir olacağından bu bilgidен yararlanarak bileşen yıldızların ışınım güçleri oranını,

$$\frac{L_{B,V}}{L_{A,V}} = 10^{-7.24/2.5} = 10^{-2.9} = 0.0013$$

olarak bulunur. Kütle merkezine olan uzaklıkları dikkate alındığında,

$$\frac{M_B}{M_A} = \frac{a_A}{a_B} = 0.466$$

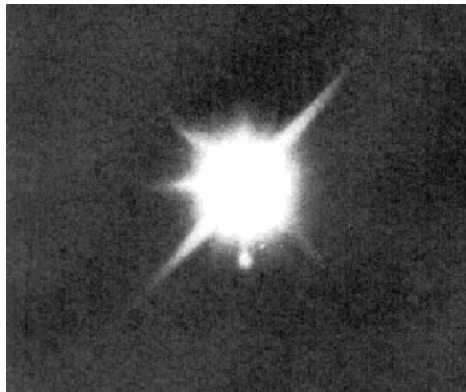
Bileşen yıldızların kütleleri oranı bulunur. Sistemin paralaksı bilindiğine bize olan uzaklığı $d(pc) = 1/\pi'' = 1/0.377 = 2.653$ pc olacaktır. Ayrıca yörünge yarı-büyük eksen uzunluğu için $a = \frac{a''}{\pi''} = 20.371$ AB bulunur. Bu durumda sistemin toplam kütle 3 ncü Kepler yasasını dikkate alarak,

$$M_A + M_B = \frac{(20.371 AB)^3}{(49.94 \text{ yıl})^2} = \frac{8453.51}{2494} = 3.39 M_\odot$$

olarak hesaplanır. Bileşen yıldızların kütleleri oranı bilindiğinden, $M_B=0.466M_A$, iki bilinmeyenli iki denklemin çözümünden, sırasıyla Sirius A ve B için,

$$M_A=2.203 M_\odot \text{ ve } M_B=1.027 M_\odot$$

olarak bulunur.



Şekil 4.66. Sirius A (parlak) ve B (parlak yıldızın altındaki küçük cisim)

Yeni yörünge çözümüne göre, sistemin yörünge dönemi $P=50.090\pm 0.055$ yıl olduğu, yarı-büyük eksen uzunluğu için $a''=7.50\pm 0.04$, dışmerkezlik değerinin $e=0.5923\pm 0.0019$ olduğu ve yörünge eğim açısının ise $i=136.53\pm 0.43^\circ$ olduğu bulunmuştur. Bu parametrelerin dikkate alınması durumunda sistemin bileşenlerine ilişkin kütleler ne şekilde değişecektir?