

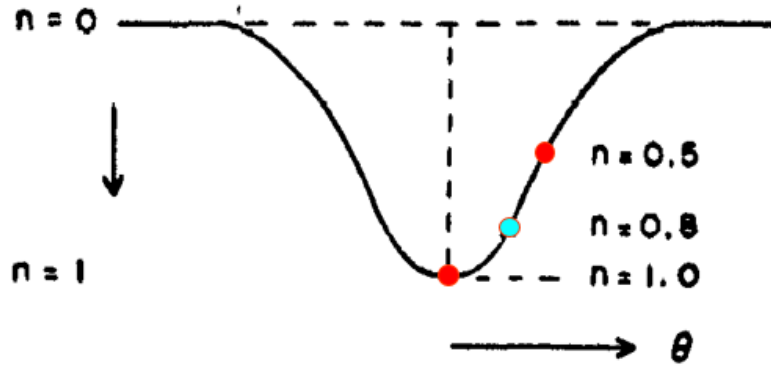
II. Yöntem: Parçalı Tutulma Hali (χ ve q fonksiyonlu)

Parçalı tutulma halinde α değerlerini kullanamayız fakat burada n diye bir ifade tanımlayarak, daha önce kullandığımız ifadeyi aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$\sin^2 \theta(n) = A' + B'\psi(k, n, \alpha_0)$$

k , i , r_g 'nin yanında α_0 parametresinin de hesaplanması gerekmektedir. Eğer fotometrik gözlemler dışında başka gözlemsel veri mevcut değilse, derin olmayan (sığ) minimumlar için bu parametrenin belirlenmesi neredeyse imkânsızdır. Derin minimumlar için k ile α_0 arasındaki bağıntı minimum kanatlarından belirlenebilir. Bu işleme *şekil bağıntısı* adı verilir. Buradan bulunacak bağıntının, *derinlik bağıntısı* olan k ile α_0 arasındaki ifade ile ilişkilendirilmesi gerekmektedir. Bu iki bağıntının birbirleri ile kesişmesinden, k ve α_0 ayrı ayrı bulunabilmektedir.

Pratikte zaman zaman bu işlem doğru sonuç vermemektedir. Bu durumda en iyi yöntem derinlik bağıntısına bağlı olan k , α_0 çiftlerinden seçim yapmak ve bir dizi teorik ışık eğrisi üreterek gözlemler ile karşılaştırmak olmalıdır. Bu amaçla iki farklı standart nokta kullanılmasının pratik sonuçlar verdiği görülmüştür. Bu standart noktalar tam minimum ortası ve çıkış kolunun ortası için sırasıyla $n=1$ ($\theta=0$) ve $n=0.5$ ($\theta=1/2$) için ışık eğrisine ilişkin noktalardan geçirilen en iyi eğriden okunabilen değerlerden oluşur. Doğal olarak karşımıza başka bir fonksiyon çıkacaktır. Bu fonksiyonun yapısı $\chi(k, n, \alpha_0)$ şeklindedir. Kayar nokta için yine $\theta(n)$ şeklinde üçüncü bir n noktası burada da seçilir. Bu durumda dinamik durum (Şekil 6.39):



Şekil 6.39. Parçalı tutulma durumunda minimum içerisinde kullanılacak standart noktalar.

$$\cos^2 i + \sin^2 i \sin^2 \theta(n) = r_g^2 (1 + kp_n)^2$$

$$\cos^2 i = r_g^2 (1 + kp_0)^2$$

minimum ortası için

$$\cos^2 i + \sin^2 i \sin^2 \theta(1/2) = r_g^2 (1 + kp_{1/2})^2$$

çıkış eğrisinin ortası için

şeklinde olacaktır. Bu ifadeler arasında fark alındığında:

$$\sin^2 i \sin^2 \theta(n) = r_g^2 \left\{ (1 + kp_n)^2 - (1 + kp_0)^2 \right\}$$

$$\sin^2 i \sin^2 \theta(1/2) = r_g^2 \left\{ (1 + kp_{1/2})^2 - (1 + kp_0)^2 \right\}$$

Bu iki denklemin birbirine bölünmesi durumunda aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\frac{\sin^2 \theta(n)}{\sin^2 \theta(1/2)} = \frac{(1 + kp_n)^2 - (1 + kp_0)^2}{(1 + kp_{1/2})^2 - (1 + kp_0)^2}$$

İfade *geometrik derinlik* p , k ve α 'nın fonksiyonudur. k , α ve p arasındaki ilişki J.E. Merrill tarafından hesaplanmış ve tablolar halinde aşağıdaki ifade şeklinde vermiştir:

$$\frac{\sin^2 \theta(n)}{\sin^2 \theta(1/2)} = \chi(k, n, \alpha_0)$$

Bu fonksiyon her zaman pozitif değere sahiptir.

$$\sin^2 \theta(n) = \sin^2 \theta(1/2) \cdot \chi(k, n, \alpha_0)$$

Seçilen standart noktalar için $\sin^2 \theta_2 = A' = 0$ ve $B' = \sin^2 \theta(1/2)$ olduğundan çözülebilmektedir.

Işık eğrisi üzerinde standart noktalara yakın olmayan bir n noktası alınması durumunda χ tablosundan k ile α_0 arasındaki ilişki bulunur. Derinlik ilişkisi burada q fonksiyonunun özel bir duruma karşılık gelir. Bu iki ilişkinin birleştirilmesi ile k ile α_0 bulunabilir. L_s değerini: $1 - I_p = \alpha_0 L_s$ ifadesinden ve L_g değerini ise: $L_b + L_g = 1$ ifadesinden hesaplanır. Yöntem minimum derinliği sığ olan ışık eğrileri için iyi işlememektedir. Daha iyi bir hesaplama yapabilmek için $\sin \theta$ için $n=0.4, 0.5, 0.6$ nin ortalama değerleri ve minimum ortasına ilişkin standart noktalar (kayar noktası) olarak alınır. Üçüncü bir nokta ise $n=0.8$ 'de alınır. Teorik ışık eğrisi $n=0.5, 0.8$ ve 1.0 arasında değişecektir.

Denkleminiz bu durumda;

$$\chi(k, \alpha_0) = \frac{\sin^2 \theta(0.8)}{\sin^2 \theta(0.5)}$$

şeklinde olacaktır. Bu yöntemin tam tutulma gösteren ışık eğrileri içinde en azından çoğu için uygulanabileceği açıktır. J.E. Merrill tarafından çizilen nomogramlar ise çok daha hızlı çözüme ulaşmak için kullanılabilir.

Dış kontak ve minimum ortası için sırasıyla;

$$\cos^2 i + \sin^2 i \sin^2 \theta_e = r_g^2 (1 + kp)^2 \quad \text{dış kontak anı için}$$

$$\cos^2 i = r_g^2 (1 + kp_0)^2 \quad \text{minimum ortası için}$$

denklemlerini yazabiliriz. Burada θ_e , k , p_0 bilinen değerlerdir. Çıkarma işlemi yaparak;

$$\begin{aligned}\sin^2 i \sin^2 \theta_e &= r_g^2 (2k + k^2 - 2kp_0 - k^2 p_0^2) \\ &= r_g^2 k (2 + k - 2p_0 - kp_0^2)\end{aligned}$$

elde edilir. Buradan,

$$\sin^2 i = \frac{r_g^2 k (2 + k - 2p_0 - kp_0^2)}{\sin^2 \theta_e} = r_g^2 u'$$

yazabiliriz. Tekrar k , α_0 , p_0 arasındaki bağıntıyı verecektir. Minimum ortası için elde edilen denklem ile birleştirilmesi durumunda,

$$1 = r_g^2 (1 + kp_0)^2 + r_g^2 u' = r_g^2 (1 + kp_0 + k^2 p_0^2 + u') = r_g^2 v'$$

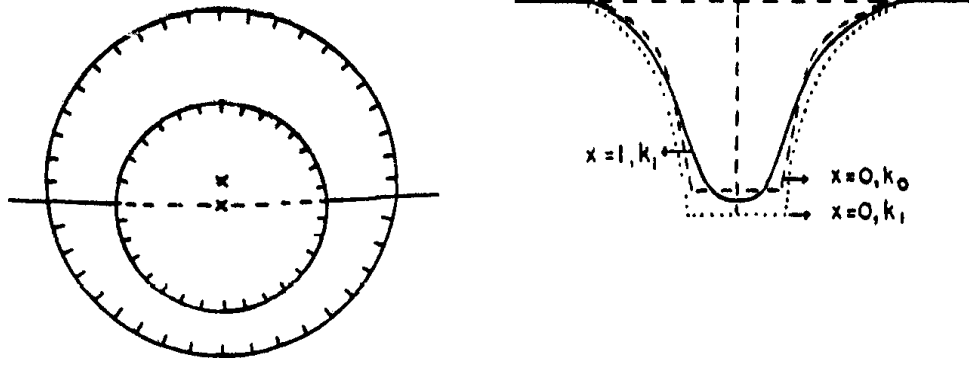
$$r_g^2 = \frac{1}{v'}$$

elde edilir. u' ve v' bilinen değerler olduğundan doğrudan r_g değerini hesaplayabiliriz. Bu sonucun minimum ortası için elde edilen denklemde yerine konulması durumunda ise i yörünge eğim açısı hesaplanabilmektedir.

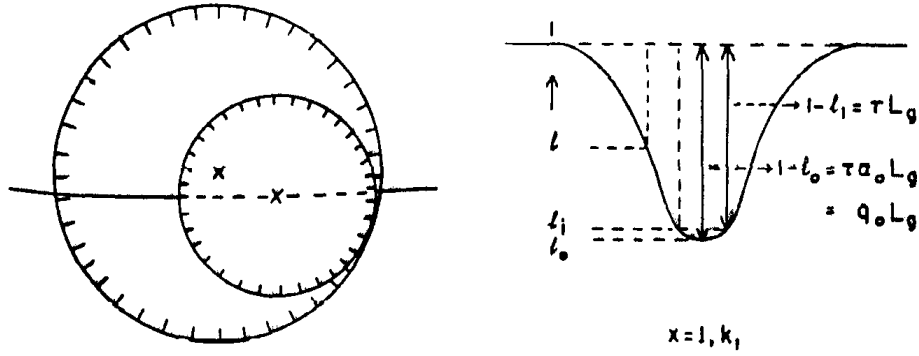
Tablo IV. Üniorm ışınım halinde ışık eğrisinin çözümünde kullanılan denklemler

Örtülme Türü	occultation (örtme)	Transit (örtülme)	Derinlik ifadesi	Kanatlarda
Tam $x=0$	Tam	Parçalı	I_b/I_c	k, r_g, i
1. yöntem	Düz	Düz	$k^2 = \frac{1-l_a}{l_t}$	
2. yöntem	α, θ f, A, B $\psi, \varphi, (R)$ χ	α, θ f, A, B $\psi, \varphi, (R)$ χ	L_s, L_g	
Tam olmayan $x=0$	Parçalı Eğrisel	Parçalı Eğrisel	I_b/I_c $\alpha_0 = C + \frac{D}{k^2}$	$\alpha_0 \leftrightarrow k$
1. yöntem	n, θ f, A, B	n, θ f, A, B		
2. yöntem	χ	χ	$\alpha_0, k, r_g, i, L_s, L_g$	

Kenar Kararmasının Işık Eğrisine Etkisi



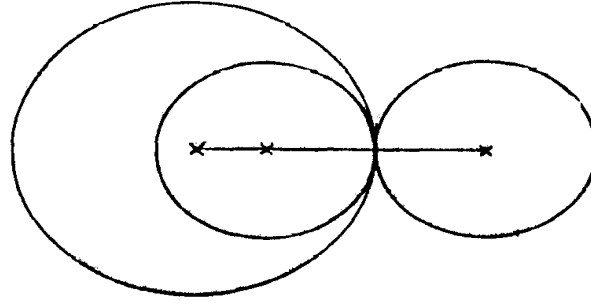
Şekil 6.40. Kenar kararması halkalı tutulma gösteren bir ışık eğrisinde minimum bölgesinin eğrisel olmasına neden olur.



Şekil 6.41. İç teğet durumu için kaybolan ışık miktarının birim alınması durumu.

Tablo V. Kenar kararması olması durumu için kaybolan ışık miktarı

Durum	Minimum ortası	İç Teğet hali	Kanat	Işık kaybı
(1a) t	$1-l_0=1 L_s$	$1-l_1=L_s$	$1-l=\alpha^{\rho c} L_s$	$\alpha^{\rho c} = \frac{1-l}{1-l_1}$
(1b) a	$1-l_0=\tau \alpha_0^{\rho} L_g$	$1-l_1=\tau L_g$	$1-l=\tau \alpha^{\rho} L_g$	$\alpha^{\rho} = \frac{1-l}{1-l_1}$
(2a) P	$1-l_0=\alpha_0^{\rho c} L_s$	-	$1-l=\alpha^{\rho c} L_s$	$n^{\rho c} = \frac{\alpha^{\rho c}}{\alpha_0^{\rho c}} = \frac{1-l}{1-l_0}$
(2b) p	$1-l_0=\tau \alpha_0^{\rho} L_g$	-	$1-l=\tau \alpha^{\rho} L_g$	$n^{\rho} = \frac{\alpha^{\rho}}{\alpha_0^{\rho}} = \frac{1-l}{1-l_0}$



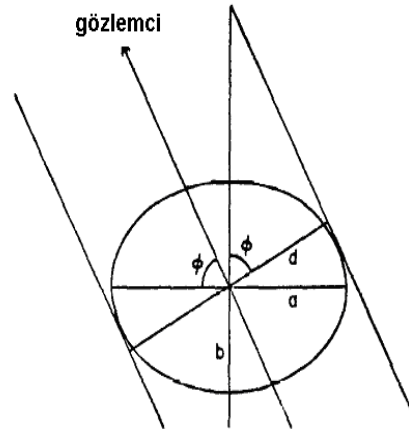
$$\alpha = >1, 1, 0$$

$$p = -\frac{1}{k}, -1, +1$$

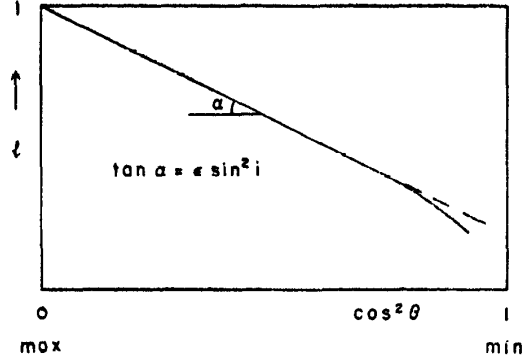
Şekil 6.42. İç ve dış teğet durumunda ışık kaybı ve geometrik derinlik arasındaki ilişki.

Tablo VI. Kenar kararmasına ilişkin özet bilgi.

Tutulma Türü	Occultation (Örtme)	Transit (Örtülme)	Derinlik	Kanatlar
Tam tutulma $x=1$	tam Düz α, θ	(annular) halkalı Eğrisel α, τ, θ	$q_0 = \frac{1-l_a}{l_t}$ L_s, L_g	
$x \leq 1$; I II	f^{oc}, A, B ψ^{oc}, φ^{oc} χ^{oc}	f^{tr}, A, B ψ^{tr}, φ^{tr} χ^{tr}		x, k, r_g, i
Parçalı tutulma $x=1$	Parçalı Eğrisel n, θ	parçalı Eğrisel n, θ	$\alpha_0 = C + \frac{D}{q_0}$	x tahmin edilir $\alpha_0 \leftrightarrow q_0 \leftrightarrow k$
$x \leq 1$; I II	f^{oc}, A, B χ^{oc}, φ^{oc}	f^{tr}, A, B χ^{tr}, φ^{tr}		
$\alpha_0, k, r_g, i, L_s, L_g$				

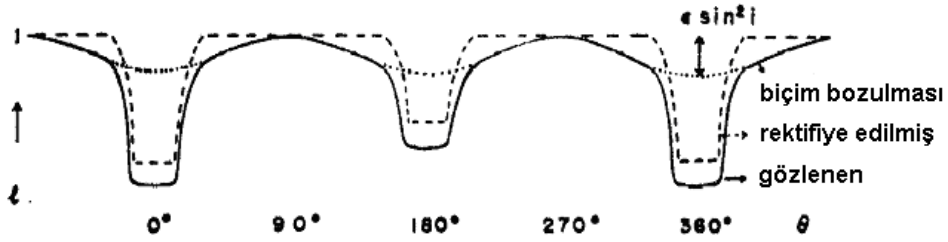


Şekil 6.43. φ nin fonksiyonu olarak d ile a arasındaki bağıntı.

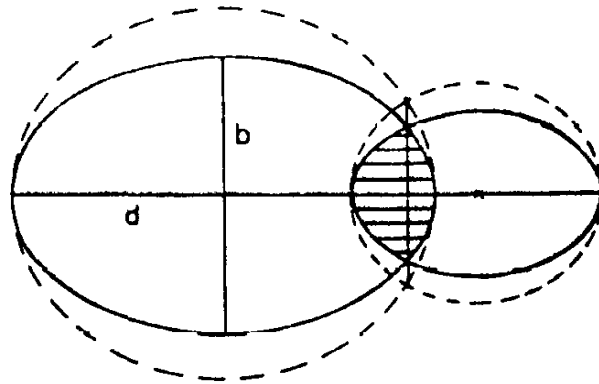


Şekil 6.44. Işık eğrisinin maksimum ışınım gücünün $\cos^2 \theta$ ya göre grafiği.

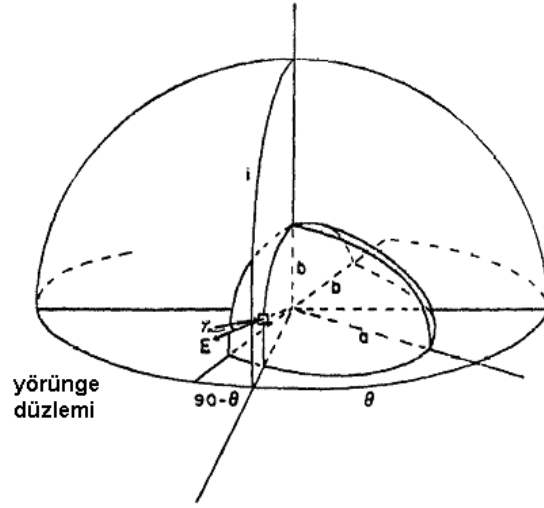
Işık eğrisi: gözlenen, rektifiye edilmiş ve biçim bozulmasından kaynaklanan etki.



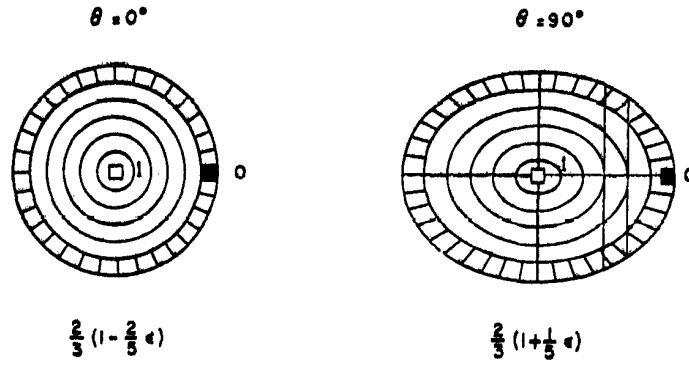
Şekil 6.45. Gözlenen ışık eğrisinde maksimum bölgesi yıldızların biçimlerinin bozulması nedeniyle eğrisel şekilde değişir. Rektifiye edilmiş olan ışık eğrisinde maksimum yöresi düzgün bir yapıdadır. Rektifiye edilmiş olan minimum eski yöntemlerden biri ile analizi yapılabilir.



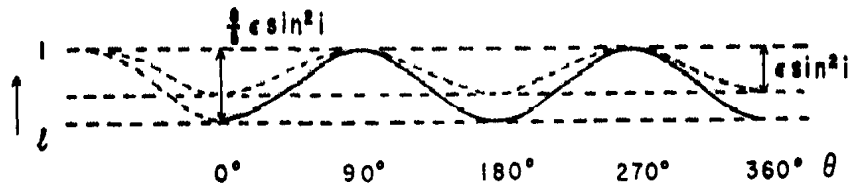
Şekil 6.46. Biçim bozulmasına sahip iki bileşende örtülen alan, yardımcı dairelerin örtülme alanları ile aynı orantıya sahip olarak değişir.



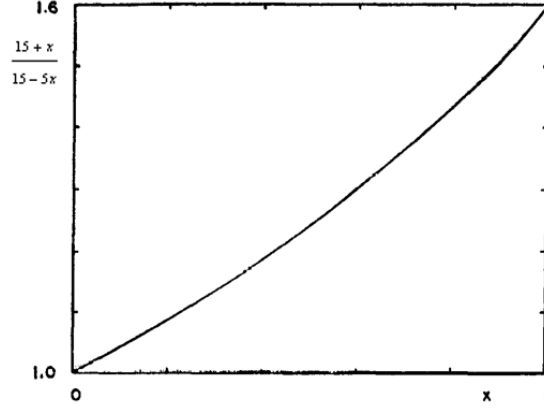
Şekil 6.47. Tam kenar kararmasına sabit şekil bozulmasına uğramış yıldız



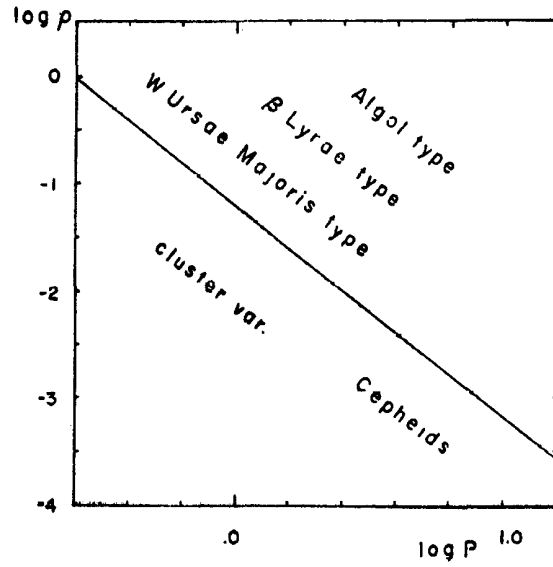
Şekil 6.48. Tam kenar kararmasına ve şekil bozulmasına sahip bir yıldızın sırasıyla minimum ve maksimumdaki ortalama yüzey parlaklıkları ($i=90^\circ$).



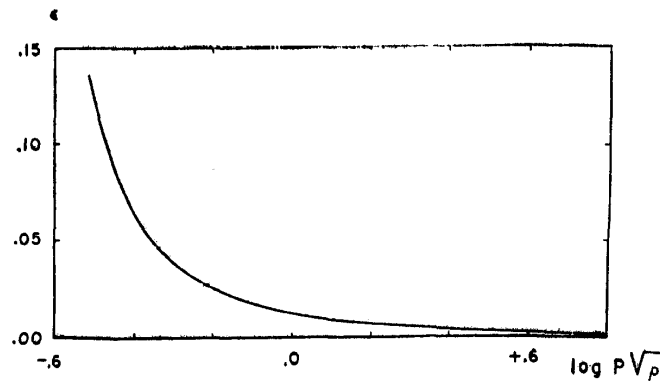
Şekil 6.49. Şekil bozulması bulunan yıldızlar için ışık değişiminin maksimumundaki etki, eşyönlü ışınım yapan ve tam kenar kararmasına sahip bir yıldızın etkisinin 1.6 katı kadar daha fazla olmaktadır.



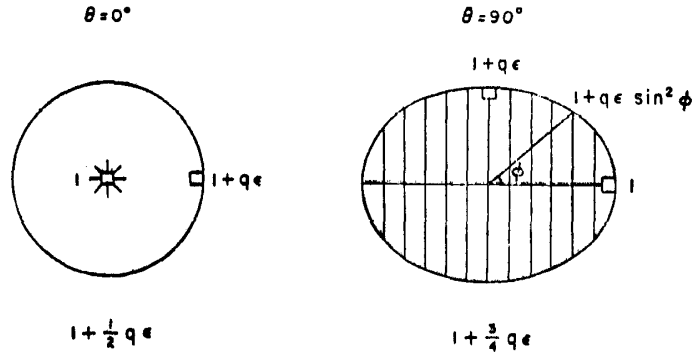
Şekil 6.50. Kenar kararması x değeri ile ışık eğrisinin maksimumunu ilişkin genlik arasındaki bağıntı.



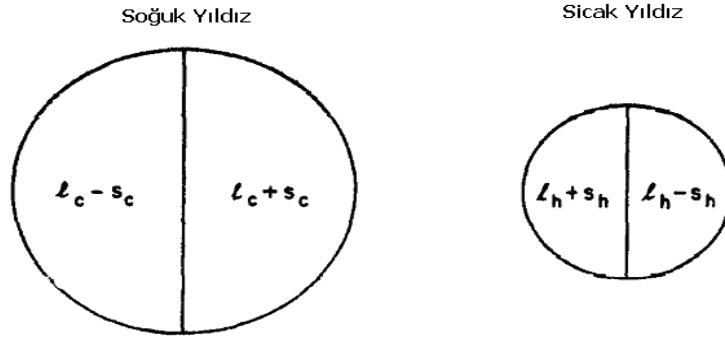
Şekil 6.51. Farklı türden değişen yıldızlar için dönemlerinin logaritmalarının ortalama yoğunluklarına göre değişimi.



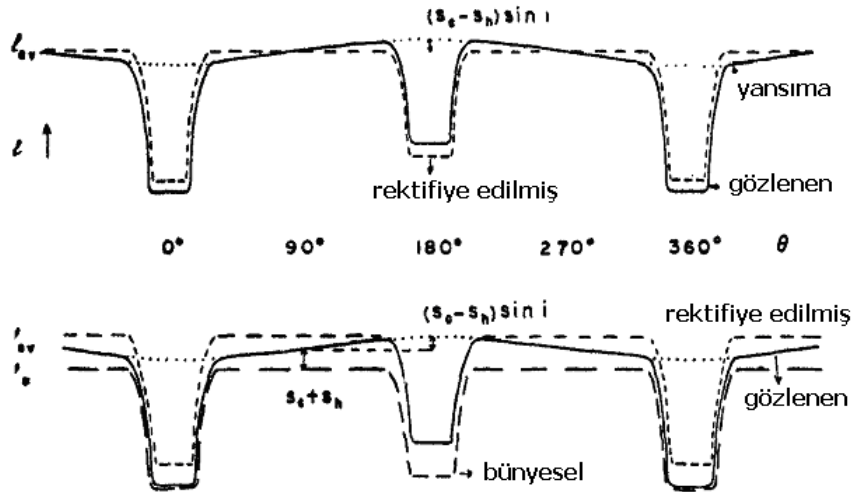
Şekil 6.52. Şekil bozulması ve dönem-yoğunluk logaritması arasındaki ilişki (P =dönem, ρ =ortalama yoğunluk).



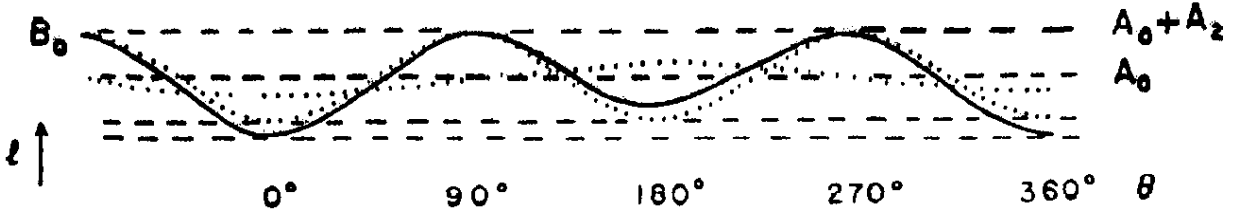
Şekil 6.53. Sırasıyla küresel ve elipsoid bir yıldız için çekim kararması etkisinin ortalama yüzey parlaklıkları için minimum ve maksimumları ($i=90^\circ$).



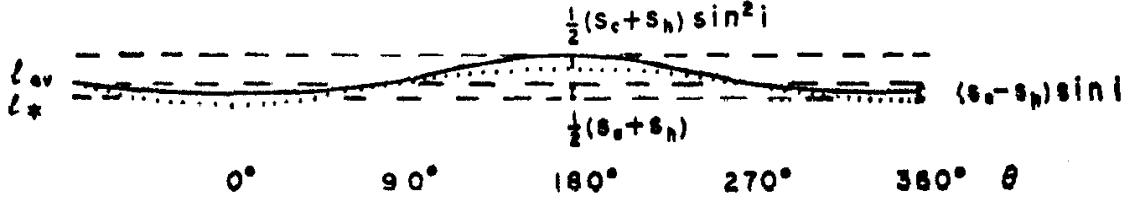
Şekil 6.54. Soğuk ve sıcak yıldızın birbirine bakan yüzeyleri karşı bileşenden ek ışınım aldığından parlak görülür ve bu etki ışık eğrilerinde görülür.



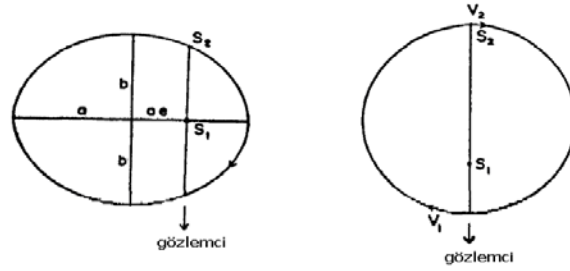
Şekil 6.55. Gözlenen ışık eğrisinde yansımaya etkisi. Yansısız ışık eğrisi (bünyesel ışık değişimi) ve rektifiye edilmiş ışık eğrisi birlikte gösterilmiştir.



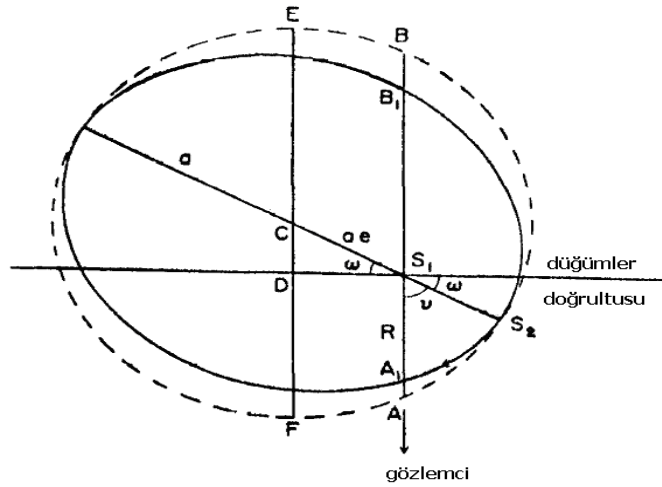
Şekil 6.56. Yıldızların şekil bozulmaları ve yansımaya etkisi nedeniyle gözlenen ışınım güçlerine ilişkin maksimumun değişimi.



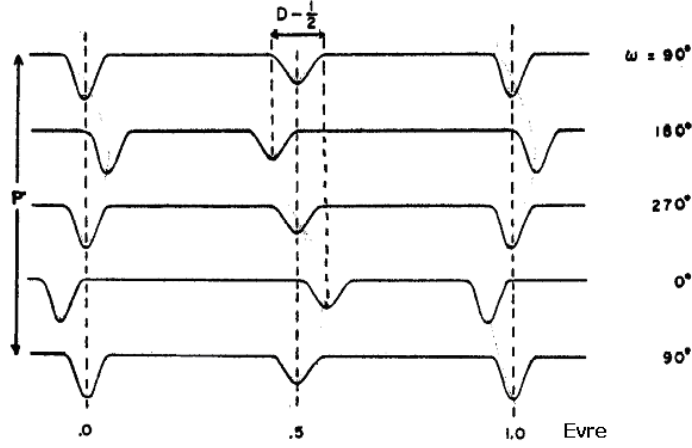
Şekil 6.57. Yansımaya ve tekrar ışınım etkisinin ışık eğrisinin maksimumuna etkisi.



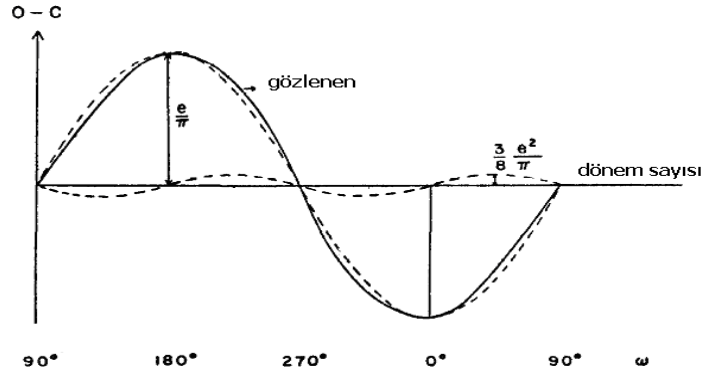
Şekil 6.58. Soldaki şekil; büyük eksen gökyüzü düzlemi ile çakışık olduğundan bir evre kayması görülecektir. Sağ şekil; büyük eksen bakış doğrultumuzla aynı doğrultuda olduğundan tutulmalar arasındaki süre aynı olamayacaktır.



Şekil 6.59. Genel durum için evre kayması ve minimumlarda eşit olmayan sürede tutulma durumu.



Şekil 6.60. Dügümler doğrultusunun dönmesi nedeniyle evre kayması



Şekil 6.61. Zamana bağlı olarak birinci minimumun doğrusal bir dönem boyunca düğümlerin uzayda dönmesi nedeniyle değişimi.

Görsel Çift Yıldızlar: Önemli Kaynaklar

- Index Catalogue of Visual Double Stars 1961,0 (IDS), H.M. Jeffers, W.H. van den Bos ve F.M. Greeby, Publ. Lick Obs. Vol.21. 1960 yılına kadar gözlenen tüm görsel çift yıldızlara ilişkin katalog.
- General Catalogue of Double Stars (BDS) S.W. Burnham, Publ. Carnegie Inst. No.5, Washington, 1906, 2 Vols.
- New General Catalogue (ADS) R.G. Aitken, ibid. No.417, Washington 1932, 2 Vols.
- The Reference Catalogue of Southern Double Stars R.T.A. Innes, Ann. Roy. Obs. Cape, Vol. 2, Pt.2, 1899.
- The Southern Double Star Catalogue (SDS). R.T.A. Innes, Handbook of Double Stars, Crassley, Gledhill ve Wilson, London 1879
- Catalogues by Th. Lewis for Σ Stars, Mem. Roy. Astron. Soc. 56, 1906.
- Catalogues by W. Hussey for $O\Sigma$ Stars, Publ. Lick Obs. Vol. 5, 1901.
- Third Catalogue of Orbits of Visual Binary Stars W.S. Finsen and C.E. Worley, Republic Obs. Circular Johannesburg No. 129, 1970.
- Information Circulars of the IAU Commission 26. Ed. P. Muller

Görsel Çift Yıldızlar: İnternet Kaynakları

- Washington Double Star Catalog http://edu-observatory.org/eo/double_stars.html
- Brightest Double Stars <http://astro.estec.esa.nl/Hipparcos/msa-tab7.html>
- The Orbits of 150 Visual Binaries <http://www.dibonsmith.com/orbits.htm>
- The Orbital Elements of Selected Visual Binaries <http://www.dibonsmith.com/elements.htm>
- Double Star Library <http://ad.usno.navy.mil/wds/dsl.html>
- Third Interferometric Catalog <http://ad.usno.navy.mil/wds/int3.html>
- Fourth Interferometric Catalog <http://ad.usno.navy.mil/wds/int4.html>
- Fifth Orbit Catalog <http://ad.usno.navy.mil/wds/orb5.html>

Tayfsal Çift Yıldızlar: Önemli Kaynaklar

- Bibliography of Spectroscopic Double Stars (in Russian) S. Korytnikow, M. Lavrov and D. Martynow, Moscow 1961-63 (4 parts)
- Bibliography of Stellar Radial Velocities H.A. Abt and E.S. Biggs, 1972, Published by Kitt Peak Natl. Obs., Tucson, Ariz.
- General Catalogue of Stellar Radial Velocities R.E. Wilson, Publ. Carnegie Inst. No. 601, Washington 1953.
- Lick Obs. Publ. Vol. 18, 1932. Sixth Catalogue of the Orbital Elements of Spectroscopic Binary Stars
- A.H. Batten 1967, Publ. Dominion Astrophys. Obs. Victoria, Canada, Vol.13. No.8. <http://ad.usno.navy.mil/wds/dsl/SB8/sb8.html>
- Tayfsal çift yıldızlar eğer örten değişen değilse genellikle HD numarası (Henry Draper Catalogue, Harvard Annals. Vol. 91-93) ile gösterilir. Keşfedene ilişkin bir kod bulunmaz.

Fotometrik Çift Yıldızlar: Önemli Kaynaklar

- General Catalogue of Variable Stars-GCVS (in Russian) B.V. Kukarkin et al. Third edition (Moscow 1969/70). <http://www.sai.msu.su/groups/cluster/gcvs/>
- Geschichte und Lichtwechsel der veränderlichen Sterne, Second edition. H. Schneller, 1963, Vol. V Part3.
- A Finding List for Observers of Eclipsing Variables F.B. Wood et al. 1963, Publ. Flower and Cook Obs. Vol.9
- A Catalogue of Graded Photometric Studies of Close Binaries R.H. Koch et al. 1970, ibid. Vol.11
- AAVSO - American Association of Variable Star Observers <http://www.aavso.org/>

Fotometrik Çift Yıldızlar: İnternet Kaynakları

- IBVS - Information Bulletin on Variable Stars <http://www.konkoly.hu/IBVS/IBVS.html>
- IAPPP - International Amateur-Professional Photoelectric Photometry - IAPPP West <http://www.iappv.vanderbilt.edu/>
- AAVSO - American Association of Variable Star Observers <http://www.aavso.org/>
- Eclipsing Binaries Minima Database <http://www.oa.uj.edu.pl/ktt/>