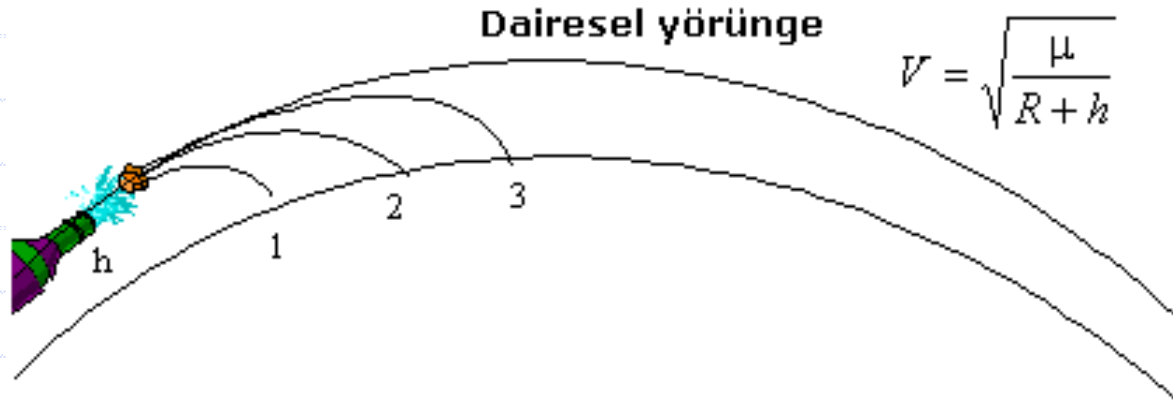


Uydu Yörüngelerine Giriş

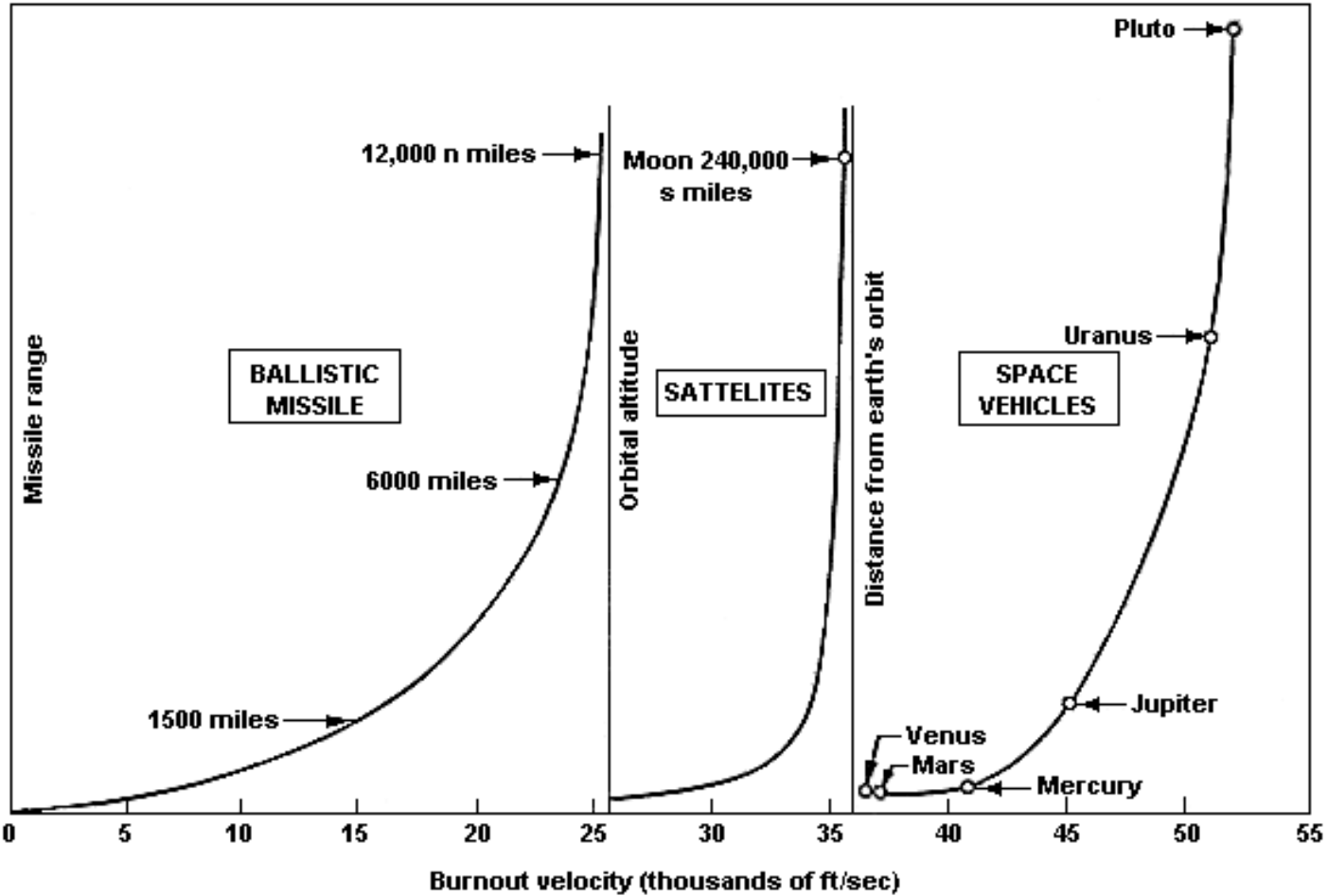
Niçin Uydular Dolanıyor?



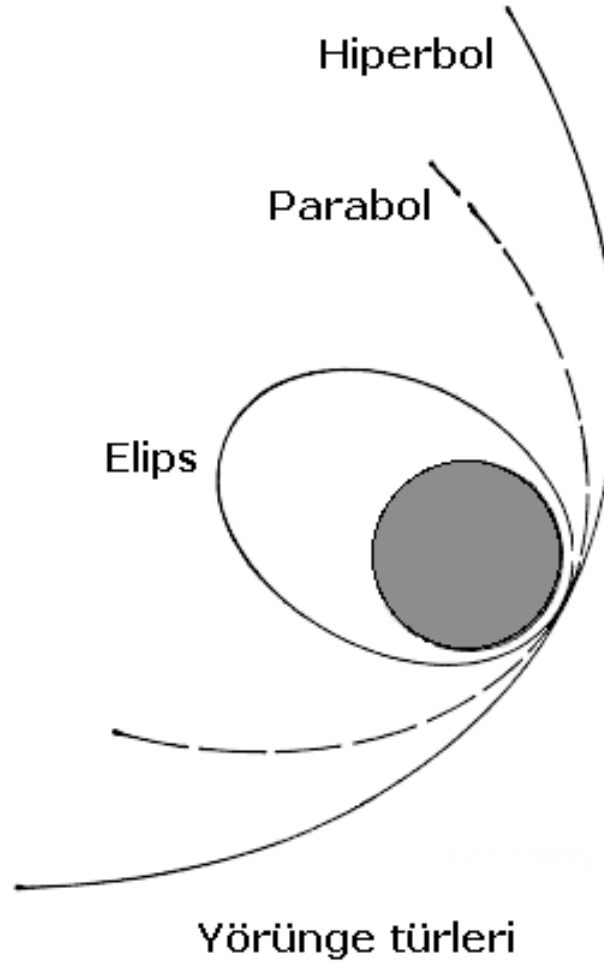
Merkezcil kuvvet ile çekim kuvveti t' 'ye bağlı değişim göstermezse yörünge dairesel olur.

Eđer hız biraz fazla veya az ise, yani t' 'ye bağlı değişiyorsa o zaman yörünge eliptik olur.

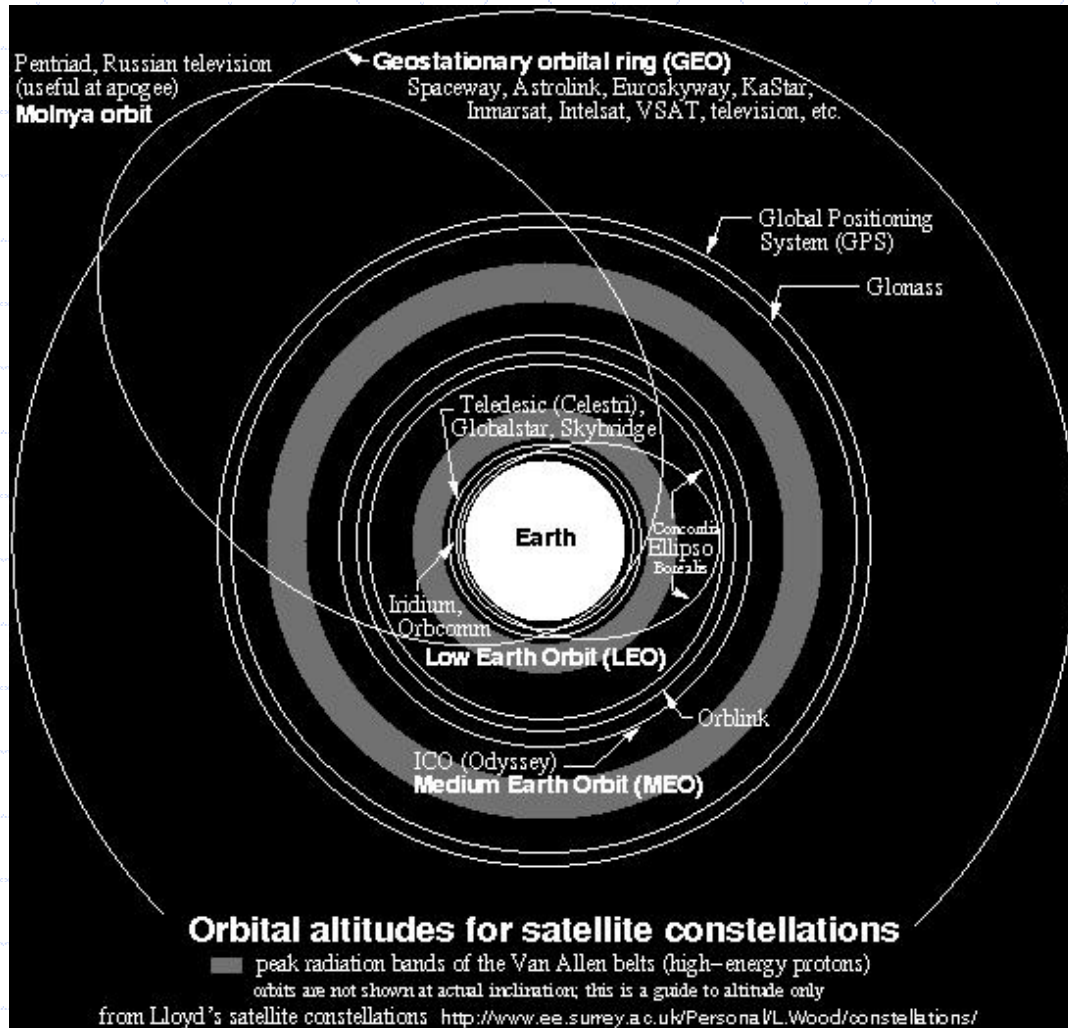
Ateşlendiği Andaki Hızı



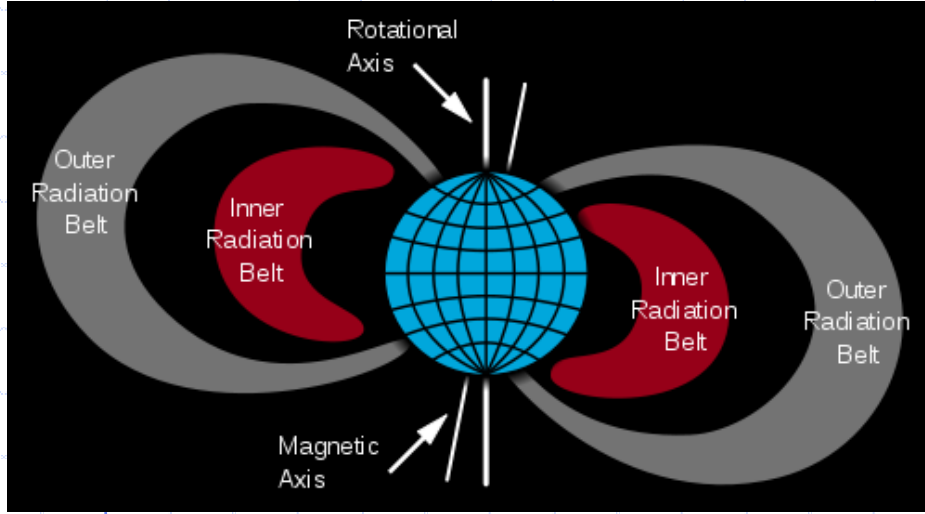
Yörünge Türleri



Yörünge Türleri

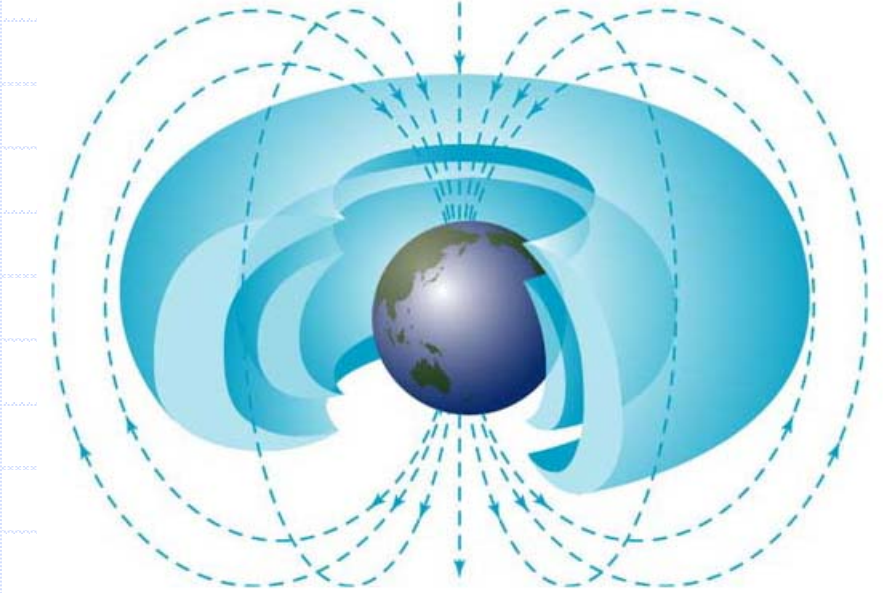


Van Allen Işınım Kuşakları



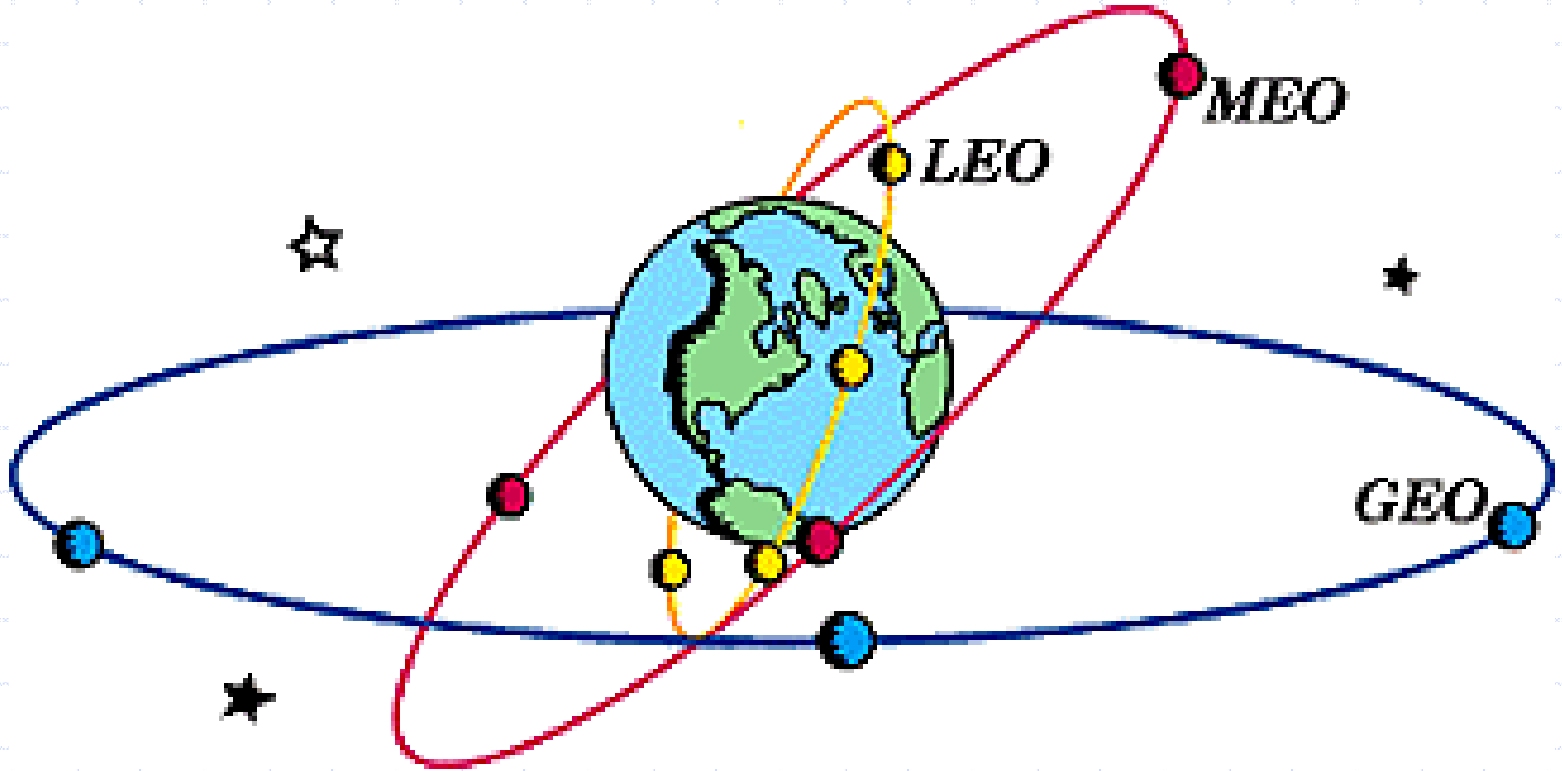
1950 lerin sonunda uydulara yerleştirilen Geiger sayaçları sayesinde varlığı van Allen tarafından keşfedilmiştir. Jeomanyetik fırtınalarda ve uydular üzerinde bu kuşağın etkisi önemlidir.

Dış kuşak $\sim 3 - 10 R_{\text{Yer}}$ aralığındadır, en yoğun olduğu yer $4-5 R_{\text{Yer}}$ arasındadır. Bu dış kuşak elektronlar tarafından oluşturulmuştur.



İç kuşak $\sim 1.2 - 3 R_{\text{Yer}}$ aralığındadır, en yoğun olduğu yer $4-5 R_{\text{Yer}}$ arasındadır. Güneş aktivitesi fazla olduğunda ya da SAA civarında alt sınırı birkaç yüz km yüksekliğe kadar iner. Bu kuşakta, çok enerjik elektronlar, protonlar ve iyonlar bulunur.

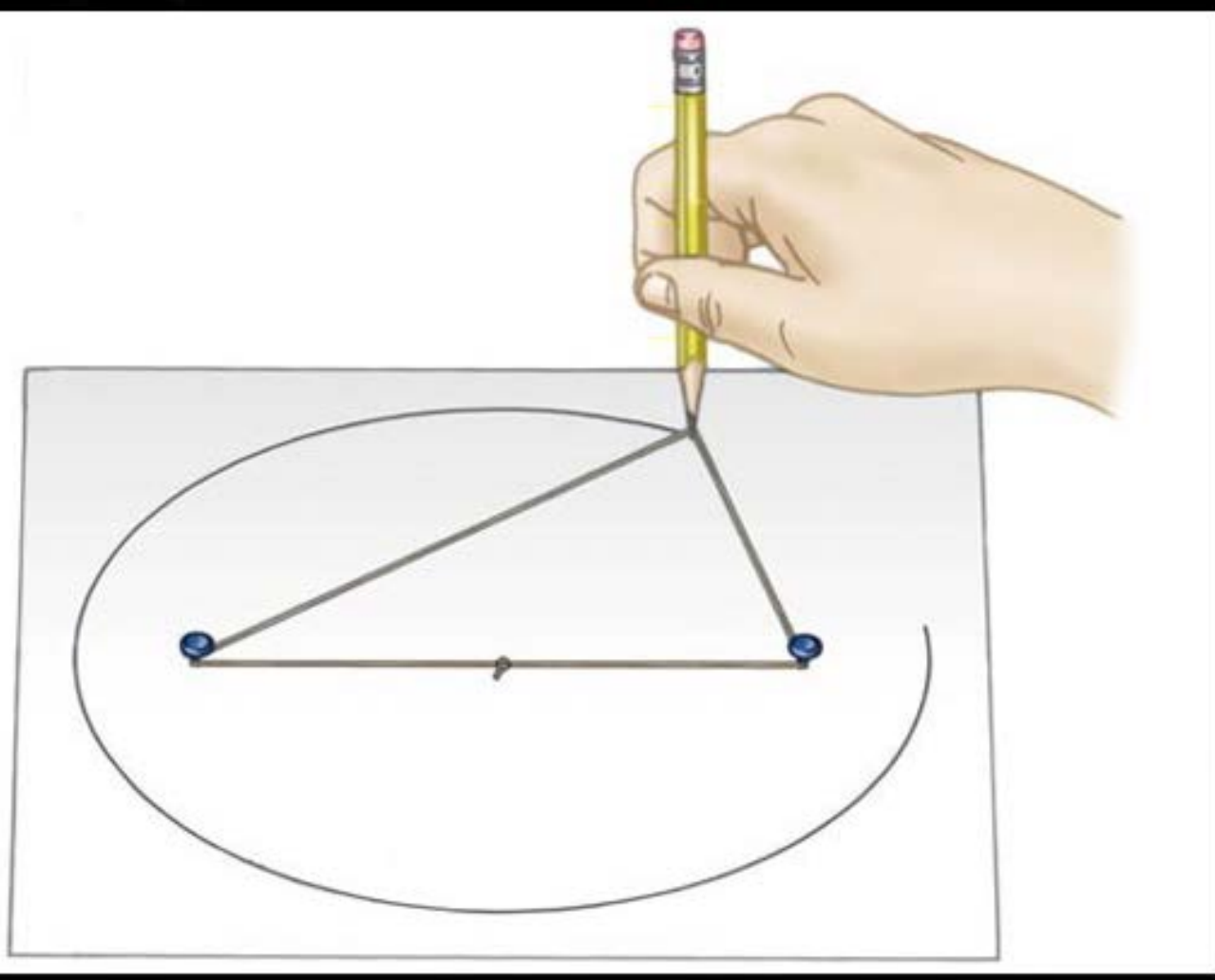
Yörünge Türleri



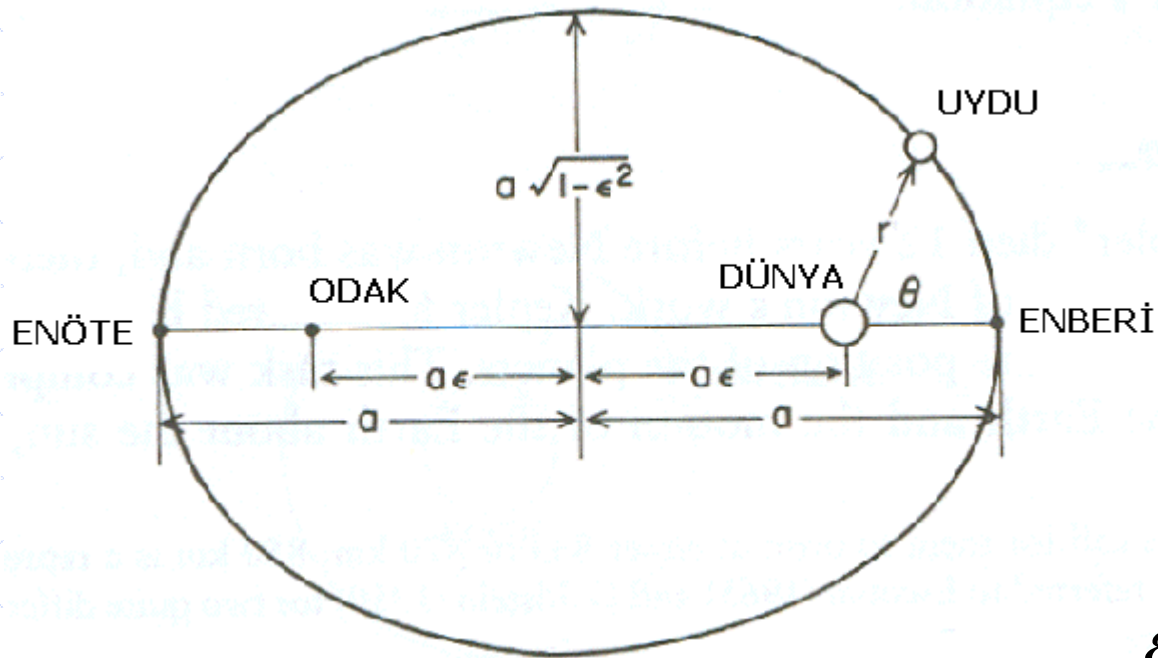
Kepler Yasaları

1. Tüm gezegenler odaklarının birinde Güneş bulunan bir elips yörünge üzerinde hareket ederler.
2. Güneş ile gezegeni birleştiren yarıçap vektörü eşit zamanlarda eşit alanlar süpürür.
3. Dolanma döneminin karesinin yarı büyük eksen uzunluğunun küpüne oranı güneş etrafında dolanan her gezegen için aynıdır. $(a^3/T^2) = sbt'$ tir.
4. Gezegen yerine uyduyu ve güneş yerine dünyayı koyarsak yasa geçerlidir fakat sadece orantı katsayısı farklıdır.

Elips



Elips Geometrisi



- a = Yarıbüyük eksen
- ϵ = Dışmerkezlik (0-1)
- θ = Gerçek anomali
- r = Yarıçap

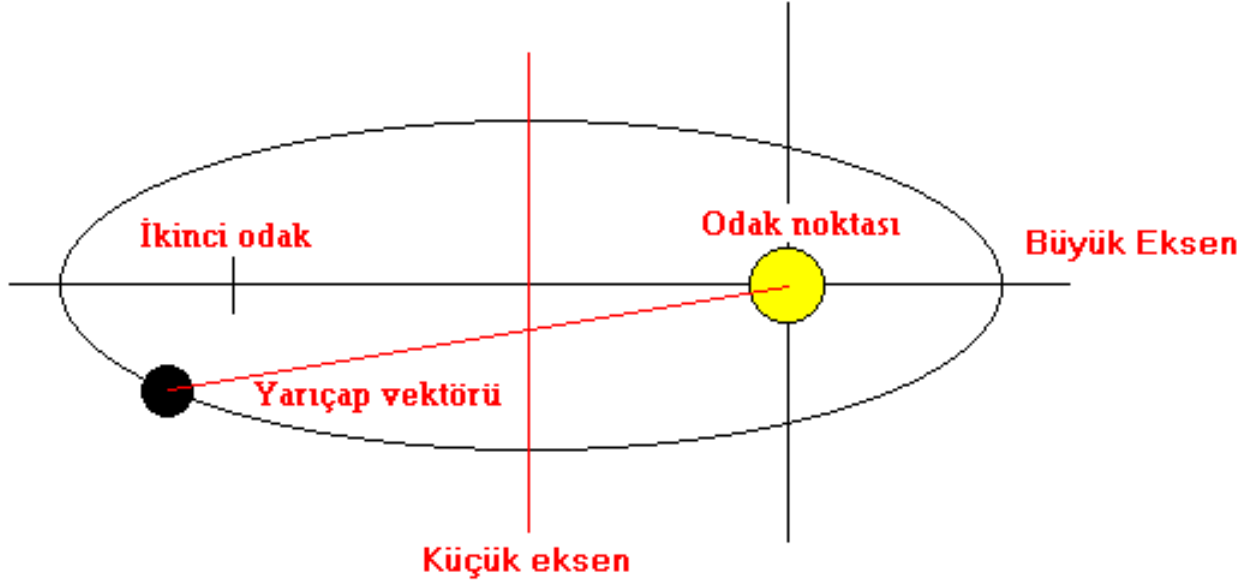
$$r = \frac{a(1 - \epsilon^2)}{1 + \epsilon \cos \theta}$$

$$\epsilon = \frac{r_{e\ddot{o}} - r_{e\grave{b}}}{r_{e\ddot{o}} + r_{e\grave{b}}}$$

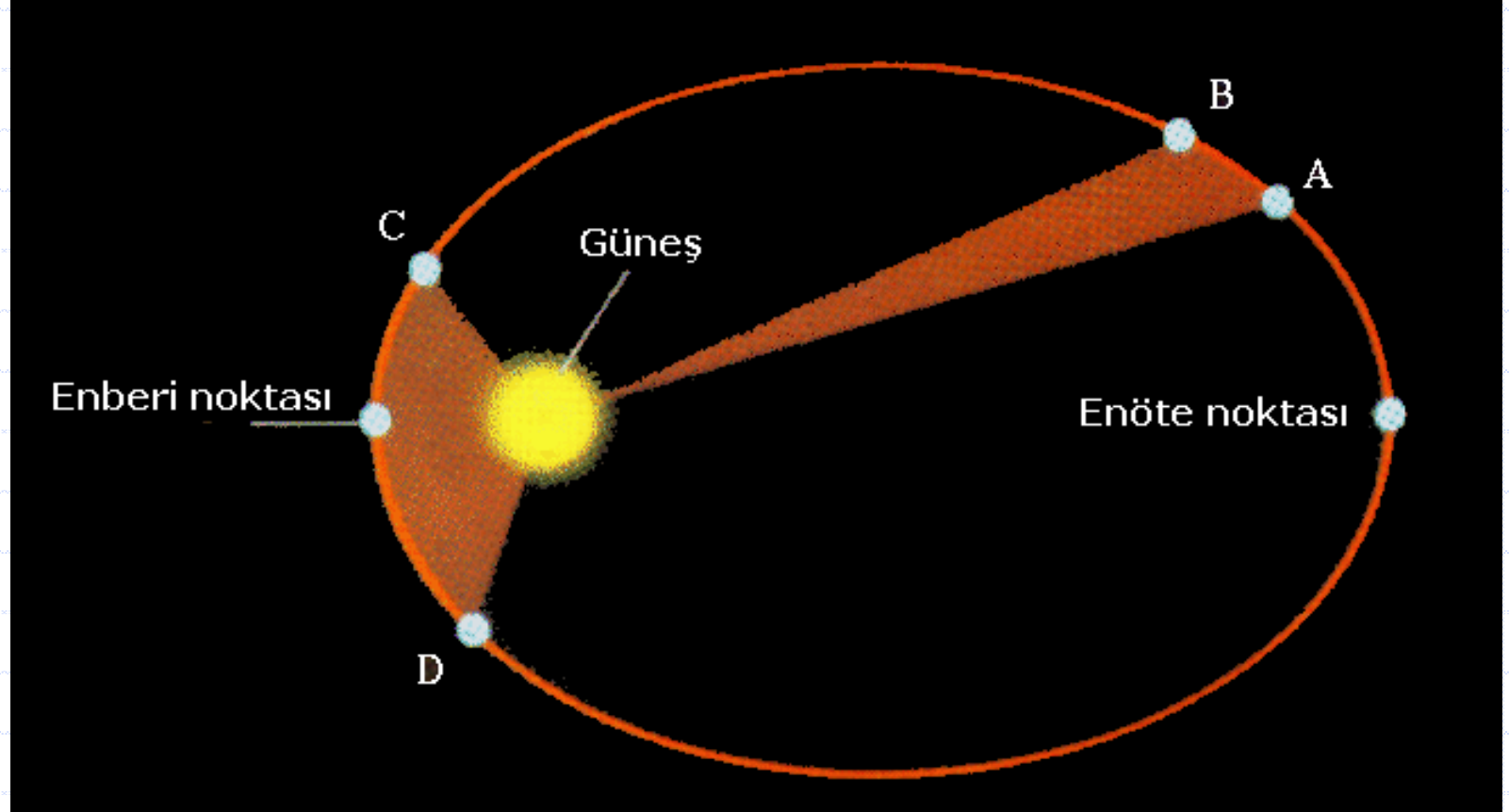
Elipsin
parametrik
denklemi

1. Kepler Yasası

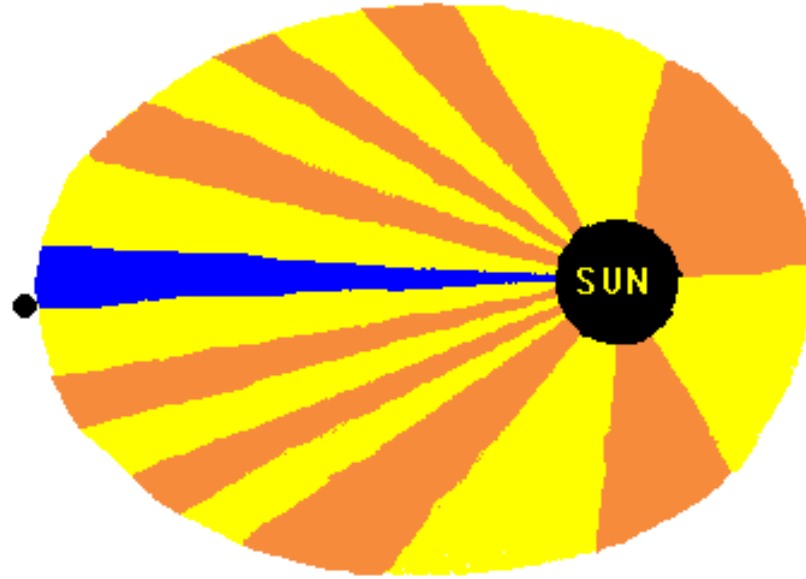
Elips = Koni kesiti olarak bilinen matematik eğriler ailesinin bir üyesi



2. Kepler Yasası



2. Kepler Yasası



Newtonun İkinci Yasası

Newton'un ikinci yasasının matematik ifadesini anımsayalım.

$$F = ma = m \frac{dv}{dt}$$

Burada F kuvvet, m kütle, a ivme, v hız ve t zamandır.

Newton'un Evrensel Çekim Yasası

Aralarındaki uzaklık r olan iki noktasal kütlelerin (m_u ve m_d) birbirlerine uyguladıkları kuvvet,

$$F = \frac{G m_u m_d}{r^2}$$

Burada G evrensel çekim sabiti olup sabittir ve değeri ($6.67259 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$) dir.

Uydu üzerine uygulanan merkezci kuvvet ise

$$F = \frac{m_u v^2}{r}$$

Newton'un Evrensel Çekim Yasası

Uydunun düşmemesi için her iki kuvvetin birbirine eşit olması gerekir:

$$v^2 = \frac{G m_d}{r}$$

Yol, hız ile zamanın çarpımına eşit olduğundan

$$\text{Hız} = \frac{\text{Yol}}{\text{Zaman}} \quad \text{ve} \quad \text{Yol} = 2 \pi r \quad \text{olduğundan}$$

$$v = \frac{2 \pi r}{T}$$

$$v^2 = \frac{4 \pi^2 r^2}{T^2}$$

Uyduların Dönemi

Hızın bu karşılığını birinci denklemde yerine koyalım

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G m_d}$$

Bizi üçüncü Kepler yasasına götürür. Bu denklem yardımıyla biz her uydunun yere olan yüksekliğini bilirseک dünyayı ne kadar zamanda dolanacağını bulabiliriz.

LEO Yörünge Hızı

Alçak yörünge (~ 500 km yükseklikteki) uyduların hızları:

3. Kepler yasası: $a^3/P^2 = G(m_1+m_2)/(4\pi^2)$ formülünden $P \sim 90$ dk bulunur. O halde çizgisel hız:

$$V = (2\pi R)/P = [2\pi(6375 \text{ km} + 500 \text{ km})]/(1.5 \text{ sa})$$

$$V = 28800 \text{ km/saat !}$$

Ödev: Yer merkezinden 45000 km uzaklıktaki haberleşme uydularının hızını hesaplayın.

Dairesel Yörünge Örneği

Merkezcil
Kuvvet

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{Gm_e m}{r^2}$$

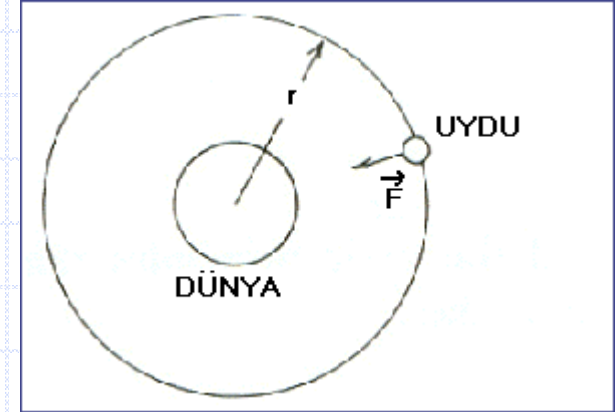
Çekimsel
Kuvvet

$$Gm_e = 3.986005 \times 10^{14} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$$

Dönem

$$T \equiv \frac{2\pi r}{v} \quad T^2 = \frac{4\pi^2}{Gm_e} r^3$$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G(m_1 + m_2)}$$



NOAA uydularının yörüngeleri yeryüzünden yaklaşık 850 km yukarıdadır ($r = 7228 \text{ km}$) ve bu nedenle dönemleri 102 dakikadır.

Uyduların Dönemi

h (km)	R (km)	P	V(km/s)
0	6 378	1 ^h 24 ^m	7.91
100	6 478	1 ^h 26 ^m	7.85
500	6 878	1 ^h 34 ^m	7.62
1 000	7 378	1 ^h 45 ^m	7.36
2 000	8 378	2 ^h 07 ^m	6.91
10 000	16 378	5 ^h 48 ^m	4.94
35 790	42 168	23 ^h 56 ^m	3.07
378 000	384 400	27 ^d .322	1.02

Yüzey Çekim İvmesi

Yüzeydeki noktasal kütle için değeri 1 olursa elde edilen çekim kuvvetine alanın şiddeti denir.

$$g = G \frac{m}{r^2} \quad \text{Değeri } 9.8 \text{ m/s}^2 \text{ dir.}$$

Aşağıdaki her üç denklem de, uydunun kütesine bağlı değildir!

$$v = \sqrt{\frac{G m_d}{r}}$$

$$g = G \frac{m_d}{r^2}$$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G m_d}$$

g'nin farklı h'lar için değeri

Konum	Yer merkezinden uzaklık	g'nin değeri (m/s ²)
Yer yüzeyi	6.38×10^6 m	9.8
1000 km yükseklikte	7.38×10^6 m	7.33
2000 km yükseklikte	8.38×10^6 m	5.68
3000 km yükseklikte	9.38×10^6 m	4.53
4000 km yükseklikte	1.04×10^7 m	3.70
5000 km yükseklikte	1.14×10^7 m	3.08
6000 km yükseklikte	1.24×10^7 m	2.60
7000 km yükseklikte	1.34×10^7 m	2.23
8000 km yükseklikte	1.44×10^7 m	1.93
9000 km yükseklikte	1.54×10^7 m	1.69
10000 km yükseklikte	1.64×10^7 m	1.49
50000 km yükseklikte	5.64×10^7 m	0.13

Kepler'in Üçüncü Yasası

- ◆ Mars yörüngesinin yarı-büyük eksenini 1.52 GB ve dönemi ise 1.88 yıldır. $1.52^3 = 1.88^2 = 3.53$
- ◆ Jüpiter'in dolanma dönemi 11.86 yıl olduğuna göre Jüpiter'in Güneş'ten uzaklığı ne kadardır?
 $P^2 = (11.86)^2 = 140.7$
- ◆ Bu nedenle yarı-büyük eksen 140.66'nın küpkökü olması gerekir. $(5.20)^3 = 140.7$ olduğundan
- ◆ $D = 5.20$ GB.

Dünyanın Kütlesi

- ◆ Dünya'nın kütlesini bulmak için örneğin Uluslararası Uzay İstasyonunu kullanalım. Bu yapay uydu yer yüzünden (Dünya'nın merkezinden ise 6750 km yukarıda) 372 km yukarıda ve yörünge dönemi 91.99 dakikadır:
 - $P = 91.99$ dakika = 5 519 saniye
 - $r = 6750$ km = 6.75×10^6 metre

Dünyanın Kütlesi

$$(m_d + m_{uuı}) = \frac{4\pi^2 r^3}{G T^2}$$

$$(m_d + m_{uuı}) = \frac{4\pi^2 (6.75 \times 10^6)^3}{6.672 \times 10^{-11} (5.519 \times 10^3)^2} \text{ kg}$$

$$(m_d) = 5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$$

UUİ'nun kütlesi (10^5 kg) Dünya'nın kütlesi ile karşılaştırıldığında çok küçük olduğundan onun kütlesini yaptığımız hesaplarda ihmal edebiliriz.

Dünyanın Kütlesi

◆ Dünya'nın kütlesini bulmak için şimdi de doğal uydumuz Ay'ı kullanalım:

- $P = 27.32 \text{ gün} = 2.360 \times 10^6 \text{ saniye}$

- $r = 384,404 \text{ km} = 3.844 \times 10^8 \text{ metre}$

Dünyanın Kütlesi

$$(m_d + m_{ay}) = \frac{4\pi^2 r^3}{G T^2}$$

$$(m_d + m_{ay}) = \frac{4\pi^2 (3.844 \times 10^8)^3}{6.672 \times 10^{-11} (2.360 \times 10^6)^2} \text{ kg}$$

$$(m_d + m_{ay}) = 6.03 \times 10^{24} \text{ kg}$$

Bulduğumuz bu değerin Dünya'nın bugünkü kabul edilen değerine ($5.977 \times 10^{24} \text{ kg}$) çok yakın olduğuna dikkat edelim. Çünkü Ay'ın kütlesi, Dünya kütlesinin sadece 1.2% kadardır.

Kepler Denklemi

$$M = n(t - t_p) = e - \varepsilon \sin e$$

$$n = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{Gm_e}{a^3}}$$

NOT: Tüm açılar radyan birimindedir.

M = Ortalama anomali

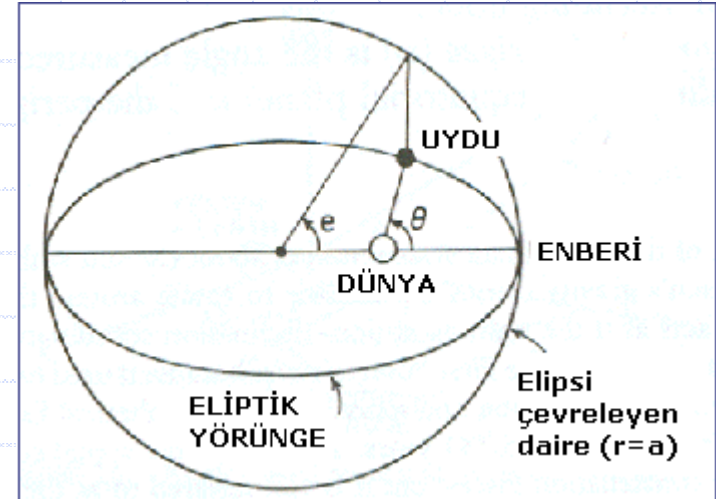
n = Ortalama hareket sabiti

t_p = Enberiden geçiş zamanı

e = Eksentrik anomali

ε = Dışmerkezlilik

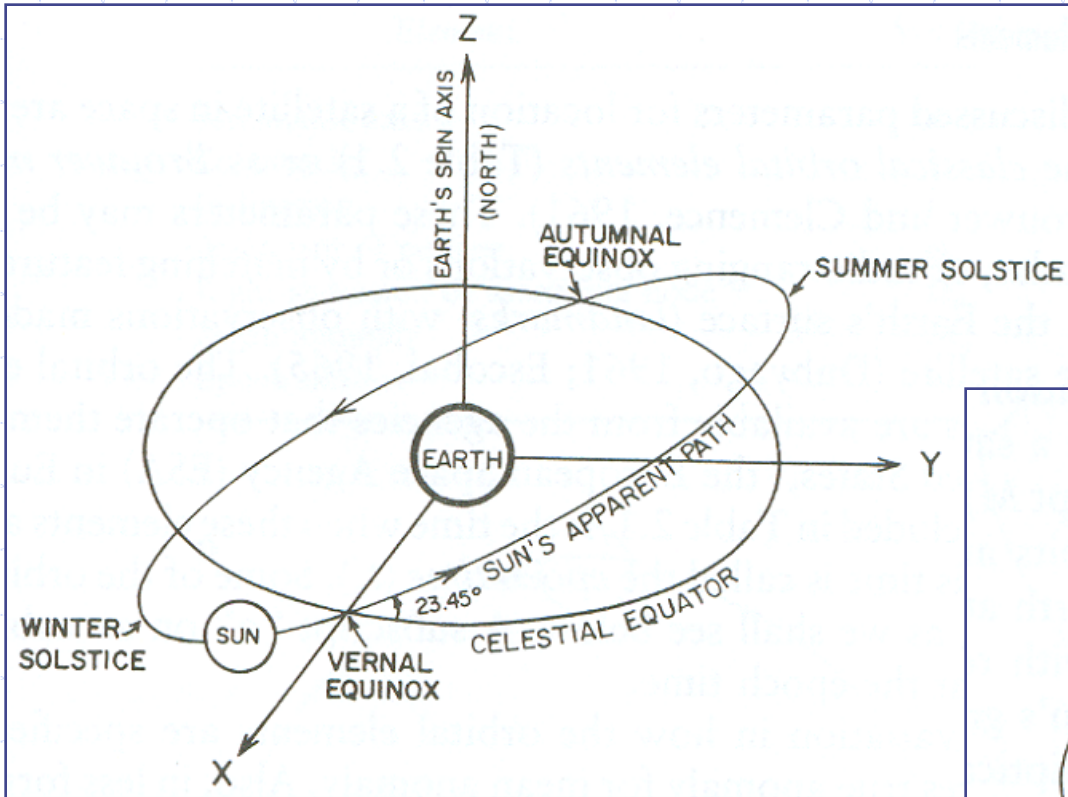
M , e ve θ açıları enberi noktasında sıfırdır.



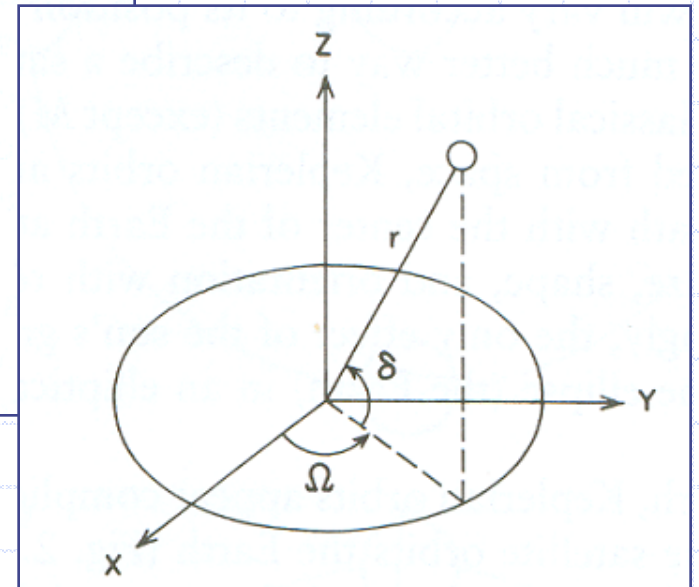
$$\cos \theta = \frac{\cos e - \varepsilon}{1 - \varepsilon \cos e}$$

$$\cos e = \frac{\cos \theta + \varepsilon}{1 + \varepsilon \cos \theta}$$

Sağaçıklık & Dikaçıklık

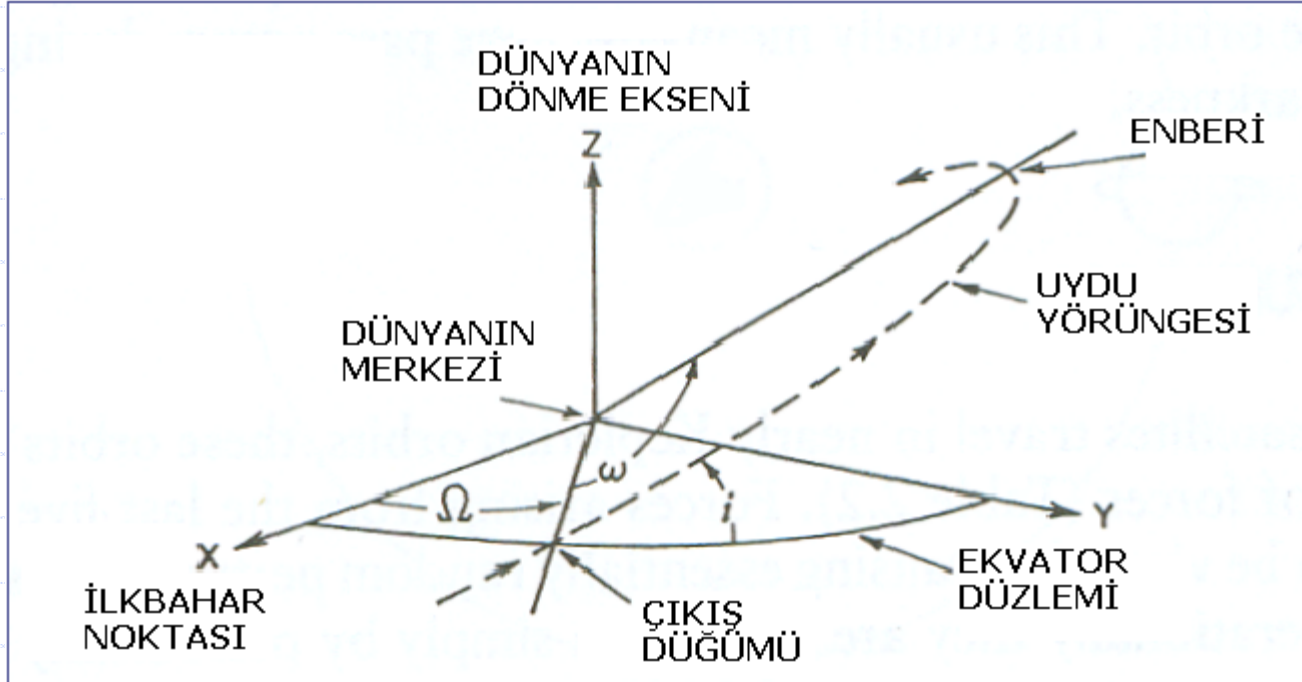


Uzayda yörünge düzlemini tanımlamak için koordinat sistemine gereksinmemiz vardır



δ = dikaçıklık
 Ω = Sağaçıklık

Açıların Tanımı



i = Eğim açısı

ω = Enberinin boylamı

Ω = Çıkış düğümünün sağaçıklığı

$i < 90^\circ \rightarrow$ doğru yönde

$i > 90^\circ \rightarrow$ ters yönde

Yörünge Elemanları

<i>Yörünge Elemanları</i>	<i>Sembol</i>
Yarıbüyük eksen	a
Dışmerkezlik	ε
Eğim	i
Enberinin boylamı	ω_0
Çıkış düğümünün sağaçıklığı	Ω_0
Ortalama anomali	M_0
Başlangıç zamanı	t_0

Uydu Nerede?

Adım adım hesaplama rehberi

1. İlgilendiğin uydunun yörünge elemanlarını bul.
2. Zamanla değişen yörünge elemanlarını (M , Ω , & ω) ilgilediğin (t) zamanına güncelle:
$$M = M_0 + (t - t_0)(dM/dt), \text{ örnek.}$$
3. Kepler denklemini kullanarak gerçek anomaliyi (θ) hesap et.
4. r 'yi (uydunun dünya merkezinden uzaklığı) bulmak için elips denklemini kullan.

Uydu Yörüngeleri

- ◆ <http://www.heavens-above.com/>
- ◆ <http://www.n2yo.com/>
- ◆ <http://www.opensats.net/>
- ◆ <http://www.qsl.net/kd2bd/predict.html>
- ◆ http://www.dxzone.com/catalog/Software/Satellite_tracking/
- ◆ <http://www.satobs.org/orbsoft.html>

Gökcisimlerinde Ağırlığınız ve Yaşınız

<http://www.exploratorium.edu/ronh/weight/index.html>

<http://www.exploratorium.edu/ronh/age/>