

FZM450 Elektro-Optik

6. Hafta

İşığın Kutuplanması

6. Hafta Ders İçeriđi

- Dalga Plakaları
 - eyrek Dalga Plakası
 - Yarım Dalga Plakası
 - Tam Dalga Plakası
- Işığın Kutuplanması
 - Doğrusal Kutupluluk
 - Dairesel Kutuplanma
 - Eliptik Kutuplanma
 - Jones Vektörleri
 - Jones Matrisleri

Dalga Plakaları

Çift kırıcı maddeler uygun şekillerde kullanılarak (optik eksen ve kalınlıkları ayarlanarak) dalga plakaları denilen pasif optik elemanları oluşturulabilir

Dalga plakaları,

- o- ve e-ışık arasında çeşitli dalga boylarında faz farkı oluşturmaya yarayan optik elemanlardır
- Optik eksene özel bir açıda gelen ışık dalgası n_o ve n_e farkına bağlı olarak farklı hızlarda ilerler
- Dalga plakası olarak kullanılan malzemenin kalınlığı öyle ayarlanabilir ki n_o ve n_e eksenlerinden çıkan ışığın arasındaki optik yol farkı çeyrek dalga plakaları için $\lambda/4$, yarım dalga plakaları için $\lambda/2$ tam dalga plakaları için λ şeklinde olabilir

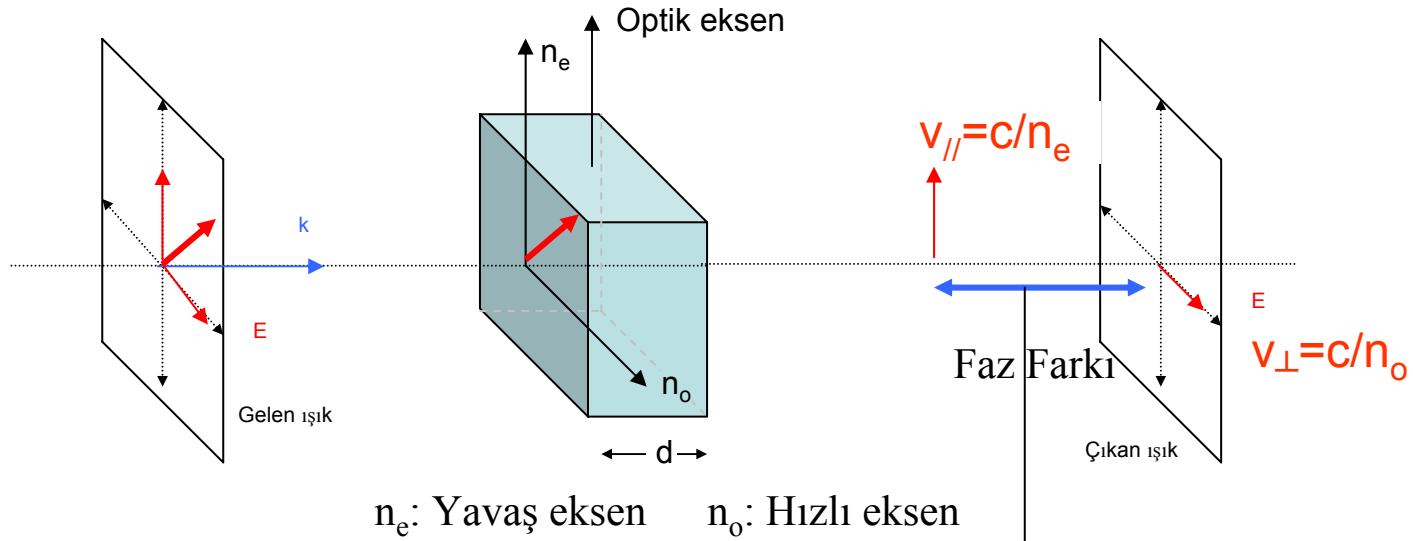
$$\text{Faz} = \phi = kz = \frac{2\pi}{\lambda} z \quad \longrightarrow \quad \text{Fazfarkı} = \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_o} d - \frac{2\pi}{\lambda_e} d$$

$$\lambda_o = \frac{\lambda_{\text{bosluk}}}{n_o}, \lambda_e = \frac{\lambda_{\text{bosluk}}}{n_e}$$

$$\text{Fazfarkı} = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{bosluk}}} d |n_o - n_e|$$

$$\text{OptikYolfarkı} \equiv d |n_o - n_e|$$

Tek Eksenli Kristalin Optik eksenine herhangi bir açıda gelen ışınlar



Faz farkı

$$Fazfarkı = \frac{2\pi}{\lambda_{bosluk}} d |n_o - n_e|$$

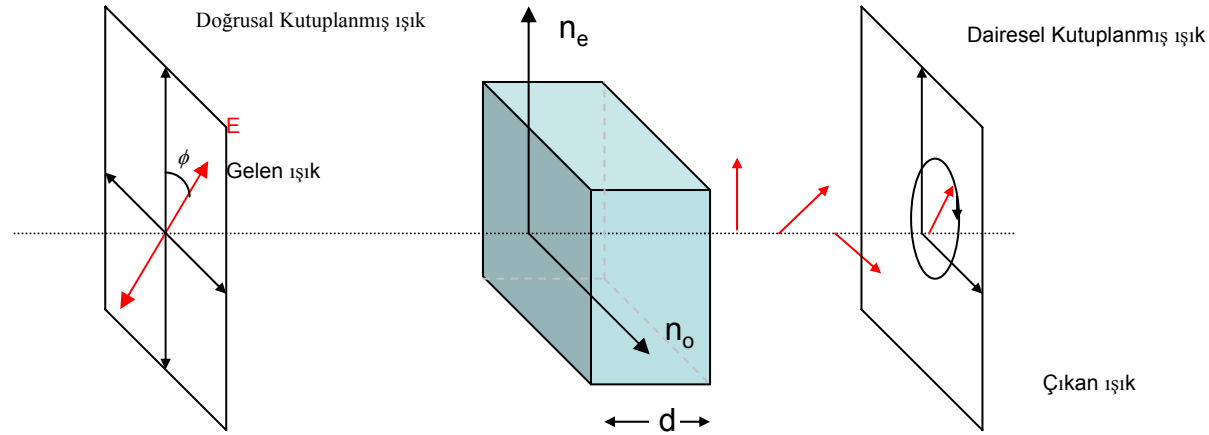
Dalga Plakaları-Çeyrek Dalga Plakaları

Çeyrek dalga Plakası

o-ve e-ışık demetleri arasında $\pi/2$ faz farkı oluşturan kristal “çeyrek dalga plakası” olarak adlandırılır

d plaka kalınlığı olmak üzere $\pi/2$ lik faz farkı $|n_o d - n_e d| = \lambda/4$ lük bir yol farkına eşdeğerdir

$$Fazfarkı = \frac{2\pi}{\lambda_{bosluk}} d |n_o - n_e| = \frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad Optikyolfarkı = d |n_o - n_e| = \frac{\lambda_{bosluk}}{4}$$



Yarım Dalga Plakaları doğrusal kutuplanmış ışığı en genel olarak eliptik, eliptik kutuplanmış EMD'yı ise doğrusal kutuplu dalgaya çevirir

$\phi \neq 45^\circ$ veya 135° ise Eliptik Kutuplu Dalga

$\phi = 45^\circ$ veya 135° ise Dairesel Kutuplu Dalga

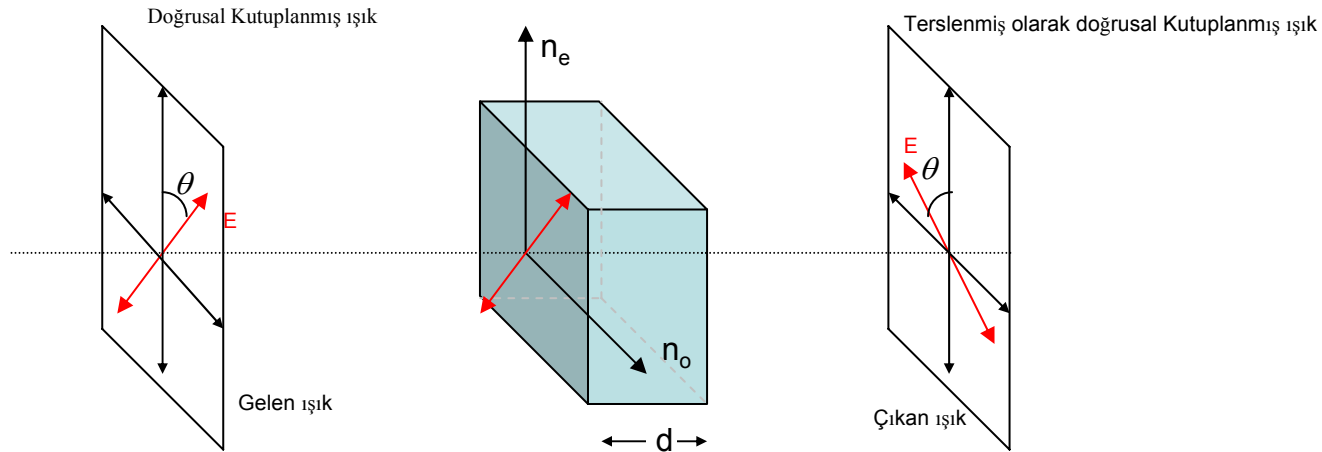
Dalga Plakaları-Yarım Dalga Plakaları

Yarım dalga Plakası

o-ve e-ışık demetleri arasında π kadarlık faz farkı oluşturan bir kristal “yarım dalga plakası” olarak adlandırılır

- d plaka kalınlığı olmak üzere π kadarlık faz farkı $|n_o d - n_e d| = \lambda/2$ kadarlık bir yol farkına eşdeğerdir.
- Yarım dalga plakası da çeyrek dalga plakasına benzer bir düzencele oluşturulabilir İki plakanın tek farkı kalınlıklarının farklı oluşudur.
- Çeyrek dalga plakasında o- ve e-ışınları arasında faz farkı $\pi/2$ olacak şekilde geçiktirme sağlayacak kalınlık, yarım dalga plakası için bu faz farkı π olacak şekilde plakanın kalınlığı ayarlanır
- Yarım Dalga Plakaları emd'nin polarizasyon doğrultusunu değiştirmekte ters çevirmekte kullanılır

$$\text{Faz farkı} = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{bosluk}}} d |n_o - n_e| = \pi \quad \Rightarrow \quad \text{Optik yol farkı} = d |n_o - n_e| = \frac{\lambda_{\text{bosluk}}}{2}$$



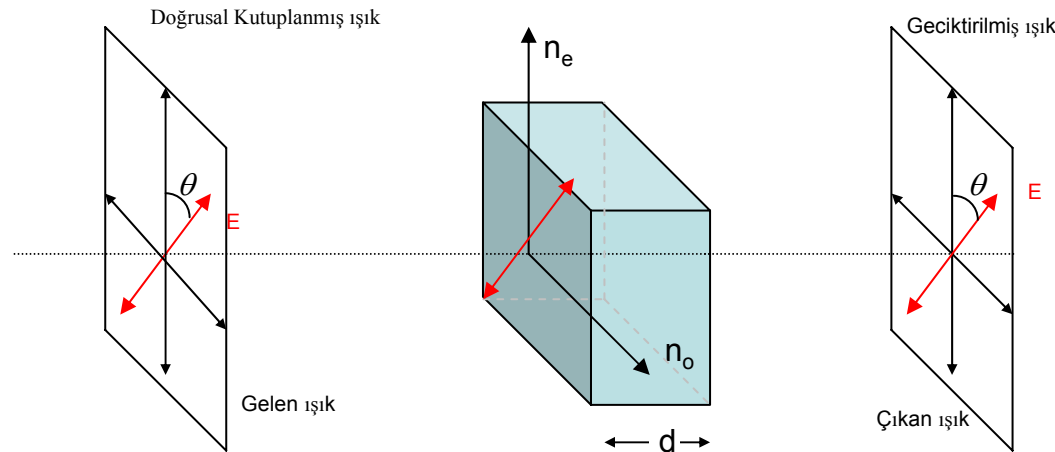
Dalga Plakaları-Tam Dalga Plakaları

Tam dalga Plakası

o-ve e-ışık demetleri arasında $2\pi n$ kadarlık (n tam sayı) faz farkı oluşturan bir kristal “tam dalga plakası” olarak adlandırılır

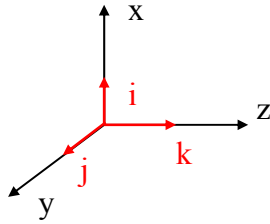
- d plaka kalınlığı olmak üzere 2π kadarlık faz farkı $|n_o d - n_e d| = \lambda$ ’lük bir yol farkına eşdeğerdir
- Tam dalga plakası da yarım ve çeyrek dalga plakasına benzer bir düzencele oluşturulabilir
- İki plakanın tek farkı kalınlıklarının farklı oluşudur
- Çeyrek dalga plakasında o- ve e-ışınları arasında faz farkı $\pi/2$ olacak şekilde geciktirme sağlayacak kalınlık, tam dalga plakası için bu faz farkı 2π olacak şekilde plakanın kalınlığı ayarlanır
- Tam dalga plakaları geciktirici olarak kullanılır

$$\text{Faz farkı} = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{bosluk}}} d |n_o - n_e| = 2\pi \quad \Rightarrow \quad \text{Optikyol farkı} = d |n_o - n_e| = \lambda_{\text{bosluk}}$$



Işığın Kutuplanması

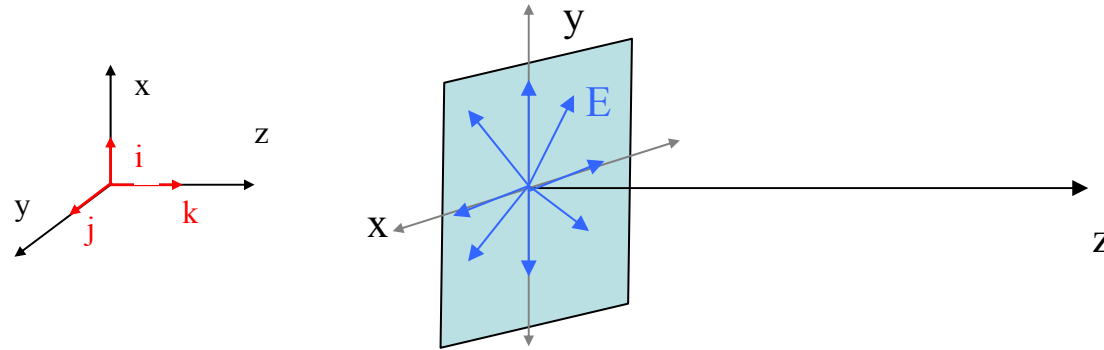
z-yönünde ilerleyen EM dalga için elektrik ve manyetik alan bileşenleri



$$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{E}_0 e^{i(kz - \omega t + \phi)}$$

$$\mathbf{H}(z, t) = \mathbf{H}_0 e^{i(kz - \omega t + \phi)}$$

Doğal ışık, veya başka bir deyişle kutuplanmamış ışık, anlık elektrik alan doğrultusu ışığın yayılma doğrultusuna dik düzlem içinde (ışık z-doğrultusunda yayılıyor ise, x-y düzlemi) kalacak şekilde zaman içinde sürekli değişim göstermektedir.

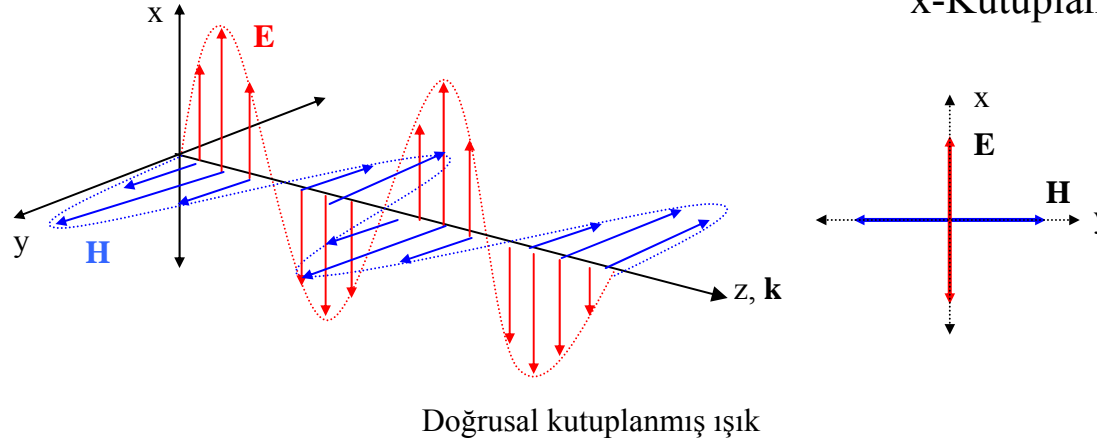


Kutuplanma doğrultusunu elektrik alanın doğrultusu boyunca seçmek optikte gelenektir. Dolayısı ile kutuplanmamış ışığın kutuplanma yönü çok hızlı olarak değişir.

Doğrusal Kutupluluk

Doğrusal kutuplanmış ışıpta alan doğrultusu zaman içinde değişmez

x-doğrultusunda kutuplanmış bir EMD'yı göz önünde bulunduralım
Görüldüğü gibi alan bileşenleri hep x-ekseni boyunca yönelmiştir ve alanın y-bileşeni yoktur.

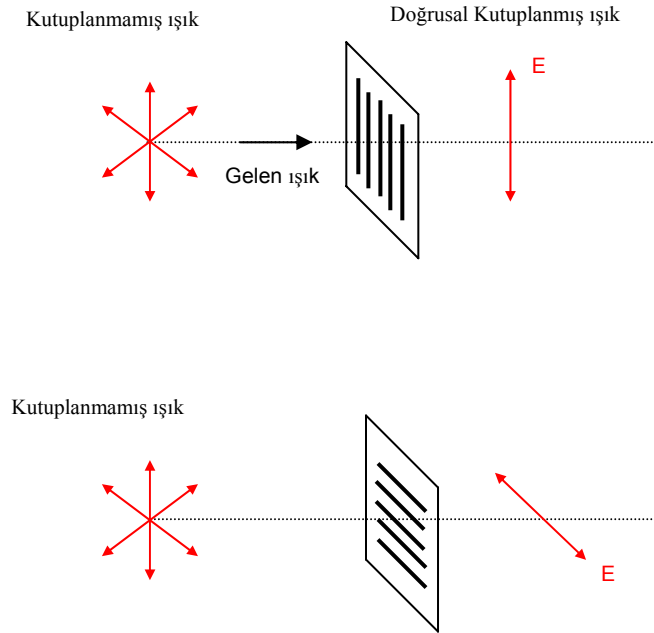


Eğer \mathbf{E}_0 ve \mathbf{H}_0 vektörlerinin doğrultusu zaman içinde değişmiyor ise dalganın doğrusal kutuplandığı veya düzlemsel kutuplandığı söylenebilir.

Doğrusal Kutuplayıcı

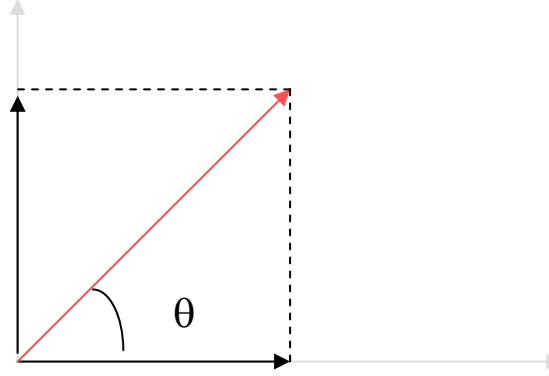
Doğrusal kutuplayıcı, kutuplanmamış ışığı doğrusal olarak kutuplayan optik elemandır.

Doğrusal kutuplayıcının bir çok çeşidi vardır. “dichroism” olarak bilinen özellik doğrusal kutuplayıcılarda ışık soğurması izotropik olmayan maddelerdir. Bu özellikteki maddelerde belli bir doğrultuda kutuplanmış ışığın soğrulması diğer doğrultulara göre daha fazladır dolayısı ile bu maddede ilerleyen ışığın sadece bir doğrultuda alan çizgileri soğrulmadan geçebilir



Geçiş Ekseni, çok az kayıpla veya kayıpsız olarak ışığın geçebildiği eksen

Doğrusal Kutuplayıcı



$$E_1 = E \cdot \cos\theta$$

Işık şiddeti

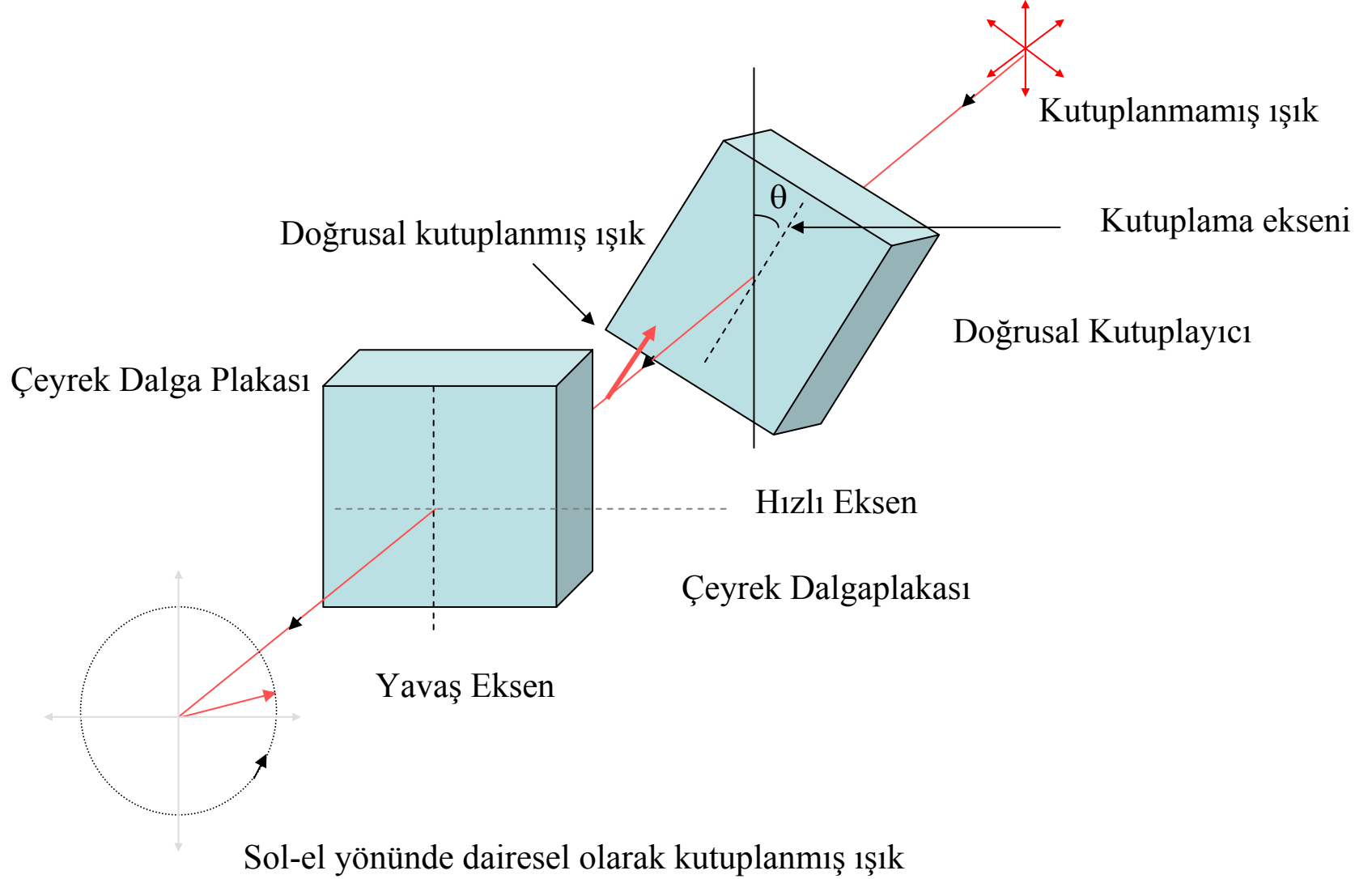
$$I_1 = I \cdot \cos^2\theta$$

Ortalaması alındığında

$$I_1 = I \langle \cos^2\theta \rangle = I/2$$

Geçiş Ekseni, çok az kayıpla veya kayıpsız olarak ışığın geçebildiği eksen

Dairesel ve Eliptik Kutuplu Dalganın Elde Edilişi

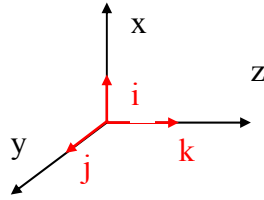


$\theta=45^\circ$ dairesel kutuplu ışık

$\theta \neq 45^\circ$ eliptik kutuplu ışık

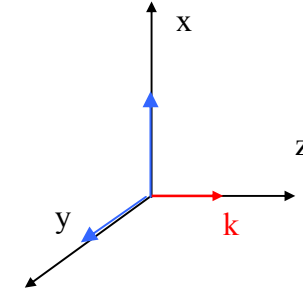
Eliptik ve Dairesel Kutupluluk

Genlikleri aynı (\mathbf{E}_0), doğrusal olarak birbirlerine dik iki kutuplanmış EMD'yi düşünelim. Bu iki dalganın aralarındaki faz farkı ϕ ise bu dalgaları



$$\mathbf{E}_1 = \hat{\mathbf{i}}E_0 \cos(kz - \omega t)$$

$$\mathbf{E}_2 = \hat{\mathbf{j}}E_0 \cos(kz - \omega t \pm \phi) = \mp \hat{\mathbf{j}}E_0 \sin(kz - \omega t)$$



Toplam elektrik alan bu iki alanın vektörel toplamı olacağı için $\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$

$$E = \hat{\mathbf{i}}E_{o1} \cos(kz - \omega t) + \hat{\mathbf{j}}E_{o2} \sin(kz - \omega t + \phi)$$

$E_{o1} = E_{o2} = E_0$ ve $\Phi = \pi/2$ Dairesel Kutuplu

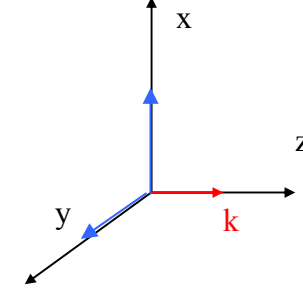
$E_{o1} \neq E_{o2} = E_0$ ve $\Phi \neq \pi/2$ Eliptik Kutuplu

Dairesel Kutupluluk

Genlikleri aynı (\mathbf{E}_0), doğrusal olarak birbirlerine dik iki kutuplanmış EMD'yi düşünelim. Bu iki dalganın aralarındaki faz farkı $\phi = \pm\pi/2$ ise bu dalgaları

$$\mathbf{E}_1 = \hat{\mathbf{i}}\mathbf{E}_0 \cos(kz - \omega t)$$

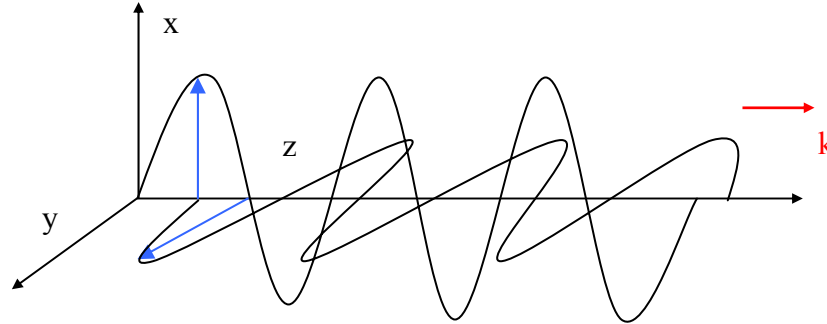
$$\mathbf{E}_2 = \hat{\mathbf{j}}\mathbf{E}_0 \cos(kz - \omega t \pm \pi/2) = \mp \hat{\mathbf{j}}\mathbf{E}_0 \sin(kz - \omega t)$$



Faz farkının $\phi = -\pi/2$ olduğu duruma bakalım.

Toplam elektrik alan bu iki alanın vektörel toplamı olacağı için $\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \left[\hat{\mathbf{i}} \cos(kz - \omega t) + \hat{\mathbf{j}} \sin(kz - \omega t) \right]$$



Bu eşitlik, elektrik alan vektörü (\mathbf{E}_0) bir noktada sabit genliği olan fakat ω açısal hızı ile dönen bir dalga denkleminin çözümü olarak yorumlanabilir.

Dairesel Kutupluluk

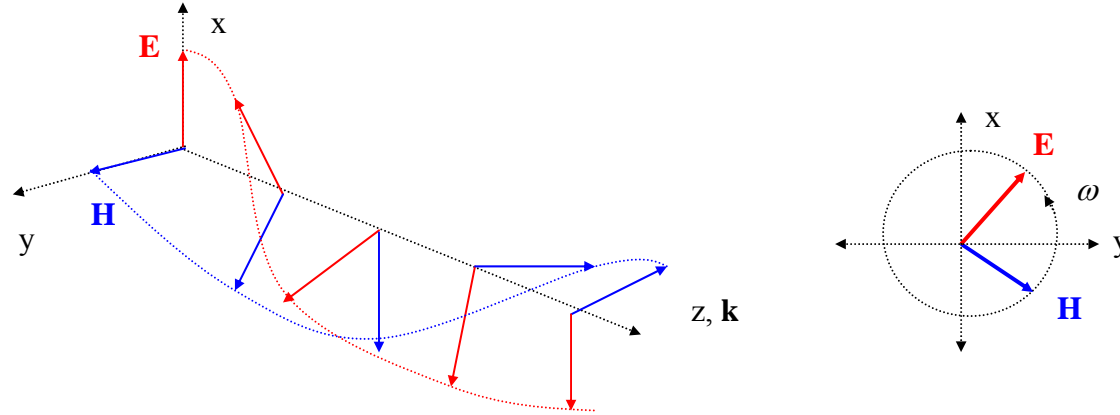
$$\mathbf{E}_1 = \hat{\mathbf{i}}E_0 \cos(kz - \omega t)$$

$$\mathbf{E}_2 = \hat{\mathbf{j}}E_0 \cos(kz - \omega t \pm \pi/2) = \mp \hat{\mathbf{j}}E_0 \sin(kz - \omega t)$$

$$\mathbf{E} = E_0 \left[\hat{\mathbf{i}} \cos(kz - \omega t) + \hat{\mathbf{j}} \sin(kz - \omega t) \right]$$

Yayıma doğrultusundan bakıldığında (arkadan, o-z doğrultusunda) sanki elektrik alanının x-y düzleminde saat yönünde dönüş yaptığı gibidir.

Bu tür kutuplanmış ışığa ”*sağ yönlü dairesel kutuplanmış*” ışık denir.



Sağ yönlü dairesel kutuplanmış ışık

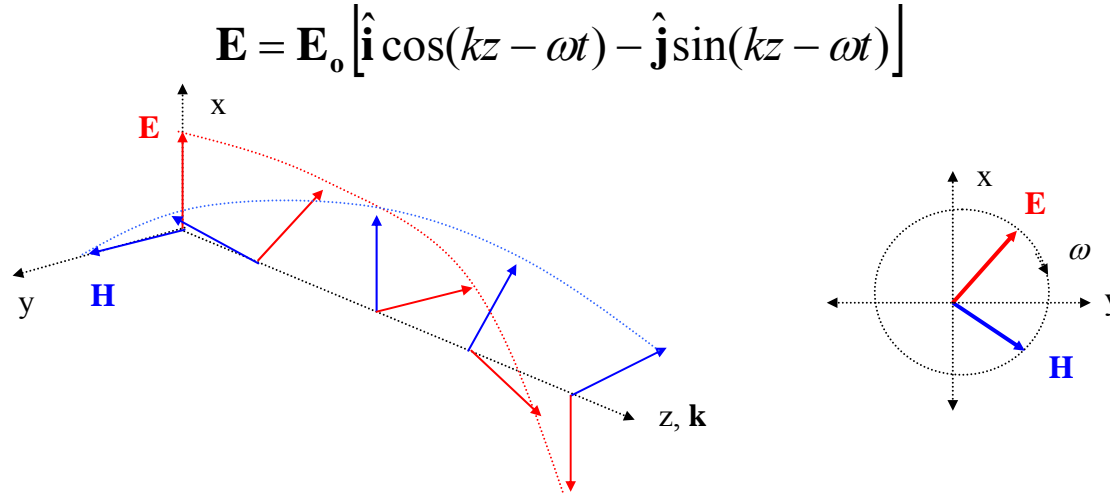
(Akılda kalması için eğer yayılma yönünü sağ elin baş parmağı ile gösterirsek diğer parmakların yönü elektrik alanın uzay içinde yönünün değişme yönünü gösterecektir)

Dairesel Kutupluluk

$$\mathbf{E}_2 = \hat{\mathbf{j}}\mathbf{E}_0 \cos(kz - \omega t \pm \pi/2) = \mp \hat{\mathbf{j}}\mathbf{E}_0 \sin(kz - \omega t)$$

Faz farkının $\phi=+\pi/2$ olduğu duruma (veya $+\pi/2$ n:tamsayı) bakalım

Bu türden bir dalgaya yayılma doğrultusundan bakıldığında (arkadan, 0-z doğrultusunda) sanki elektrik alanının uzay içinde saat yönünde dönüş yaptığı gibidir. Bu tür kutuplanmış ışığa ”*sol yönlü dairesel kutuplanmış*” ışık denir.



Sol yönlü dairesel kutuplanmış ışık

Akılda kalması için eğer yayılma yönünü sol elin baş parmağı ile gösterirsek diğer parmakların yönü elektrik alanın uzay içinde yönünün değişme yönünü gösterecektir

Dairesel Kutupluluk-Kompleks Gösterim

Dairesel kutuplanmış ışığın gösteriminde kompleks notasyon kullanırsak

$$\mathbf{E} = \hat{\mathbf{i}}\mathbf{E}_o \exp i(kz - \omega t) + \hat{\mathbf{j}}\mathbf{E}_o \exp i(kz - \omega t \pm \pi/2)$$

$$e^{i\pi/2} = i$$

$$E = E_o (\hat{i} \pm \hat{j}i) e^{i(kz - \omega t)}$$

$$E = \vec{E}_o e^{i(kz - \omega t)}$$

Bu denklem genel olarak dairesel kutuplanmış ışığı göstermektedir

Eğer işaret (+) ise dalganın alan genliği sağ, (-) ise sol el yönünde dönüyor demektir

Her iki durumda da dalganın gerçek genliğinin büyüklüğünün aynı olduğuna dikkat ediniz

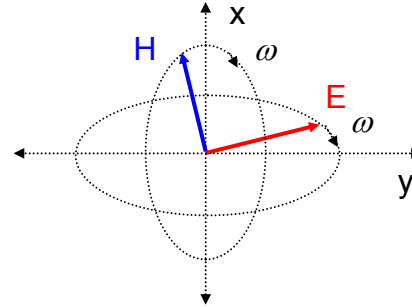
Eliptik Kutupluluk

Eğer sözkonusu iki EMD'nin arasındaki faz farkının yanı sıra genlikleri de birbirine eşit değil ise o zaman eliptik kutuplanmış dalgadan söz ederiz.

$$\mathbf{E}_1 = \hat{\mathbf{i}}E_0 \cos(kz - \omega t)$$

$$\mathbf{E}_2 = \hat{\mathbf{j}}E'_0 \sin(kz - \omega t)$$

$$E_0 \neq E'_0$$



Eliptik kutuplanma

Dairesel kutuplanmada olduğu gibi \mathbf{E}_1 ve \mathbf{E}_2 'nin işaretlerine bağlı olarak eliptik kutuplanmada da sağ el ve sol el yönlü kutuplanma sözkonusu olabilir.

Dairesel ve Eliptik kutuplanmanın en farkı dalganın genliğinin büyüklüğünün değişiyor olmasıdır.

Eliptik Kutupluluk-Kompleks Gösterim

Kutuplamayı genelleştirmek istersek, eğer kompleks bir alan vektör genliği tanımlarsak

$$\vec{\mathbf{E}}_0 = \hat{\mathbf{i}}\mathbf{E}_0 + \hat{\mathbf{j}}(i\mathbf{E}_0)$$

$$\mathbf{E} = \vec{\mathbf{E}}_0 \exp i(kz - \omega t)$$

Yukardaki gösterim her türden kutuplanmayı ifade etmektedir

Eğer \mathbf{E}_0 ;

Gerçek ise: doğrusal kutuplanmış dalgayı,

Kompleks ise: eliptik kutuplanmış dalgayı,

Sanal ve gerçek kısımları eşit ise: dairesel kutuplanmayı temsil edecektir.

Kutupluluk-Jones Vektör Gösterimi

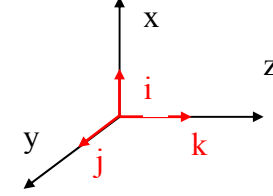
Bir EMD'nin kompleks genliği en genel şekilde

$$\mathbf{E} = \hat{\mathbf{i}}E_{ox} + \hat{\mathbf{j}}E_{oy}$$

Burada E_{ox} ve E_{oy} 'nin her ikisi de kompleks olabilir. Üstel şekilde

$$E_{ox} = |E_{ox}|e^{i\phi_x}$$

$$E_{oy} = |E_{oy}|e^{i\phi_y} \quad \text{şeklinde yazılabilir.}$$



Yukarıdaki kompleks genlikli denklem çiftini **Jones vektör** olarak bilinen matriks formunda şu şekilde yazabiliriz

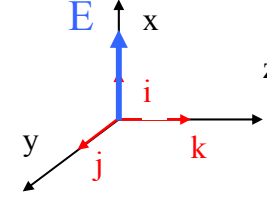
$$E = \begin{bmatrix} E_{ox} \\ E_{oy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |E_{ox}|e^{i\phi_x} \\ |E_{oy}|e^{i\phi_y} \end{bmatrix}$$

Bu Jones vektörü $\sqrt{|E_{ox}|^2 + |E_{oy}|^2}$ ifadesine bölerek normalize edilebilir

Kutupluluk-Jones Vektörleri

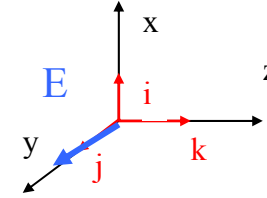
Örneğin

$$\begin{bmatrix} A \\ 0 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$



ifadesi, x-doğrultusunda doğrusal olarak kutuplanmış A genlikli bir dalgayı temsil etmektedir. Benzer şekilde

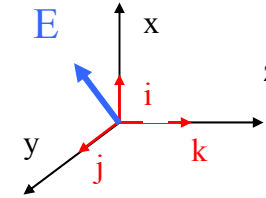
$$\begin{bmatrix} 0 \\ A \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$



ise y-doğrultusunda kutuplanmış dalgayı temsil etmektedir.

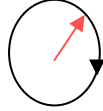
x-ekseni ile 45° kutuplanmış dalga için ise gösterim

$$\begin{bmatrix} A \\ A \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

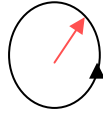


Kutupluluk-Jones Vektörleri

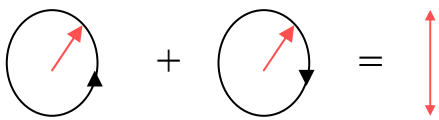
Dairesel olarak kutuplanmış dalgayı ise
sol el yönünde olduğu durumda

$$\begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$$


sağ el yönünde olduğu durumda

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$$


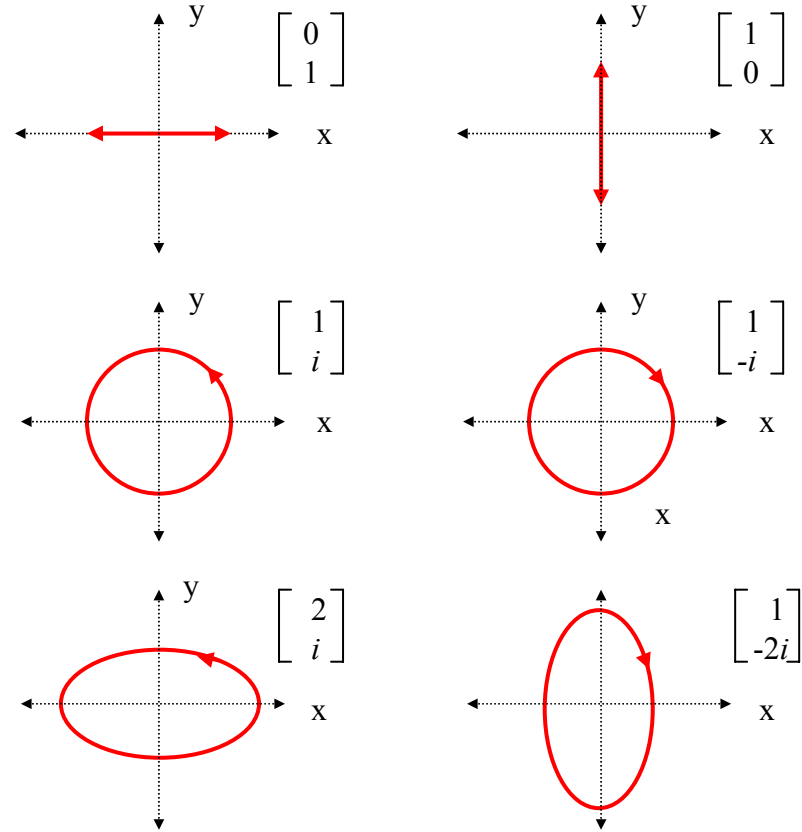
Jones vektör gösteriminin en büyük kolaylığı kutuplanmış birden çok dalgayı topladığımızda ortaya çıkar. Örnek olarak genlikleri aynı biri sağ, diğeri sol el yönünde daireysel olarak kutuplanmış iki vektörün toplamının bulmada kullanalım.


$$\begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+1 \\ -i+i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Son ifade x-yönünde doğrusal olarak kutuplanmış genliği 2 kat olan dalgayı vermektedir

Kutupluluk-Jones Vektörleri

Bazı Jones vektörlerinin gösterimi:

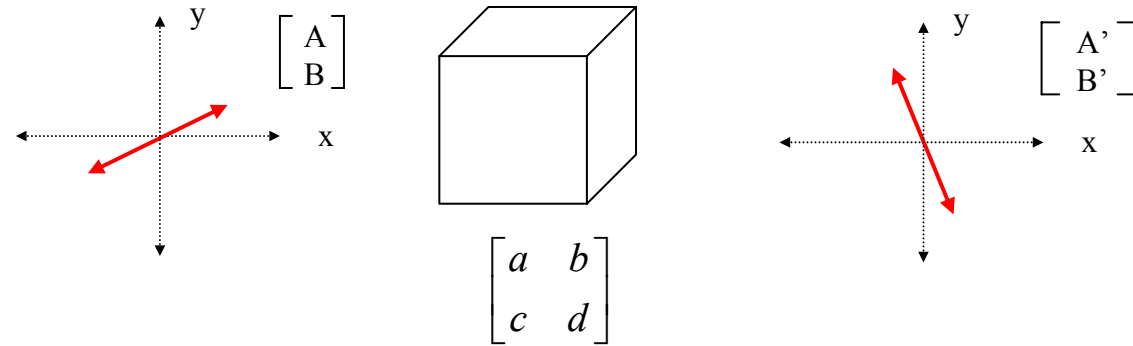


Kutupluluk-Jones Matrisleri

Benzer şekilde optik elemanları da Jones matrisleri ile gösterebiliriz

Optik elemana gelen kutuplanmış ışık $\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$

Optik elemandan çıkan kutuplanmış ışık $\begin{bmatrix} A' \\ B' \end{bmatrix}$

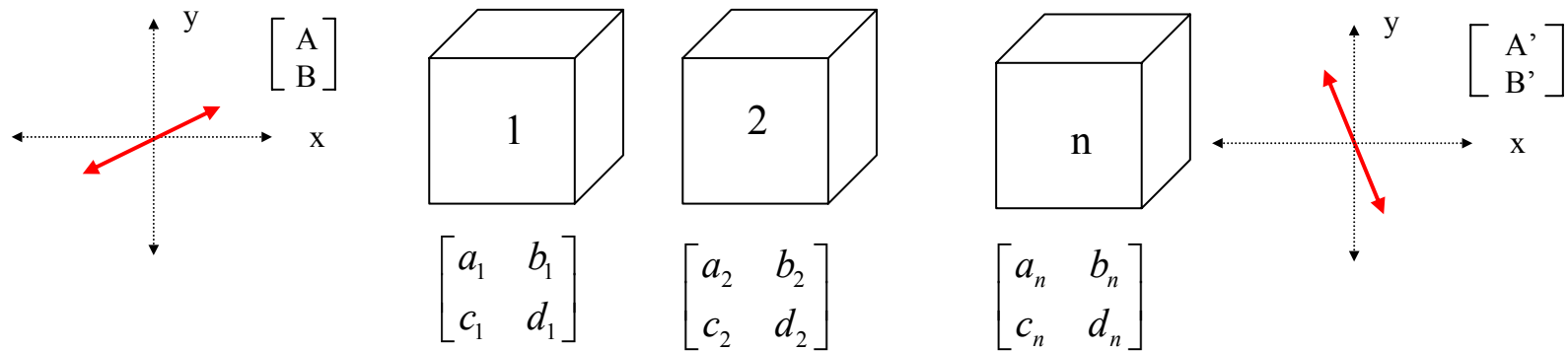


$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A' \\ B' \end{bmatrix}$$

Burada $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ optik elemanın Jones Matrisidir

Kutupluluk-Jones Matrisleri

Birden fazla optik elemanın olduğu durumda



$$\begin{bmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A' \\ B' \end{bmatrix}$$

Kutupluluk-Jones Matrisleri

Bazı optik elemanları da Jones matrisleri ile gösterebiliriz

Doğrusal Kutuplayıcı	{	Geçiş eksenini yatay eksen	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
		Geçiş eksenini dikey eksen	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
		Geçiş eksenini $\pm 45^\circ$	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \pm 1 \\ \pm 1 & 1 \end{bmatrix}$

Çeyrek Dalga plakası	{	Hızlı eksen yatay eksen	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$
		Hızlı eksen dikey eksen	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}$
		Hızlı eksen $\pm 45^\circ$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & \pm i \\ \pm i & 1 \end{bmatrix}$

Yarım Dalga plakası	Hızlı eksen yatay veya dikey eksen	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
---------------------	------------------------------------	---

Dairesel kutuplayıcı	{	Sağ el	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{bmatrix}$
		Sol el	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -i \\ i & 1 \end{bmatrix}$