

ÖZEL TANIMLI FONKSİYONLAR

A. BİR FONKSİYONUN TANIM KÜMESİ

Kuralı verilmiş bir fonksiyonun tanımlı olduğu en geniş reel sayı kümesine o fonksiyonun tanım kümesi (tanım aralığı) denir.

1. Polinom Fonksiyonun Tanım Kümesi

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

şeklindeki reel katsayılı polinom fonksiyonları bütün reel sayılar için tanımlıdır.

Tanım kümesi A ile gösterilirse, polinom fonksiyonlarının tanım kümesi $A = \mathbb{R}$ olur.

2. Rasyonel Fonksiyonların Tanım Kümesi

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$$

şeklindeki rasyonel fonksiyonlar

$Q(x) = 0$ için tanımsızdır.

$Q(x) = 0$ denkleminin çözüm kümesi $\mathcal{C} = B$ ise $f(x)$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi (tanım aralığı) $A = \mathbb{R} - B$ olur.

3. Çift Dereceden Köklü Fonksiyonların Tanım Kümesi

n bir pozitif tam sayı olmak üzere, $f(x) = \sqrt[2n]{g(x)}$ şeklindeki fonksiyonlar $g(x) \geq 0$ için tanımlıdır.

$g(x) \geq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi $\mathcal{C} = B$ ise $f(x)$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi $A = B$ dir.

4. Tek Dereceden Köklü Fonksiyonların Tanım Kümesi

n bir pozitif tam sayı olmak üzere,

$$f(x) = \sqrt[2n+1]{g(x)}$$

fonksiyonu, $g(x)$ in tanımlı olduğu her yerde tanımlıdır. $g(x)$ in tanım kümesi B ise $f(x)$ in tanım kümesi (aralığı) $A = B$ dir.

Örnek:

$f(x-2) = \frac{x+1}{2x-3}$ ve $(f \circ f)(m) = \frac{4}{3}$ ise m kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Soru:

$$f(x-2) = \frac{x+1}{2x-3} \Rightarrow g^{-1}(x) = (x-2)^{-1} = x+2$$

$f(x-2)$ de x yerine $x+2$ yazılırsa,

$$f(x+2-2) = \frac{x+2+1}{2(x+2)-3} \Rightarrow f(x) = \frac{x+3}{2x+1}$$

olur.

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = \frac{\frac{x+3}{2x+1} + 3}{2 \cdot \frac{x+3}{2x+1} + 1}$$

$$\frac{\frac{7x+6}{2x+1}}{2x+1} = \frac{7x+6}{4x+7}$$

$$\Rightarrow (f \circ f)(x) = \frac{7x+6}{4x+7} \text{ olur.}$$

$$(f \circ f)(m) = \frac{7m+6}{4m+7} = \frac{4}{3}$$

$$21m+18 = 16m+28$$

$$5m = 10 \Rightarrow m = 2 \text{ bulunur.}$$

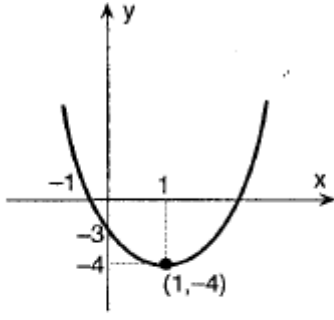
YANIT "B"

Örnek:

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x - 3$ fonksiyonun görüntü kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[-1, +\infty)$ B) $(-\infty, 1]$ C) $[-4, +\infty)$
D) $[4, +\infty)$ E) $(-\infty, 4)$

Çözüm:



$f(x)$ in grafiđi yukarıdaki gibidir.

$\forall x \in \mathbb{R}$ için , $f(x) \geq -4$ olduğundan

$f(\mathbb{R}) = \text{Görüntü kümesi} = [-4, +\infty)$ olur.

YANIT "C"