SÜREKLİLİK

- $\lim_{x \to a^-} f(x) = \lim_{x \to a^+} f(x) = f(a)$ ise,

f(x) fonksiyonu apsisi x = a olan noktada süreklidir.

- y = f(x) fonksiyonu x = a da sürekli ise,

$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$ dır.

- f(x) fonksiyonu apsisi x = a olan noktada sürekli değil ise, süreksizdir.

KURALLAR:

1. Bir fonksiyon bir noktada tanımsız ise, o noktada süreksizdir.

2. Bir fonksiyon bir noktada limitsiz ise, o noktada süreksizdir.

3. Bir fonksiyon bir noktada tanımlı ve limitli ancak, tanım değeri limit değerinden farklı ise, bu noktada süreksizdir.

Örnek:

$f: R \to R$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x-1}{x+1} & , \ x < 1 \\ 2 & , \ x = 1 \\ x^2 - 1 & , \ x > 1 \end{cases}$$

şeklinde tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonu kaç farklı x tam sayı değeri için süreksizdir?

Çözüm:

I. Fonksiyonun tanımsız olduğu noktaları inceleyelim.

$x < 1$ koşuluyla $f(x) = \dfrac{x-1}{x+1}$ rasyonel fonksiyonu paydayı sıfır yapan değer için tanımsızdır.

$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 < 1$ olduğundan,

$x = -1$ noktasında fonksiyon süreksizdir.

II. Fonksiyonun kritik noktasına bakalım.

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^-} \frac{x-1}{x+1} = \frac{1-1}{1+1} = 0$$

$$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} (x^2 - 1) = 1^2 - 1 = 0, \quad f(1) = 2$$

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^+} f(x) \neq f(1) \text{ olduğundan,}$$

$x = 1$ noktasında süreksizdir.

Dolayısıyla $y = f(x)$ fonksiyonu $x = -1$ ve $x = 1$ olmak üzere, 2 tam sayı değeri için süreksizdir.

Örnek:

$$f(x) = \frac{8x + 5}{x^2 + mx + 1}$$

fonksiyonu gerçek sayılar kümesinde sürekli olduğuna göre, m nin değer aralığını bulunuz.

Çözüm:

$f(x)$ fonksiyonunun $\forall x \in R$ iken sürekli olması için paydasını sıfır yapan değer olmamalıdır. Yani,

$x^2 + mx + 1 = 0$ denkleminde $\Delta < 0$ olmalıdır.

$\Delta < 0 \Rightarrow m^2 - 4.1.1 < 0 \Rightarrow m^2 - 4 < 0$

$\Rightarrow (m-2).(m+2) < 0$

m		-2		2	
	$+$		$-$		$+$

Buna göre, $-2 < m < 2$ olmalıdır.