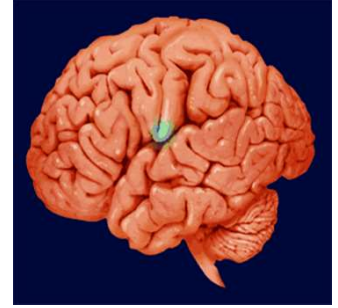
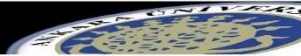


AED 310 İSTATİSTİK





SPOR BİLİMLERİ FAKÜLTESİ



PARAMETRE TAHMİNİ

- Doğrusal regresyon analizinde parametre tahmini için en küçük kareler tekniği (Least Squares Method) kullanılır.

PARAMETRE TAHMİNİ

- Parametre Tahmininde Kullanılan Formuller:

- 1) $\frac{\partial}{\partial b_1} \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1 x_i)^2 = 0 \quad \rightarrow \quad b_1 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum (X_i - \bar{X})^2}$

- 2) $\frac{\partial}{\partial b_0} \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1 x_i)^2 = 0 \quad \rightarrow \quad \bar{b}_0 = \bar{y} - \bar{b}_1 \bar{x} .$

- X_i : bağımsız değişkenin i. gözlemi $i= 1,2,\dots,n$.
- Y_i : bağımlı değişkenin i. gözlemi $i= 1,2,\dots,n$.
- \bar{X} : bağımsız değişkenin örnek ortalaması
- \bar{Y} : bağımlı değişkenin örnek ortalaması

Parametre Tahmini:

- Parametre tahmini en küçük kareler metodu (Least Squares Method) kullanılarak yapılır. Burada esas, dağılım diagramında (scatter diagram) görülen tüm noktalar için doğruya uzaklıklarının bulunması ve bunların toplamının minimize edilmesidir. Ancak regresyon analizinde bu toplam fonksiyonu daima sıfır olacağından b_0 ve b_1 değerlerini bulmada kullanılamaz.

$$\sum (y_i - \hat{y}_i) = 0$$

Parametre Tahmini

- Bu durumda hataların (regresyon denkleminde sapmaların) karelerinin toplamı bulunarak yeni bir fonksiyon oluşturulur.

$$\min \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = \min \sum (y_i - b_0 - b_1 x_i)^2$$

Parametre Tahmini:

- Bu yeni fonksiyonu minimize eden optimal b_0 ve b_1 , β_0 ve β_1 'in tahmini değerleri olacaktır. Yukarıdaki fonksiyon içbükey (convex) olduğundan, fonksiyonu minimize eden optimal değerleri bulmak için fonksiyonun b_0 ve b_1 'e göre kısmi türevlerini sıfır yapan değerleri almak yeterli olacaktır.

- 1)
$$\frac{\partial}{\partial b_1} \sum (y_i - b_0 - b_1 x_i)^2 = 0 \Rightarrow b_1 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

- 2)
$$\frac{\partial}{\partial b_0} \sum (y_i - b_0 - b_1 x_i)^2 = 0 \Rightarrow b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}$$

x_i : bağımsız değişkenin i . gözlemi, $i=1,2,\dots,n$.

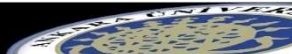
y_i : bağımlı değişkenin i . gözlemi, $i=1,2,\dots,n$.

- \bar{x} : bağımsız değişkenin örnek ortalaması
- \bar{y} : bağımlı değişkenin örnek ortalaması
- n : toplam gözlem sayısı.

ÖRNEK UYGULAMA

Kişilerin aylık gelirleri ile aylık yiyecek harcamaları arasındaki ilişkiyi bulmak için 30 kişiye aylık gelir ve yiyecek harcamaları sorulmuş.

No	Yiyecek Harcaması (100 YTL)	Gelir (100 YTL)	No	Yiyecek Harcaması (100 YTL)	Gelir (100 YTL)
1	9	35	16	16	50
2	15	49	17	13	45
3	7	21	18	13	46
4	11	39	19	10	37
5	5	15	20	10	38
6	8	28	21	7	20
7	9	25	22	7	23
8	7	24	23	9	32
9	8	29	24	8	31
10	9	34	25	8	30
11	12	40	26	7	26
12	3	10	27	14	47
13	5	14	28	12	41
14	4	13	29	4	14
15	8	27	30	13	42



PARAMETRELERİN YORUMU

Alınan sayısal verilere göre parametre tahmininde kullanılan 1 ve 2 numaralı formüller kullanılarak $b_1=0,283$ $b_0=0,314$ ve doğrusal regresyon modeli $\hat{y} = 0.314+0.283x$ olarak bulunur.

PARAMETRELERİN YORUMU

$$b_1=0,283 \quad b_0=0,314 \quad \hat{y} = 0.314+0.283x$$

•

b_0 ve b_1 'in anlamı:

- b_0 , $x=0$ olduğu durumda bağımlı değişkenin tahmini değeridir. Yukarıdaki örnekte $b_0=0.314$ olması şu anlama gelir: Bir insanın hiçbir geliri olmasa bile, aylık en az 31,4YTL tutarında bir yiyecek masrafı vardır.

PARAMETRELERİN YORUMU

- $b_1=0,283$ $b_0=0,314$ $\hat{y} = 0.314+0.283x$
- b_1 değeri regresyon katsayısıdır ve x 'deki birim artışa karşılık y 'deki değişim miktarını gösterir. b_1 'in pozitif olması, bağımsız değişken x 'in arttığında y 'nin artacağını gösterir (pozitif doğrusal ilişki).

PARAMETRELERİN YORUMU

- $b_1=0,283$ $b_0=0,314$ $\hat{y} = 0.314+0.283x$
- Aynı şekilde b_1 'in negatif olması, bağımsız değişken x 'in arttığında y 'nin azalacağını gösterir (negatif doğrusal ilişki). b_1 değerinin sıfıra çok yakın olması, bağımlı değişken y 'nin bağımsız değişken x 'teki değişimlerden etkilenmediğini gösterir. Bu durumda regresyon denkleminin açıklayıcılığı tartışılmalıdır.

PARAMETRELERİN YORUMU

Buna göre örneğimizde Gelir 1 YTL arttığında, Yiyecek harcamaları 28,3 YKR artmaktadır.

- **Regresyon Modeli ile Tahmin Yapılması:**
-
- Regresyon denklemleri kullanılarak, verilen bir x değeri için y 'nin tahmini değeri bulunur; ancak x 'in büyüklüğü örnek veri setindeki minimum ve maximum değerler arasında ise daha iyi tahminler yapılır.
-
-

Regresyon Modeli ile Tahmin Yapılması:

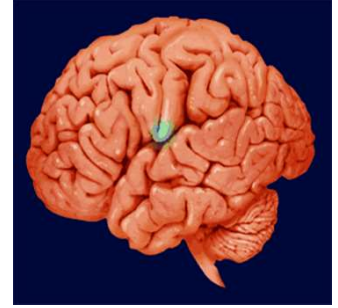
- Aslında daha isabetli tahminlerde bulunmak için yapılması gereken, her yeni veri bulunduğunda regresyon modelinin (b_1 , b_0) yeni baştan oluşturulmasıdır.

Regresyon Modeli ile Tahmin Yapılması:

- **SORU:** Gelir düzeyi 3500 YTL olan bir kişinin tahmini aylık yiyecek masrafları ne kadardır?

$$\hat{y} = 0.314 + 0.283x = 0.314 + 0.283 (3500) \Rightarrow$$

tahmini aylık yiyecek masrafı=990.814 YTL olur.



SPOR BİLİMLERİ FAKÜLTESİ

