

TEK YÖNLÜ VARYANS ANALİZİ **(ONE-WAY ANALYSIS OF VARIANCE)**

Ankara Üniversitesi Tıp Fakültesi
Biyoistatistik Anabilim Dalı

NE ZAMAN KULLANILIR?

Parametrik test varsayımları sağlandığında, 2'den fazla grubun ortalamasını karşılaştırılmak için kullanılan bir yöntemdir. Grup ortalamalarının karşılaştırıldığı bir testin adının neden varyans analizi olduğu, test istatistiğinin hesaplanmasında, grup ortalamaları ile birlikte grup varyanslarının da çok önemli olmasına bağlanabilir.

Tek yönlü varyans analizi örnekleri:

- ✓ Anne yaşı <20, 20-29 ve 30+ olarak gruplandığında, anne yaşının bebek doğum ağırlığı üzerine etkisinin incelenmesi durumunda,
- ✓ Otuz farenin tamamen rasgele olarak üç farklı diyet grubuna dağıtıldığı bir çalışmada, deney sonunda farelerin serum vitamin A değerleri bakımından diyet türlerinin karşılaştırıldığı bir çalışmada
tek yönlü varyans analizi kullanılır.

Varyans Analizinin Varsayımları:

- ✓ Her gruptaki değerler kendi içinde normal dağılım göstermelidir. Dağılımlar oldukça çarpıksa ve gruplardaki denek sayıları eşit değilse problemler ortaya çıkacaktır. Ayrıca gruplardaki denek sayılarının az olması da önemli bir problem olabilir.
- ✓ Grup varyansları eşit olmalıdır. Gruplara deneklerin rasgele atanmış olmaları bu varsayımın sağlanmasına yardımcı olacaktır.
- ✓ Gruplar içinde ve gruplar arasında elde edilen gözlemler bağımsız olmalıdır.

Hipotezler:

- H_0 : Grupların ortalamaları arasında fark yoktur.
- H_1 : En az bir grup ortalaması diğerlerinden farklıdır.

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$$

$$H_1 : \text{En az bir } \mu_j \text{ farklı}$$

Genel Ortalama (Grand Mean)

Genel ortalama, elde edilen bütün verilerin toplam denek sayısına bölünmesi ile elde edilir.

$$\bar{X}_{GO} = \frac{\sum x}{N}$$

Toplam Değişim:

- ✓ Toplam değişim, genel ortalamadan her bir grup ortalamasının farkının kareler toplamından elde edilir.
- ✓ Toplam değişim grup içi değişim ve gruplar arası değişim olarak ikiye bölünür. Varyans analizinin mantığı da gruplar arası değişimin grup içi değişime oranının karşılaştırılmasıdır.
- ✓ Eğer gruplar arası değişim grup içi değişimden fazla ise, grup ortalamalarından en az birinin diğerlerinden farklı olduğu söylenebilir.

Gruplar Arası Değişim:

- ✓ Gruplar arası değişim, her bir grup ortalamasının genel ortalamadan olan farklılığından elde edilir. Karşılaştırılan grupların ortalaması birbirine çok yakın ise, gruplar arası değişim küçük olacaktır. Grup sayısı k ile gösterildiğinde, gruplar arası değişime ilişkin serbestlik derecesi $k-1$ olacaktır.
- ✓ Gruplar arası değişimin kendi serbestlik derecesine bölünmesi ile gruplar arası kareler ortalaması elde edilir.

Grup İçi Değişim:

✓ Grup içi değişim her bir gruptaki bireylerin ait oldukları grup ortalamalarından farklılıklarından kaynaklanır. Gruplardaki gözlemler birbirine yakın değerler alıyorsa grup içi değişim de küçük olacaktır.

✓ Grup içi değişim için serbestlik derecesi :

$Sd = N - k$ olarak gösterilebilir. Grup içi değişimin kendi serbestlik derecesine bölünmesi ile grup içi kareler ortalaması elde edilir.

F test istatistiği:

- F test istatistiği, gruplar arası kareler ortalamasının grup içi kareler ortalamasına oranından elde edilir.

$$F = \frac{\text{Gruplar Arası Kareler Toplamı} / k - 1}{\text{Gruplar İçi Kareler Toplamı} / N - k}$$

Varyans Analizi Tablosu:

Değişim Kaynakları	sd	KT	KO	F
Gruplar arası	k-1	GAKT	GAKT/(k-1)	GAKO/GİK O
Grup içi	N-k	GİKT	GİKT/(N-k)	
Genel	N-1	GnKT		

Hesapla bulunan F değeri, tablodan elde edilen k-1 pay ve N-k payda serbestlik dereceli F kritik değerinden büyükse H_0 hipotezi reddedilir.

Çoklu Karşılaştırma Testleri

-1-

- Varyans analizi sonucunda gruplar arasında fark yoksa işlemler sona erer. Ancak, gruplar arasında fark varsa, farklılığın hangi grup ya da gruplardan kaynaklandığı (ya da farklılığın hangi gruplar arasında olduğu) değişik yöntemlerle araştırılabilir. Bu yöntemlere çoklu karşılaştırma yöntemler (multiple comparisons tests) ya da Post-Hoc testler denir.

Çoklu Karşılaştırma Testleri

-2-

Bu karşılaştırmalardan *Duncan Yöntemi*, *Tukey HSD yöntemi* ve *Student-Newman-Keuls yöntemi* daha çok olası tüm ikili karşılaştırmaların yapılması amacıyla kullanılmaktadır. Örneğin; varyans analizindeki grup sayısı 4 ise, tüm olası ikişerli karşılaştırmalar; 1-2, 1-3, 1-4, 2-3, 2-4 ve 3-4 gruplarının karşılaştırılmasıdır.

Çoklu Karşılaştırma Testleri

-3-

En küçük önemli fark yöntemi, her ortalamanın sadece bir kez kullanıldığı karşılaştırmalar için uygundur. Bu tür karşılaştırmalara dik (ortogonal) karşılaştırmalar denir. Örneğin, grup sayısı 4 olduğunda her bir ortalamanın bir kez kullanıldığı karşılaştırmalar; 1-2, 3-4, ya da 1-3 ve 2-4 ya da 1-4 ve 2-3'tür.

Dunnet yöntemi ise, çalışmadaki her bir deney grubunu kontrol grubu ile karşılaştırmak için kullanılır.

Örnek: Dört ayrı hepatit türünde sedimentasyon değerlerinin farklılık gösterip göstermediğini inceleyiniz.

	Hepatit A	Hepatit B	Non A Non B	Delta Hepatit	
	35	45	75	70	
	50	52	53	62	
	40	80	48	88	
	20	65	50	47	
	26	73	65	78	
	32	44	36	56	
	18	67	57	61	
	45	48	71	76	
			40	65	
n	8	8	9	9	N = 34
$\sum x_j$	266	474	495	603	$\sum x = 1838$
$\sum x_j^2$	9774	29412	28649	41639	$\sum x^2 = 109474$
\bar{x}_j	33,25	59,25	55	67	

Varyans Analizi Çözümü:

- *Kareler Toplamları:*

$$GnKT = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{N} = 109474 - \frac{(1838)^2}{34} = 10114$$

$$GAKT = \sum_{j=1}^k \left(\frac{(\sum x_j)^2}{n_j} \right) - \frac{(\sum x)^2}{n} = \frac{(266)^2}{8} + \frac{(474)^2}{8} + \frac{(495)^2}{9} + \frac{(603)^2}{9} - \frac{(1838)^2}{34} = 5195$$

$$GİKT = GnKT - GAKT = 10114 - 5195 = 4919$$

- *Serbestlik Dereceleri:*

$$\text{GnSD (Genel serbestlik derecesi)} = N-1 = 33$$

$$\text{GASD (Gruplar arası serbestlik derecesi)} = k-1 = 3$$

$$\text{GiSD (Gruplar içi serbestlik derecesi)} = N-k = 30$$

- *Kareler Ortalamaları:*

$$\text{GAKO} = \frac{\text{GAKT}}{\text{GASD}} = \frac{5195}{3} = 1731,7$$

$$\text{GIKO} = \frac{\text{GIKT}}{\text{GISD}} = \frac{4919}{30} = 163,97$$

Varyans Analizi Tablosu:

Değişim Kaynakları	sd	KT	KO	F
Gruplar arası	3	5195	1731.7	10.56
Grup içi	30	4919	163.97	
Genel	33	10114	-	

$$F_{\text{tablo}} = F_{\alpha, \text{GASD}; \text{GİSD}} = F_{0.05, 3; 30} = 2.92$$

$F_{\text{hesap}} = 10.56 > F_{\text{tablo}} = 2.92$ olduğundan yokluk hipotezi reddedilir.

Grup ortalamalarından en az birinin diğerlerinden farklı olduğu söylenebilir.



	grup	sediment	var	var	var	var	var	var	var	var	var	var
1	Hepatit A	35										
2	Hepatit A	50										
3	Hepatit A	40										
4	Hepatit A	20										
5	Hepatit A	26										
6	Hepatit A	32										
7	Hepatit A	18										
8	Hepatit A	45										
9	Hepatit B	45										
10	Hepatit B	52										
11	Hepatit B	80										
12	Hepatit B	65										
13	Hepatit B	73										
14	Hepatit B	44										
15	Hepatit B	67										
16	Hepatit B	48										
17	Non A Non B	75										
18	Non A Non B	53										
19	Non A Non B	48										
20	Non A Non B	50										
21	Non A Non B	65										
22	Non A Non B	36										
23	Non A Non B	57										
24	Non A Non B	71										
25	Non A Non B	40										
26	Delta Hepatit	70										
27	Delta Hepatit	62										
28	Delta Hepatit	88										
29	Delta Hepatit	47										
30	Delta Hepatit	78										
31	Delta Hepatit	56										

	grup	sediment	var	var	var	var	var	var	var	var	var	var	var
1	Hepatit A	35											
2	Hep												
3	Hep												
4	Hep												
5	Hep												
6	Hep												
7	Hep												
8	Hep												
9	Hep												
10	Hep												
11	Hep												
12	Hep												
13	Hep												
14	Hep												
15	Hep												
16	Hep												
17	Non A Non B	75											
18	Non A Non B	53											
19	Non A Non B	48											
20	Non A Non B	50											
21	Non A Non B	65											
22	Non A Non B	36											
23	Non A Non B	57											
24	Non A Non B	71											
25	Non A Non B	40											
26	Delta Hepatit	70											
27	Delta Hepatit	62											
28	Delta Hepatit	88											
29	Delta Hepatit	47											
30	Delta Hepatit	78											
31	Delta Hepatit	56											

One-Way ANOVA

Dependent List:
sediment

Factor:
grup

OK
Paste
Reset
Cancel
Help

Contrasts... Post Hoc... Options...

One-Way ANOVA: Options

Statistics

- Descriptive
- Fixed and random effects
- Homogeneity of variance test
- Brown-Forsythe
- Welch

Means plot

Missing Values

- Exclude cases analysis by analysis
- Exclude cases listwise

Continue
Cancel
Help



Tek Yönlü Varyans Analizi İçin SPSS Sonuçları:

Descriptives

SEDIMENT

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean		Minimum	Maximum
					Lower Bound	Upper Bound		
					Hepatit A	8		
Hepatit B	8	59,25	13,771	4,869	47,74	70,76	44	80
Non A Non B	9	55,00	13,342	4,447	44,74	65,26	36	75
Delta Hepatit	9	67,00	12,440	4,147	57,44	76,56	47	88
Total	34	54,06	17,507	3,002	47,95	60,17	18	88

ANOVA

SEDIMENT

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	5194,882	3	1731,627	10,561	,000
Within Groups	4919,000	30	163,967		
Total	10113,882	33			

	grup	sediment	var	var	var	var	var	var	var	var	var	var
1	Hepatit A	35										
2	Hep											
3	Hep											
4	Hep											
5	Hep											
6	Hep											
7	Hep											
8	Hep											
9	Hep											
10	Hep											
11	Hep											
12	Hep											
13	Hep											
14	Hep											
15	Hep											
16	Hep											
17	Non A Non B	75										
18	Non A Non B	53										
19	Non A Non B	48										
20	Non A Non B	50										
21	Non A Non B	65										
22	Non A Non B	36										
23	Non A Non B	57										
24	Non A Non B	71										
25	Non A Non B	40										
26	Delta Hepatit	70										
27	Delta Hepatit	62										
28	Delta Hepatit	88										
29	Delta Hepatit	47										
30	Delta Hepatit	78										
31	Delta Hepatit	56										

One-Way ANOVA

Dependent List:
sediment

Factor:
grup

Contrasts... Post Hoc...

One-Way ANOVA: Post Hoc Multiple Comparisons

Equal Variances Assumed

- LSD
- Bonferroni
- Sidak
- Scheffe
- R-E-G-W F
- R-E-G-W Q
- S-N-K
- Tukey
- Tukey's-b
- Duncan
- Hochberg's GT2
- Gabriel
- Waller-Duncan

Type I/Type II Error Ratio: []

Dunnett

Control Category: [Las

Test: []

2-sided < Control > Control

Equal Variances Not Assumed

- Tamhane's T2
- Dunnett's T3
- Games-Howell
- Dunnett

Significance level: .05

Continue Cancel



Tukey HSD Çoklu Karşılaştırma Testi İçin SPSS Sonuçları:

Multiple Comparisons

Dependent Variable: SEDIMENT

Tukey HSD

(I) GRUP	(J) GRUP	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
Hepatit A	Hepatit B	-26,00*	6,402	,002	-43,41	-8,59
	Non A Non B	-21,75*	6,222	,008	-38,67	-4,83
	Delta Hepatit	-33,75*	6,222	,000	-50,67	-16,83
Hepatit B	Hepatit A	26,00*	6,402	,002	8,59	43,41
	Non A Non B	4,25	6,222	,903	-12,67	21,17
	Delta Hepatit	-7,75	6,222	,604	-24,67	9,17
Non A Non B	Hepatit A	21,75*	6,222	,008	4,83	38,67
	Hepatit B	-4,25	6,222	,903	-21,17	12,67
	Delta Hepatit	-12,00	6,036	,215	-28,41	4,41
Delta Hepatit	Hepatit A	33,75*	6,222	,000	16,83	50,67
	Hepatit B	7,75	6,222	,604	-9,17	24,67
	Non A Non B	12,00	6,036	,215	-4,41	28,41

*. The mean difference is significant at the .05 level.