6. UYARTILMA, İYONLAŞMA VE AYRIŞMA

Astrofizik, 1500 – 2000 dereceden milyonlarca dereceye kadar sıcaklıktaki maddelerin özellikleri **ile ilgilenir**. İlk yaklaşım olarak ilgi, durgun durum koşullarında toplanmıştır. Değişen yıldızların incelenmesinde değişimlerin her biri, bir durgun durum olarak ele alınabilecek bir dizi ayrı durum olarak ele alınır.

Bir durgun durumun bir ısı dengesi koşulunu sağlaması gerekmez. Bu özellik unutulmaması gereken önemli bir özelliktir. Bir yıldızın madde katmanlarından ışınımın geçişini gözönüne alalım. Durum zamanla değişmediği için, durgun bir durum olabilir, fakat kesin olarak bir denge de değildir. Bir katmanın bir yanından öbür yanına erkenin akışı bir sıcaklık gradyenti gerektirir ; **denge koşullarında ise bir sıcaklık farkı olamaz**. Yine de, belirli atomik olayların hızı, ısı dengesindekiyle hemen hemen aynı olabilir ve sorunun ilk incelemesinde tam bir ısı dengesi için elde edilen değişik bağıntılar yararlı olacaktır.

6.1. Isı Dengesi

Gazlar ısı dengesi durumunda iseler, uyartılma, iyonlaşma ve ayrışma için **denklemleri kolayca elde edilir**. Isı dengesinde bulunan bir gazdaki olayların görünümüne bakacak olursak : Sıcaklık yeterli ise uyartılma söz konusudur. Duvarlarının sıcaklığı 5000 ya da 10000 **^{o}K** sıcaklığında olan kuramsal bir kutu içindeki maddeyi göz önüne alalım. Bu kutu içindeki atomlar hızla hareket ederek birbirleriyle çarpışırlar (**çarpışma ile uyartılma**), erke soğurup tekrar yayınlarlar ve elektronlarını kaybedip yine yakalarlar. Her bir olayın, kendisinin karşıtıyla dengede bulunduğu bir durum elde edilir. **Sözgelimi** bir elektronun bir atomla çarpışarak erkesini ona verip onu uyardığı bütün çarpışmalar, uyartılmış bir atomun yanından geçen bir elektrona erkesini verdiği (süperelastik çarpışma) durumların sayısıyla dengelenir. **Ya da**, sıcaklık yeterince yüksek ise iyonlaşma sözkonusu olup belli bir düzeydeki her iyonlaşma, eş düzeydeki elektron yakalamalarla dengelenir.

Bu düşünceleri, sayısal bir şekilde ve genel olarak şöyle belirtebiliriz : **n** den **n”** ye olan soğurmaların sayısı, ışınım yayınlayarak **n”** den **n** ye atlayan atomların geçiş sayısına **eşittir**. Ya da, **n** den **n”** ye çarpışmayla olan uyartılmaların sayısı bunun tersi olan süperelastik çarpışmaların sayısına eşittir (Şekil **6.1**).

n → n” soğurma ile olan geçişlerin sayısı **n” → n** salma ile geçişlerin sayısına **eşitse ;**

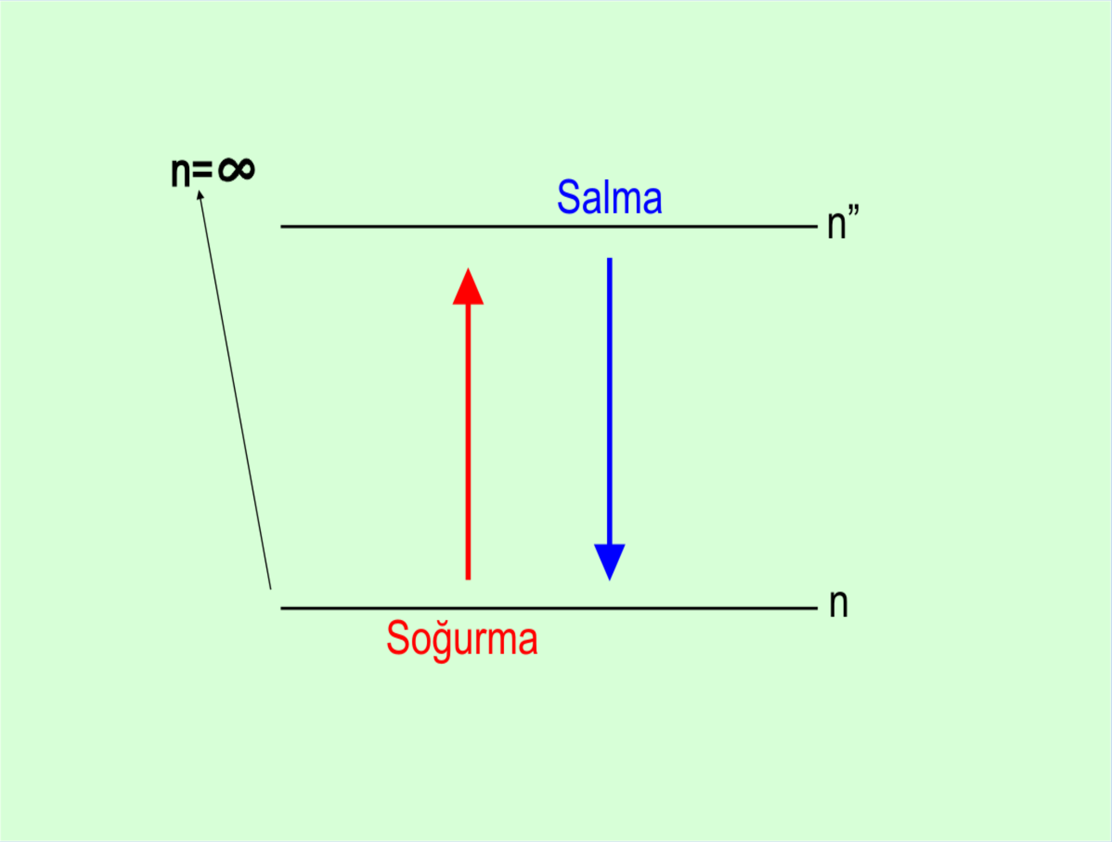
ya da

n → n” den çarpışma ile geçen atomların sayısı **n” → n** ye süperelastik çarpışma (sıyırarak çarpışma ile erke aktarma) ile geçen atomların sayısına **eşitse ;**

ya da

n düzeyinden iyonlaşanların (iyonlaşan elektron sayısı) sayısı, **n** düzeyine yakalanan elektronların sayısına **eşitse**

ISI DENGESİ **vardır** denir.



Şekil 6.1. Isı dengesi koşulu altındaki atomik süreçler.

6.1. Isı Dengesi (Devamı)

n düzeyinden olan iyonlaşmaların sayısı, aynı **n** düzeyindeki elektron yakalamaları sayısına **eşittir**. **Her bir olayın, kendisinin tersi olan olayla dengelendiği parçacık topluluğunun tam bir ISI DENGESİNDE olduğu söylenir. Üzerinde önemle duracağımız uyartılma ve iyonlaşma denklemleri, ISI DENGESİ koşulu ile geçerlidir. Zira bu koşulun varsayımına dayanarak elde edilmişlerdir.**

Her ne kadar termodinamiğin astronomlarca kullanımı **sınırlı ise de**, maddenin makroskopik özellikleriyle ilgilenen termodinamik **bize** ısı dengesindeki maddeye ilişkin çok bilgi verir. Daha kolay ve daha güçlü bir yöntem ise, atomların sahip oldukları bilinen erke düzeylerini kullanan **İstatistik Mekanik'tir**. **İstatistik mekaniğin** uygulanabilmesi, bir ısı dengesinin varlığını gerektirir ve atomlarla moleküllerin bir diğeriyle karşılıklı etkileştikleri varsayılır. **Fakat** bir atomdan diğerine ne kadar erke geçtiğine ilişkin ayrıntılı bilgiye **gerek yoktur**.

İstatistik mekanik, bize hızların Maxwell dağılımı, Planck Yasası (**5. Bölüm**), Boltzmann Yasası, İyonizasyon ve ayrışma eşitlikleri gibi **önemli bağıntıların çıkarılmasını** sağlar.

6.2. Boltzmann (Uyartılma) Yasası

Temel bağıntılardan biri Boltzmann Yasasıdır. Bu yasa, herhangi bir **B** düzeyindeki atomların sayısı N_B, ve herhangi bir **A** düzeyindeki atomların sayısı N_A olmak üzere, **A** ve **B** düzeylerindeki atomların göreli sayılarının ısı dengesi koşulu altında,

$N_B / N_A = (g_B / g_A) \exp (- \chi_{AB} / kT)$ ......(1)

ile belirlendiğini söyler. Burada $\chi_{AB} = E_B - E_A$ olup **A** ve **B** düzeyleri arasındaki erke farkı, $g_B = 2J_B + 1$ üst erke düzeyi için ve $g_A = 2J_A + 1$ alt erke düzeyi için istatistik ağırlıklar ve T salt sıcaklıktır. J_B : B düzeyinin toplam açısal momentum kuantum sayısı, J_A : A düzeyinin toplam açısal momentum kuantum sayısıdır.

ÖZEL DURUM : Hidrojen için g istatistik ağırlıkları, **n**: Baş kuantum sayısı olmak üzere $g = 2\,\mathbf{n}^2$ ile verilir.

(**1**) den

$\log (N_B / N_A) = \log (g_B / g_A) - (\chi_{AB} / kT) \times 0.4343$

Bu bağınının kanıtı üzerinde burada durulmayacaktır. Bunu bir postulat gibi kabul edeceğiz. Eğer χ eV biriminde ifade edilirse, bağıntı şu şekile yazılabilir :

$\log (N_B / N_A) = - (5040.4 / T)\, \chi_{AB} + \log (g_B / g_A)$ ......(2)

Bu denklem herhangi iki düzeydeki atomların sayı oranını verir.

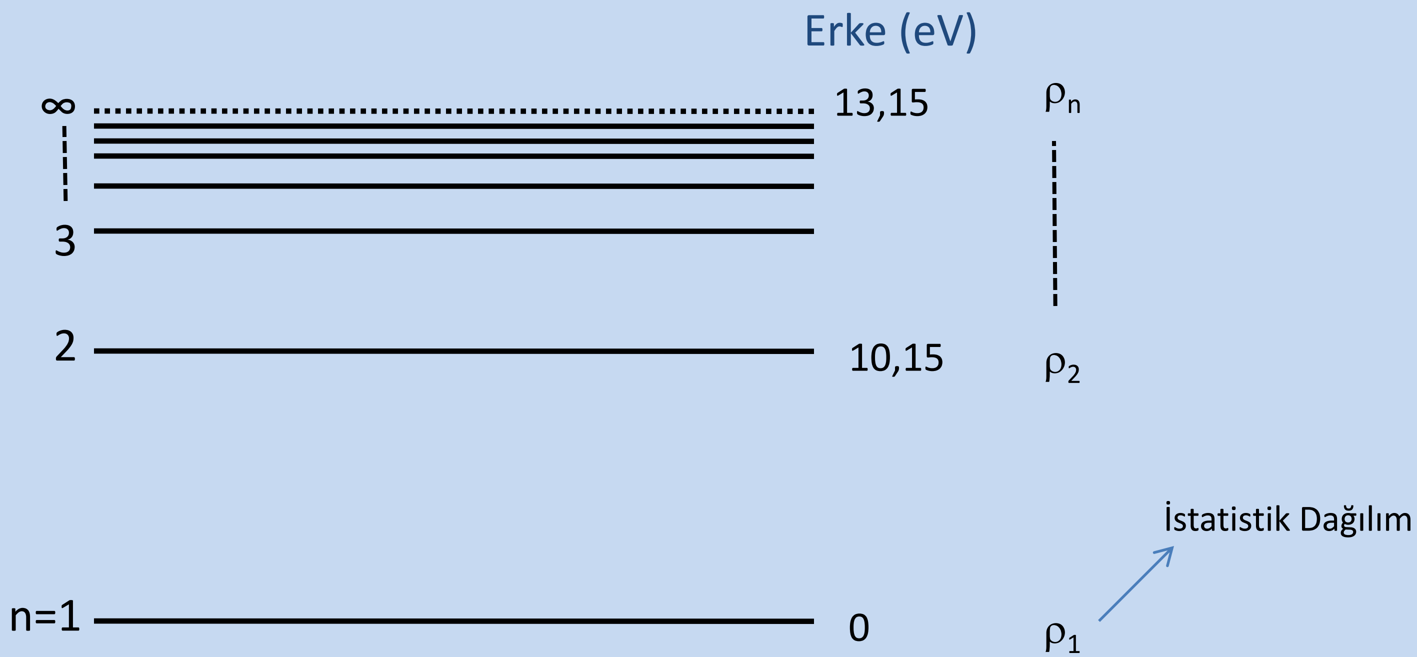
6.2. Boltzmann (Uyartılma) Yasası(Devamı)

Ancak bazı durumlarda herhangi bir düzeydeki atomların sayısının toplam atom sayısına oranı da gerekebilir. Kimi zaman **r** düzeyindeki atomların sayısının tüm düzeylerdeki atomların toplam sayısına oranını kullanmak isteriz. N_r, **r** düzeyindeki atomların sayısı olmak üzere toplam atomlar $N = \Sigma N_r$ dir. (**1**) denkleminden, atomların toplam sayısını birinci düzeydekiler türünden belirtebiliriz (Şekil **6.2**).

$$N = (N_1/g_1)\,[g_1 + g_2 \exp(-\chi_{1,2}/kT) + g_3 \exp(-\chi_{1,3}/kT) + \ldots]$$
$$= (N_1/g_1)\,\mathbf{B}(T) \qquad \ldots\ldots.(3)$$

N: **Toplam atom sayısı** , **B**(T): Bölünme fonksiyonu

Hidrojende olduğu gibi eğer, $-\chi_{1,2}$ >> **1 eV** ise, yaklaşık olarak **B**(T) $\cong g_1$ alınır (sıcaklığa bağlı, yani T de **uygun olmalı** !).



Şekil 6.2. Hidrojen atomu için n ye bağlı erke düzeyleri.

6.2. Boltzmann (Uyartılma) Yasası(Devamı)

$T = 5000\ ^oK$ ise bu yaklaşımda hata **%1** den küçük, $T = 10000\ ^oK$ ise bu yaklaşımdaki hata **0.02** den küçük. T büyüdükçe (**çok büyük**) yukarıdaki varsayım geçerli olmamaktadır.

(**3**) den, Temel düzeydeki atomların sayısı N_1,

$$N_1 = [g_1 / \mathbf{B}(T)]\, N \quad ...... (4)$$

i düzeyi için ise,

$$N_i / N = [\, g_i / \mathbf{B}(T)]\, \exp(-\chi_i / kT) \quad .....(5)$$

Bu son bağıntı, Boltzmann denkleminin çok daha genel biçimidir. Burada N, atomların toplam sayısını ve N_i ise **i** ninci uyartılmış düzeydeki atomların sayısını göstermektedir. Bu bağıntı, farklı uyartılmış düzeyler arasında atomların nasıl dağıldığını göstermektedir. Yüksek uyartılma düzeylerinin bolluğu, yakınlarındaki parçacıkların bozucu etkisinden etkilenir. Eğer P_i, **i** uyartılmış düzeyindeki rahatsız edilmemiş atom için olasılığı gösterirse, **B**(T) bölünme fonksiyonu şu duruma gelir :

$$\mathbf{B}(T) = \sum_{\mathbf{i}} g_i\, P_i \exp(-\chi_i / kT)$$

Burada, iyonizasyon sınırı yaklaştıkça P_i olasılığı da **sıfıra yaklaşır**. Böylece **B**(T) nin **yakınsaması** sağlanır.

6.2. Boltzmann (Uyartılma) Yasası(Devamı)

Eğer bozucu etkiler başlıca iyonlardan geliyorsa (Güneş ve sıcak yıldızlarda görüldüğü gibi), şöyle olur :

$\ln P_i = - 1.33 \times 10^{-22} \, (P_\varepsilon \, / \, \mathbf{Z}^4 \, kT) \, \mathbf{n}^6$

Burada **n**, **i** ninci düzeyin **baş kuantum sayısı**, **Z** bozucu etkiye uğramış parçacıkların atomlarının çekirdeklerindeki yük ve P_ε elektron basıncıdır.

Bir örnek olarak, T = 6000, 8000, 10000, 15000 ve 20000 ^{o}K sıcaklıklarda hidrojen için **temel düzeydeki** ve **n** = **2** düzeyindeki göreli bollukları karşılaştıralım :

Hidrojenin **temel düzeyinin** istatistik ağırlığı $g_1 = 2\mathbf{n}^2 = 2 \times \mathbf{1}^2 = 2$

ve **n** = **2** düzeyi için ise, $g_2 = 2\mathbf{n}^2 = 2 \times \mathbf{2}^2 = 8$

dir. İkinci düzeyin uyartılma potansiyeli ise **10.15 eV** tur.

$\log (N_2 / N_1) = - (5040 / T) \times 10.15 + \log (8/2)$

$= - (51160 / T) + 0.60$

Buna göre elde edilen sonuçlar :

6.2. Boltzmann (Uyartılma) Yasası(Devamı)

Sıcaklık (^oK)	θ = 5040/T	N_2 / N_1
6000	0.840	0.000 000 01
8000	0.630	.000 001 6
10000	0.504	.000 031
15000	0.336	.001 55
20000	0.252	.011

Sıcaklık artışıyla ikinci düzeydeki göreli atom sayısının hızlı artışına **dikkat ediniz**. Bunun anlamı ise, yani sıcaklığın artışı, tayfta Balmer çizgi yeğinliklerinin artması demektir. Oysa yıldız tayflarında görünüm öyle olmuyor. 6000 ^oK den 10000 ^oK e doğru sıcaklıktaki bir artış için bir artma vardır ve bu A0 tayf türünde (~ 10000 ^oK de) H_α (**H çizgilerinin Balmer serisi**) yeğinliği maksimum düzeyde olmaktadır. Ancak sıcaklığın daha da artmasıyla yıldız tayfında bu yeğinlik bir düşme göstermektedir (**azalmaktadır**). Bunun nedeni ise, ikinci bir olayın (**iyonlaşma olayı**) varlığıdır.

6.3. Isı Dengesinden Sapmalar

Acaba yıldızlarda gerçekten bir ısı dengesi var mıdır ? **Şüphesiz yoktur**, ancak yıldız içerisinde tasarlanacak elemanter bir kabukta, karşılaştırılabilecek kadar ısı dengesi vardır diyebiliriz. **En dış kabukta ise ısı dengesi yoktur**. Yıldız atmosferlerinde ise, incelenen olaylara kolaylık için ısı dengesinin var olduğu kabul edilir. Boltzmann yasası, ısı dengesi için çıkarılmıştır. Ve bu koşullar tümüyle sağlandığında kesin olarak uygulanır. Böylesi bir dengeden gaz bulutsularının ve yıldız atmosferlerinin sapmalarından, birçok ilginç sorunlar ortaya çıkar.

Bir yıldız atmosferi durumunu gözönüne alalım. Bir yanda yıldızın sıcak ve ışınım yapan katmanları, öbür yanda ise boş uzay vardır. Atmosfer bir durgun durum içinde olsa bile **ısı dengesinde olamaz**. Bizim görebildiğimiz katmanların hemen altında koşullar, bir yerel T sıcaklığındaki ısı dengesi **koşullarına yaklaşır** ve Boltzmann yasası yürürlükte olur. **Yüzeye doğru ilerledikçe** ısı dengesi varsayımı ortadan kalkar ve bu bölgede yıldızların siyah çizgili tayfı oluşur.

6.3. Isı Dengesinden Sapmalar (Devamı)

İlk yaklaşımımızda Boltzmann ve iyonlaşma **denklemini** uygularız ve elde ettiğimiz sonuçları gözlemlerle karşılaştırırız. Atomların değişik erke durumları ile iyonizasyon basamakları arasındaki dağılımıyla **ilgilenildiğinde**, ısı dengesinin varsayılması çok yararlı olacaktır. **Burada temel soru**, istatistik ve mekanikten elde edilen sonuçlar ve ısı dengesi varlığı varsayımının yardımıyla, yıldız tayflarının doğru bir açıklaması nasıl yapılabilir sorusudur.

Gaz bulutsuları, bize termodinamik ve istatistik mekaniğin biraz yardımcı olduklarını gösteren **örnektir**.

Eğer bunları uygulamaya kalkışırsak, bir takım uyuşmazlık ve çelişkilerle karşı karşıya kalırız. Gaz bulutsularının tayflarını açıklayabilmek için başka yol denenmelidir ; bu tayfların açıklamasını, **ayrıntılı** mekanizmalarda öngörülen fiziksel olaylar hipotezlerine dayamak zorundayız. Gaz bulutsuların tayflarındaki hidrojen ve helyumun parlak çizgilerinin yine elektronla birleşmeyi izleyen fotoiyonizasyonla üretildiklerine ilişkin kanıtlar vardır ; oysa yasaklanmış çizgilerin ise atomları en yakın kararsız düzeylere çıkaran çarpışmalardan ve bu durumdaki atomun tekrar temel düzeye inerken bir erke kuantumu yayınladığına ilişkin belirtiler de vardır.

6.3. Isı Dengesinden Sapmalar (Devamı)

Bu koşullar altında, bir durgun durum için sağlanması gerekli iki tür bağıntı vardır :

a) belli bir düzeyin bolluğunun aynı kalacağını belirleyen istatistik denge denklemleri,

b) bir oylumdaki soğurulan tüm erkenin, salınan tüm erkeye eşit olduğunu belirten erkenin korunumu denklemi.

Isı dengesinden oldukça ayrılma koşulu altında bile kimi olaylar, sözde varmış gibi, süregelecektir. Boltzmann eşitliği artık uygulanamayacak ve ışınım alanı bir zarftan sapacaktır ; fakat iyonlaşmış bir gaz içindeki iyon ve elektronların hız dağılımı, T sıcaklığındaki Maxwell dağılımına benzer kalacaktır.

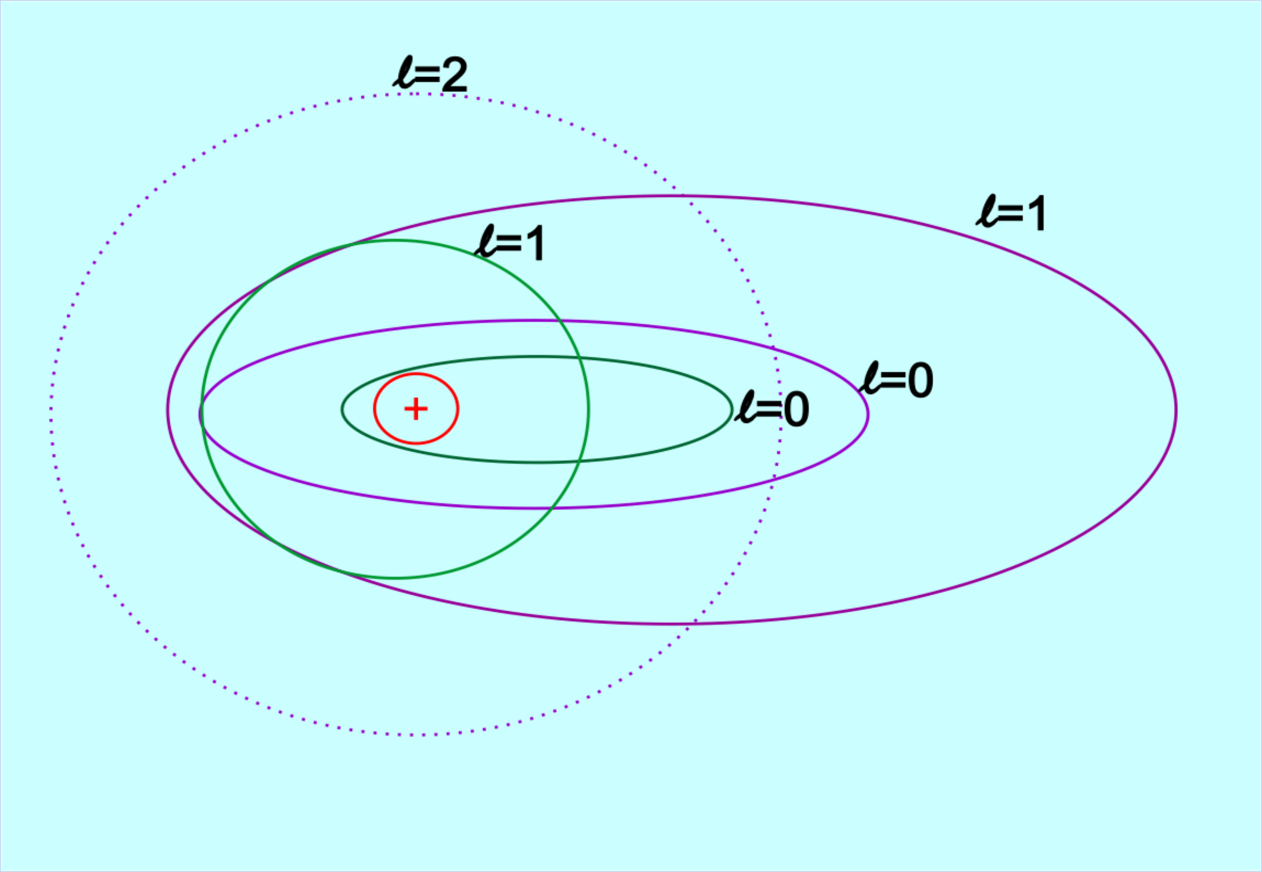
Yıldız atmosferi sorununda ısı dengesinden çok çok sapan durumlar vardır ve çok ayrıntılı incelemeler gereklidir. Güneş'in renk küre (**kromosfer**) ve taç küresinin (**korona**) bir çok özellikleri, ısı dengesiyle hiç bir şekilde açıklanamamaktadır.

6.4. İyonlaşma Denklemi

Verilen belirli bir sıcaklık ve basınçta, yalnız değişik düzeylerdeki atomların göreli sayılarını değil, aynı zamanda **nötr** ve iyonlaşmış atomlarına göre sayılarını da **bilmek önemlidir**. Isı dengesinde atomlar, atomun iyonlaşma potansiyeline ve sıcaklığa bağlı olarak belli bir hızla elektronlarını kaybedeceklerdir. Verilen bir sıcaklıkta **kalsiyum atomları** (**iyonlaşma potansiyeli 6.09 eV**), hidrojen atomlarına göre (**iyonlaşma potansiyeli 13.54 eV**) **daha büyük** bir hızla elektronlarını kaybedeceklerdir. Öte yandan, iyonların elektronlarını tekrar yakalayabilme hızı da elektron yoğunluğuna bağlı olacaktır (**ya da** elektron basıncına ; çünkü $P_\varepsilon = N_\varepsilon kT$ dir).

Saha, termodinamik düşüncelerle iyonlaşma denklemini çıkardı ve onun astrofizik sorunları için önemini gösterdi. **Fakat**, **burada** Menzel'in yolu olan daha basit bir çıkarma yolu izlenecektir.

Menzel'in yöntemi, **kesikli** düzeylere olduğu gibi sürekliliğe de, **süreklilik için seçilmiş özel ağırlıklarla Boltzmann denkleminin uygulanmasıdır**. Bohr modelindeki kesikli düzeyler eliptik yörüngelerle ve süreklilik düzeyleri ise hiperbolik yörüngelerle gösterilir (**Şekil 6.3**).

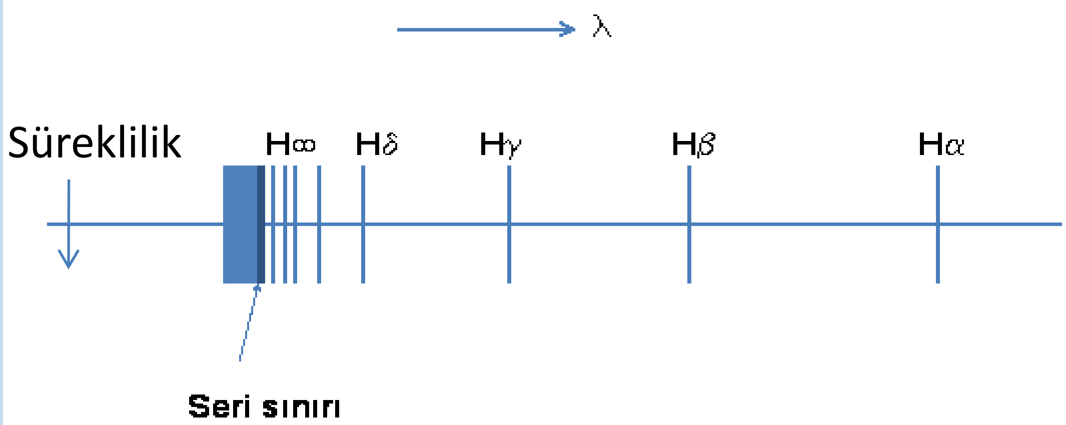


Şekil 6.3. Sommerfeld atom modeli ve elektron yörüngeleri.

6.4. İyonlaşma Denklemi (Devamı)

Bu görünüşe göre, nötr ve iyonlaşmış **atomlar** arasındaki ayrıcalık biraz **yapay**dır. **Bunun anlamı**, iyonlaşmış bir atomu, elektronu hiperbolik bir yörüngede bulunan bir nötr atom gibi düşünebiliriz. Buna göre **Boltzmann denklemi** iyonlaşmayı, uyartılma koşulları gibi iyi bir biçimde göstermeye yetenekli olacaktır.

Şekil **6.4 de** bir yıldız tayfındaki Balmer serisinin görünümü verilmektedir. Şekilde görüleceği gibi sürekliliğin yeğinliği seri sınırında çok büyüktür ve seri sınırından uzaklaştıkça sürekliliğin yeğinliği azar azar düşer. Menzel'in kabulüne göre, süreklilik kesikli (kuantumlu) erke düzeylerine karşılık gelir. Süreklilik için elektronların hiperbolik yörüngelerde olduğu varsayılır, **öyle ki** elektronların hiperbolik yörüngeye geçişleri sonucu süreklilik oluşur. **O zaman** iyonlaşmayı, eliptik bir yörüngeden hiperbolik bir yörüngeye bir geçiş olarak tasarlayabileceğimiz bir tür uyartılma sayabiliriz.



Şekil 6.4. Balmer serisini içeren tayf örneği.

6.4. İyonlaşma Denklemi (Devamı)

χ_o iyonlaşma **erkesi** bir elektronun serbest duruma geçmesi için verilmesi gerekli **erke** olduğundan, serbest elektronların toplam erkesi şöyle olur :

$E = \chi_o + (1/2)\, \mathbf{m}\, (v^2{}_x + v^2{}_y + v^2{}_z)$ veya

$= \chi_o + (1/2)\, \mathbf{m}\, (v^2{}_1 + v^2{}_2 + v^2{}_3)$

ya da momentum cinsinden,

$E = \chi_o + (1/2\mathbf{m})\, (P^2{}_1 + P^2{}_2 + P^2{}_3)$ ...(6)

Boltzmann yasasını sürekliliğe **uygulamadan önce**, "**ağırlıkları**" sürekli erke düzeylerine uyarlamak gerekir. Kesikli düzeyler için **istatistik ağırlıkların** 2**J** + 1 olduğunu görmüştük. **Ağırlık düzeneğinin**, belirli düzeyler için kabul edilenlerle uygunluğunu koruyabilmek için, momentumları, P_1 ile P_1+dP_1 ...v.b. ve uzay konları q_1 ile q_1+dq_1 ...v.b. arasında olan d**N** serbest elektron için, **ağırlıları** aşağıdaki gibi kabul etmemiz gerektiği gösterilebilir :

$g_i = 2\, g'_1\, (dP_1\, dP_2\, dP_3\, dq_1\, dq_2\, dq_3 \,/\, \mathbf{h^3})$ ....(7)

6.4. İyonlaşma Denklemi (Devamı)

Burada g'_1, iyonlaşmış atomun temel düzeyinin istatistik ağırlığıdır ; **2** katsayısı elektron spininin iki yönelebilme olasılığından ortaya çıkar ve $dP_1....dq_3$ çarpanı ise $\mathbf{h^3}$ biriminde ifade edilmiş evre uzayının hacmidir. Eğer (**6**) ve (**7**) nolu denklemleri (**1**) de yerine koyarsak, yani χ_{AB} yerine E ve g yerine g_i alarak,

$$d\mathbf{N}_\varepsilon / \mathbf{N}_{01} = (2g'_1 / g_{01})[\exp(-\chi_o / kT)/ \mathbf{h}^3]\exp(-P^2/2\mathbf{m}kT)\, dP_1...dq_3 \quad ....(8)$$

elde edilir. $\mathbf{N_{01}}$ temel düzeydeki **nötr atomların sayısı** ve g_{01} ise temel düzeyin istatistik ağırlığıdır. Şimdi öyle bir boyutta $\mathbf{V_o}$ oylumu seçelim ki, onun en alçak düzeyinde **yalnızca bir** iyonlaşmış atom ve $\mathbf{N}_\varepsilon$ elektron bulunsun ve bu **N** elektronun **dN kadarının** momentumları P_1 ile P_1+dP_1 **v.b** arasında ve konları da q_1 ile q_1+dq_1 ..**v.b**. arasında bulunsun. Eğer şu aşağıdaki bağıntıyı kullanır,

$$\int_0^\infty \exp(-\alpha^2\chi^2)\, d\chi = \sqrt{\pi} / 2\alpha$$

ve **dN** yi $\mathbf{V_o}$ **oylumu** üzerinden momentumlara göre integre edilirse,

$$\mathbf{N}_\varepsilon / \mathbf{N}_{01} = (2g'_1/g_{01})[\exp(-\chi_o / kT)/\mathbf{h}^3] \int\int\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-P^2/2\mathbf{m}kT)\, dP_1dP_2dP_3 \int\int\int dq_1\, dq_2\, dq_3$$

ve,

$$\mathbf{N}_\varepsilon / \mathbf{N}_{01} = [\, 2\, (2\pi \mathbf{m}kT)^{3/2} / \mathbf{h}^3\,]\, (g'_1 / g_{01})\, \exp(\, -\chi_o / kT\,)\, \mathbf{V_o} \quad ....(9)$$

elde edilir.

6.4. İyonlaşma Denklemi (Devamı)

$\mathbf{V_o}$, $\mathbf{N'_1 V_o = 1}$ koşuluyla hesaplandığından ve,

$\mathbf{N_{01}} = g_{01}\,(\mathbf{N_0} / B_0)$; $\mathbf{N'_1} = \mathbf{N_1}\, g'_1 / B(T)$

olduğundan [burada $\mathbf{N_0}$, cm^3 deki **nötr atomların** toplam sayısı, $\mathbf{N_1}$ cm^3 deki bir kez iyonlaşmış atomların toplam sayısı ve $\mathbf{N'_1}$ **temel düzeydeki** cm^3 deki iyonlaşmış (1 kez iyonlaşmış) atomların sayısıdır], (9) iyonlaşma denklemi,

$$\mathbf{N_1 N_\varepsilon / N_0} = [(2\pi \mathbf{m} kT)^{3/2} / \mathbf{h^3}][2B_1(T) / B_0(T)] \exp(-\chi_o / kT) \quad .....(10)$$

biçimine girer. Burada,

$B_1(T)$: 1 kez iyonlaşmış atomlar için bölünme fonksiyonu

$B_0(T)$: Nötr atomların bölünme fonksiyonu dur.

Bu tür bir denklemin bir kezden fazla iyonlaşmalar için de gerekli olduğu kolayca gösterilebilir. Gerçekten de verilen herhangi bir koşul altında yalnızca iki iyonlaşma düzeyi, sözgelimi **q** nuncu ve (**q+1**) inci baskındır. Bu nedenle,

$$\mathbf{N_{q+1}\, N_\varepsilon / N_q} = [(2\pi \mathbf{m} kT)^{3/2} / \mathbf{h^3}][2B_{q+1}(T) / B_q(T)] \exp(-\chi_q / kT) \quad ...(11)$$

yazılabilir. Burada $\mathbf{N_q}$, **q** nuncu $\mathbf{N_{q+1}}$, (**q+1**) inci iyonlaşma düzeyindeki **atomların sayıları** ve χ_q ise atomu **q** nuncu iyonlaşma düzeyinden (**q+1**) inci iyonlaşma düzeyine iyonlaştırmak için gerekli erkedir.

6.4. İyonlaşma Denklemi (Devamı)

Özetle,

N_q : **q** kez iyonlaşmış atom sayısı

N_{q+1} : **q+1** kez iyonlaşmış atom sayısı

χ_q : **q** kez iyonlaşmış atomun **bir kez daha** iyonlaşması için gereken erkedir.

Bir çok sorunda elektron yoğunluğu yerine elektron basıncını almak daha uygun olur. (**10**) denkleminde

$P_\varepsilon = N_\varepsilon kT \rightarrow N_\varepsilon = P_\varepsilon / kT$ koyarak,

$$N_1 P_\varepsilon / N_0 = [(2\pi m)^{3/2} (kT)^{5/2} / h^3][2B_1(T) / B_0(T)] \exp(-\chi_o / kT) \quad .....(12)$$

elde edilir, ve **benzer şekilde**,

$$N_{q+1} P_\varepsilon / N_q = [(2\pi m)^{3/2} (kT)^{5/2} / h^3][2B_{q+1}(T) / B_q(T)] \exp(-\chi_q / kT)$$

olacaktır. **Sayısal hesaplamalar için** logaritmik yazım şekli çok uygun olur :

$$\log (N_1 P_\varepsilon / N_0) = - (5040 / T)\, I + 2.5 \log T - 0.48 + \log [2B_1(T) / B_0(T)] \quad ....(13)$$

(**0.48** : sabitlerin sayı değeridir). Burada I , elektronvolt (**eV**) olarak iyonlaşma potansiyeli (erkesi) ; P_ε , **dyn/cm²** olarak elektron basıncı ; **N_1** cm^3 deki iyonlaşmış atomların **sayısı** ; **N_0** cm^3 deki nötr atomların **sayısı** ; $B_1(T)$ iyonlaşmış atomların **bölünme fonksiyonu** ve $B_0(T)$ de nötr atomların **bölünme fonksiyonudur**. B ler sıcaklığın fonksiyonu olarak **atom** (ya da **demir için**) bir **terim çizelgesi yardımıyla** hesaplanabilir (Bkz. **Çizelge 1**).

	İyonlaşma Potansiyeli (eV)				log [2 B(s+1 ; T) / B(s ; T)]		
Element	**Simge**	**I**	**II**	**III**	**s = 0**	**s = 1**	**s = 2**
Hidrojen	H	13,54			0,00		
Helyum	He	24,48	54,17	-	0,60	0,00	
Lityum	Li	5,37	75,31		-0,13		
Karbon	C	11,20	24,28	47,67	0,10	-0,48	0,60
Azot	N	14,49	29,49	47,24	0,62	0,13	-0,48
Oksijen	O	13,56	35,00	54,71	-0,05	0,65	0,13
Neon	Ne	21,47	40,91	64,1	1,06	0,48	-0,05
Sodyum	Na	5,12	47,10		-0,16	1,08	
Mağnezyum	Mg	7,61	14,97	79,9	0,52	-0,01	
Alüminyum	Al	5,96	18,75	28,33	-0,50	-0,60	
Silisyum	Si	8,11	16,27	33,32	0,06	-0,48	0,60
Fosfor	P	10,9	19,57	30,03	0,54	0,13	-0,48
Kükürt	S	10,31	23,3	34,9	0,01	0,65	0,13
Klor	Cl	12,9	23,70	39,7	0,47	-0,05	
Potasyum	K	4,32	31,7	46	-0,44	1,08	0,48
Kalsiyum	Ca	6,09	11,82	51,00	0,44	-0,25	1,08
Krom	Cr	6,74	16,6		0,12	0,55	
Mangan	Mn	7,40	15,6		0,36	0,23	
Demir	Fe	7,86	16,16	30,48	0,40	0,30	
Kobalt	Co	7,84	17,1		0,25		
Nikel	Ni	7,61	18,4		-0,12		
Bakır	Cu	7,69	20,18		-0,15		
Çinko	Zn	9,35	17,89		0,60		
Stronsiyum	Sr	5,67	10,98		0,32	-0,30	

6.4. İyonlaşma Denklemi (Devamı)

Uyartılma ve iyonlaşma denklemleri ısı dengesinin varlığı **koşulu ile geçerlidir**.

$\chi_B > \chi_A$ olmak üzere

A dan **B** ye geçiş $\mathbf{N_A}$ (soğurma) ile

B den **A** ya geçiş $\mathbf{N_B}$ (salma) ile **orantılıdır**.

Bu denklemler (uyartılma), ısı dengesinde **A** dan **B** ye geçen **atomların sayısının**, **B** den **A** ya geçenlere **eşit olduğunu** belirtirler.

İyonlaşma sayısı $\mathbf{N_0}$ ile orantılıdır. Elektron **yakalama sayısı da** $\mathbf{N_1}$ x $\mathbf{N_\varepsilon}$ ile **orantılıdır**. Ve **bu iki sayı** belli bir sıcaklık için **dengededir**.

6.4. İyonlaşma Denklemi (Devamı)

ÖRNEKLER :

1°) Eğer Güneş atmosferinin sıcaklığı T = 5700 K ve elektron basıncı P_ε = 30 dyn / cm^2 ise, Güneş atmosferinde **alüminyumun** ne kadar kısmı **nötr** dür ?

Çözüm :

Alüminyumun ilk iyonlaşma potansiyeli **5.96** eV ve $[2\, B_1(T) / B_0(T)]$ = **0.32** dir (Çizelge 1 den).

İyonlaşma denklemi ;

$\log (\mathbf{N_1} / \mathbf{N_0}) = -(5040 / T)\, I + 2.5 \log T - \mathbf{0.48} + \log [2\, B_1(T) / B_0(T)] - \log P_\varepsilon$

T = 5700 K , I = 5.96 eV , P_ε = 30 dyn / cm^2 ,

$\log [2\, B_1(T) / B_0(T)] = -\mathbf{0.50}$ değerleri ile,

$\log (\mathbf{N_1} / \mathbf{N_0}) = -(5040 / 5700)\, 5.96 + 2.5 \log 5700 - \mathbf{0.48} - \mathbf{0.5} - \log \mathbf{30}$

$= \mathbf{1.68} \Rightarrow \mathbf{N_1 / N_0 = 47.7}$ dir. **Ya da,**

$\mathbf{N_1 / N = N_1 / (N_0 + N_1 + N_2 + \ldots)} \Rightarrow \mathbf{N_1 / N = N_1 / (N_0 + N_1)}$ **alınabilir**.

İstenen $\mathbf{N_0 / (N_0 + N_1)}$ = **?** idi.

$\mathbf{N_1 / N_0 = 47.7} \Rightarrow \mathbf{1 + (N_1 / N_0)} = 48.7 \Rightarrow \mathbf{(N_0 + N_1) / N_0} = 48.7$

$\mathbf{N_0 / (N_0 + N_1) = 1} / 48.7 = \mathbf{0.0205}$ bulunur.

Başka bir değişle tüm atomların % 2.1 ‘i **nötr geriye kalanlar iyonlaşmış durumdadırlar**.

6.4. İyonlaşma Denklemi (Devamı)

Geriye kalanlar,

1- [N_0 / (N_0 + N_1)] = **1** – **0.0205** ≅ **0.98** ya da

N_0 / N_1 = 1 / **47.7** ⇒ **1** + (N_0 / N_1) = **1** + (1/**47.7**) ⇒ (N_0 + N_1) / N_1 = **48.7** / **47.7** ve

N_1 / (N_0 + N_1) = **47.7** / **48.7** = **0.98** bulunur.

Alüminyumun ikinci iyonlaşma potansiyeli 18.75 eV olduğundan, alüminyum atomlarından boşlanabilecek bir kısmı **ancak** ikinci bir elektronunu kaybetmiş olacaklardır.

log (N_2 / N_1) = - (5040 / 5700) 18.75 + 2.5 log 5700 – **0.48** – **0.60** – log **30**

= **-9.746**

dan N_2 / (N_1 + N_2) = **1.79** x **10**$^{-10}$ nin **boşlanabilecek kadar**

düşük olduğu görülebilir.

6.4. İyonlaşma Denklemi (Devamı)

2°) **Sirius**'un atmosferinde T = 10000 K ve P = 200 dyn / cm^2 ise, bu koşullar altında **kalsiyum** atomlarından ne kadar kısmı bir kez iyonlaşmış durumdadır ?

Çözüm :

Kalsiyum için Çizelge 1 den ;

I = 6.09 eV ve log $[2B_1(T) / B_0(T)]$ = **0.44 ;** θ = 5040 / T ; θI = **3.07** , 2.5 log T = **10.00**

T = 10000 K , log P_ε = **2.30** değerleri ile,

$$\log (N_1 / N_0) = -\theta I + 2.5 \log T - 0.48 + \log [2B_1(T) / B_0(T)] - \log P_\varepsilon$$
$$= -3.07 + 10.00 - 0.48 + 0.44 - 2.30$$
$$= 4.59 \quad \Rightarrow \quad N_1 / N_0 = 10^{4.5}$$ bulunur.

Başka bir değişle nötr kalsiyum atomu yok denecek kadar azdır.

Kalsiyum atomlarının belki iki kez iyonlaştıklarını düşünebiliriz. O zaman iyonlaşma denklemini bir kez daha uygulamak gerekir. **Kalsiyumun** ikinci iyonlaşma potansiyeli **11.82** eV, log $[2B_2(T) / B_1(T)]$ = - **0.25** ve θI = **5.95** dir. Bu değerleri kullanarak,

$$\log (N_2 / N_1) = -5.95 + 10.00 - 0.48 - 0.25 - 2.30$$
$$= 1.02 \quad \Rightarrow \quad N_2 / N_1 = 10.5$$ bulunur.

Buradan, $N_1 / (N_1 + N_2)$ = 1 / **11.5** = **0.087** ya da **% 9** nun bir kez iyonlaşmış kaldığını ve **geri kalanların** iki kez iyonlaştığını buluruz.

6.4. İyonlaşma Denklemi (Devamı)

3º) **λ4481** deki **Mg II** nin yeğin çift çizgisi 3^2**D** düzeyinden 4^2**F** düzeyine **geçişlerden ortaya çıkar**. P_ε = 100 dyn / cm^2 ve T = 7200 K için **λ4481** 'i **soğurabilecek magnezyum atomlarının** oranını hesaplayınız.

Çözüm :

3^2**D** $\rightarrow$ 4^2**F** için **söz konusu olayda iki durum** vardır. Bunlar hem iyonlaşma ve hem de **istenen düzeye kadar olan uyartılmadır !!!**

Bu **geçişin** (çizginin) 3^2**D alt teriminin uyartılma** potansiyeli χ = **8.83** eV ve **bu terimin istatistik ağırlığı**,

3^2**D** : **D** $\rightarrow$ **L** = **2** ; (2**S**+1) = 2 $\Rightarrow$ **S** = 1 / 2 ve **J** = 3/2 , 5/2

bulunur. Yani 3^2**D** ikili düzeyi $^2D_{3/2}$, $^2D_{5/2}$ düzeylerinden **oluşmaktadır**. O halde **istatistik ağırlığı**, **g**(3^2**D**) = 2**J** + 1 den

g(3^2**D**) = **g**($^2D_{3/2}$) + g($^2D_{5/2}$) olup ; **g**($^2D_{3/2}$) = 2 (3/2) +1 = **4** ,

g($^2D_{5/2}$) = 2 (5/2) +1 = **6** ; **g**(^{2}**D**) = **4** + **6** = **10** bulunur.

Magnezyumun temel düzeyi $^2S_{1/2}$ dir. $S_{1/2}$ **temel teriminin istatistik ağırlığı ise**, **J** = ½ olup **g**($^2S_{1/2}$) = 2 (1/2) +1 = **2** dir.

6.4. İyonlaşma Denklemi (Devamı)

T = 7200 K idi. O zaman,

$\log [\mathbf{N}(3^2\mathbf{D}) / \mathbf{N}(3^2\mathbf{S})] = -(5040 / T)\,\chi + \log [g(^2\mathbf{D}) / g(^2\mathbf{S})]$,

$\theta = \mathbf{0.7}$ ile, $\log [\mathbf{N}(3^2\mathbf{D}) / \mathbf{N}(3^2\mathbf{S})] = -\mathbf{0.7} \times \mathbf{8.83} + \log (\mathbf{10} / \mathbf{2})$

$= -\mathbf{5.47}$ elde edilir ve buradan,

$\mathbf{N}(3^2\mathbf{D}) / \mathbf{N}(3^2\mathbf{S}) = 10^{-5.47}$ bulunur.

İyonlaşma için ise, T =7200 K ya da θ = **0.7** , Magnezyumun birinci iyonlaşma potansiyeli 7.61 eV ve ikinci iyonlaşma potansiyeli 14.97 eV olmak üzere, **Mg I** için **durum**,

$\log [2B_1(T) / B_0(T)] = +\mathbf{0.52}$ olmak üzere

$\log (\mathbf{N_1} / \mathbf{N_0}) = -\mathbf{0.7} \times \mathbf{7.61} + 2.5 \log 7200 - \mathbf{0.48} + 0.52 - \log \mathbf{100}$

$= \mathbf{2.35} \Rightarrow \mathbf{N_1} / (\mathbf{N_0} + \mathbf{N_1}) = \mathbf{0.996}$ bulunur.

Yani, **Magnezyumun % 99.6** sının en az bir kez iyonlaştığı **sonucuna** varırız. İkinci kez iyonlaşma önemli midir ?

$\log [2B_2(T) / B_1(T)] = -\mathbf{0.01}$ değeri ile $\log (\mathbf{N_2} / \mathbf{N_1}) = -\mathbf{3.28}$ bulunur.

Yani **Mg III atomlarının** oranı **boşlanabilecek** düzeydedir. **O halde**, 3^2**D** düzeyine **uyartılmış olanların tüm magnezyum atomlarına** oranı **ya da λ4481 çizgisini soğurma** yeteneği,

$\mathbf{N}(3^2\mathbf{D}) / \mathbf{N}(\text{Toplam}) = \mathbf{0.996} \times 10^{-5.47} = \mathbf{3.4} \times 10^{-6}$

olacaktır ki bu, **Mg atomlarından λ4481** 'i **soğurabileceklerin** oranıdır.

6.4. İyonlaşma Denklemi (Devamı)

4^o) Uyartılma ve iyonlaşma **denklemlerini** kullanarak ve P_ε = **130** dyn / cm^2 ortalama basıncını (**Anakol yıldızları için** ortalama elektron basıncı) kullanarak **Balmer çizgilerini** soğurabilecek **Hidrojen atomlarının** oranının sıcaklığa göre **değişimini** elde ederek **grafiğini** çiziniz.

Çözüm için yol gösterme :

N_{02} → 2. düzeydeki **atom sayısı**

N_0 → **Nötr atom sayısı**

N_1 → **1 kez** iyonlaşmış **atom sayısı**

olmak üzere, sıcaklığa bağlı olarak $N_{02} / (N_0 + N_1) = ?$

değerleri ile

$$\log [N_{02} / (N_0 + N_1)] - \theta \; (= 5040 / T)$$

grafiği çizilecektir (**ÖDEV**).

6.5. Uyartılma (Boltzmann) ve İyonlaşma Denklemlerinin Bileşkesi

Sıcak yıldızlarda ve Güneş'in renk küresinde gözlenen temel gazların çizgileri temel düzeyden çok iyonlaşma sınırına daha yakın olan yüksek düzeylerden ortaya çıkmaktadır. **Çoğu kez**, iyonlaşmış atomların **toplam sayısının** ($\mathbf{N_1}$), **r** ninci düzeydeki **nötr atomlara** oranını verecek biçimde, Boltzmann ve iyonlaşma **denklemlerini birleştirmek** yararlı olur.

Uyartılma denklemi,

$$\mathbf{N_{0,r}} / \mathbf{N_0} = [\, g_{0,r} / B_0(T)] \exp(-\chi_r / kT) \quad ....(5)$$

ve iyonlaşma denklemi,

$$(\mathbf{N_1} / \mathbf{N_0})\, P_\varepsilon = [(2\pi \mathbf{m})^{3/2} (kT)^{5/2} / \mathbf{h^3}][2B_1(T) / B_0(T)] \exp(-\chi_o / kT) \quad ....(12)$$

idi. $B_0(T) = B(T)$ ve $\chi_o = \mathrm{I}$ dır.

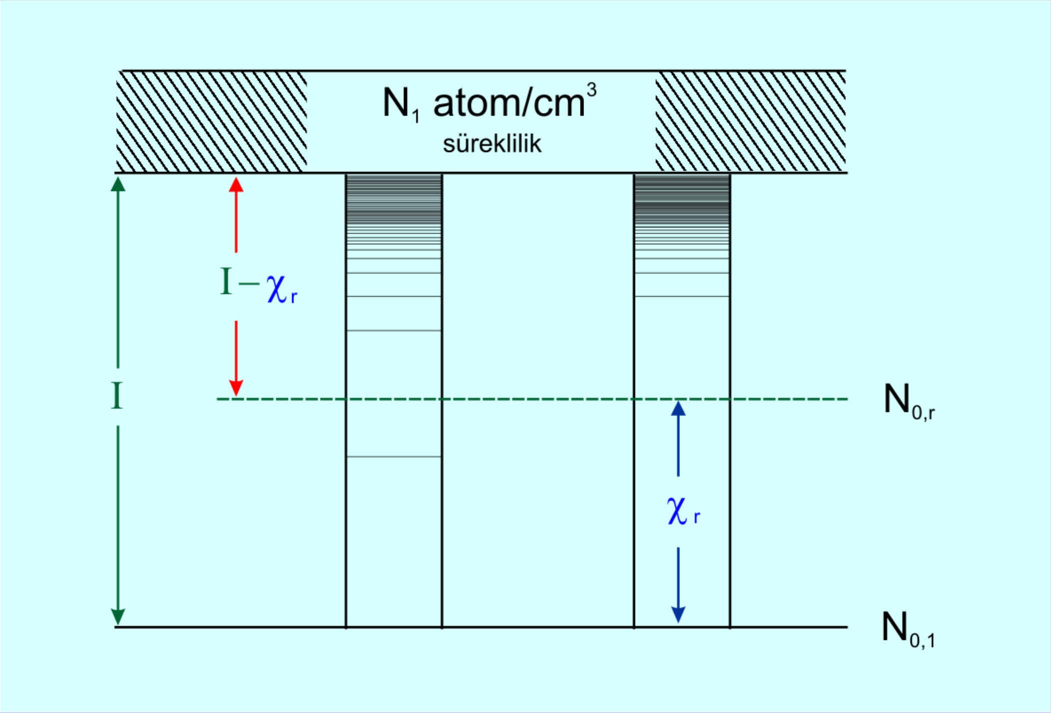
Eğer (**12**) eşitliğini, (**5**) eşitliği ile verilen Boltzmann denklemine bölersek,

$$\mathbf{N_1}\, P_\varepsilon / \mathbf{N_{0,r}} = [(2\pi \mathbf{m})^{3/2} (kT)^{5/2}\, 2B_1(T) / \mathbf{h^3}\, g_{0,r}] \exp[-(\mathrm{I} - \chi_r)/ kT] \quad ...(14)$$

bağıntısı elde edilir. Bu denklem uyartılma ve iyonlaşma denklemlerinin bileşkesidir. Bu bağıntı, **r ninci** düzeydeki atomların sayısını bir kez iyonlaşmış atomların toplam sayısına bağlar. Burada iyonlaşma potansiyeli $\mathbf{I}$ ile ve **r ninci** uyartılma potansiyeli de χ_r ile gösterilmektedir.

6.5. Uyartılma (Boltzmann) ve İyonlaşma Denklemlerinin Bileşkesi (Devamı)

Bu bağıntıyı herhangi bir iyonlaşma basamağı için **genelleştirebiliriz**. Temel gazlar için (I - χ_r) nin **sayısal değeri** I ya da χ_r den **çok daha küçük olduğundan** ; Boltzmann düzeltmesi temel düzeydeki sayıyla **r ninci** düzeydeki sayıyı **bağlamaya çalıştığımız zamankinden** çok daha küçüktür. **Hidrojenin** 2 ci düzeyi için ; (I - χ_2) **alınır** (Bkz. **Şekil 6.5).**



Şekil 6.5. (I - χ_2) farkı.

ÖRNEK : Balmer çizgilerinin **yeğinliklerinden** bulunduğuna göre **10 Lac**'ın atmosferindeki **ikinci düzeydeki hidrojen atomlarının** sayısı **antilog(15.80)** dir. T = 29600 ^{o}K ve log P_{ε} = **2.80** olduğuna göre, iyonlaşmış hidrojen atomlarının (**N_1**) **sayısını bulunuz**.

Çözüm : Hidrojen için I = **13.54 eV** , χ_2 = **10.15 eV**
$g_2 = 2\mathbf{n}^2 = 2 \times \mathbf{2}^2 = \mathbf{8}$ ve $B_1(T) = \mathbf{1}$ olmak üzere T = 29600 ^{o}K , log P_{ε} = **2.8** değerleri ile (**14**) denkleminin aşağıdaki **logaritmik** ifadesinden;

$$\log (\mathbf{N_1} / \mathbf{N_{0,2}}) = -(5040 / T)(I - \chi_r) + 2.5 \log T - \mathbf{0.48} + \log [2B_1(T) / g_2] - \log P_{\varepsilon}$$

hesaplama yapılırsa, $\log (\mathbf{N_1} / \mathbf{N_{0,2}}) = \mathbf{6.72}$ ve $\log \mathbf{N_1} = \mathbf{6.72} + \mathbf{15.8}$
$\log \mathbf{N_1} = \mathbf{22.52}$ **bulunur**.

İyonlaşma denkleminin bir uygulaması, **hidrojen atomlarından** çok azının **nötr durumda olduğunu** göstermektedir.