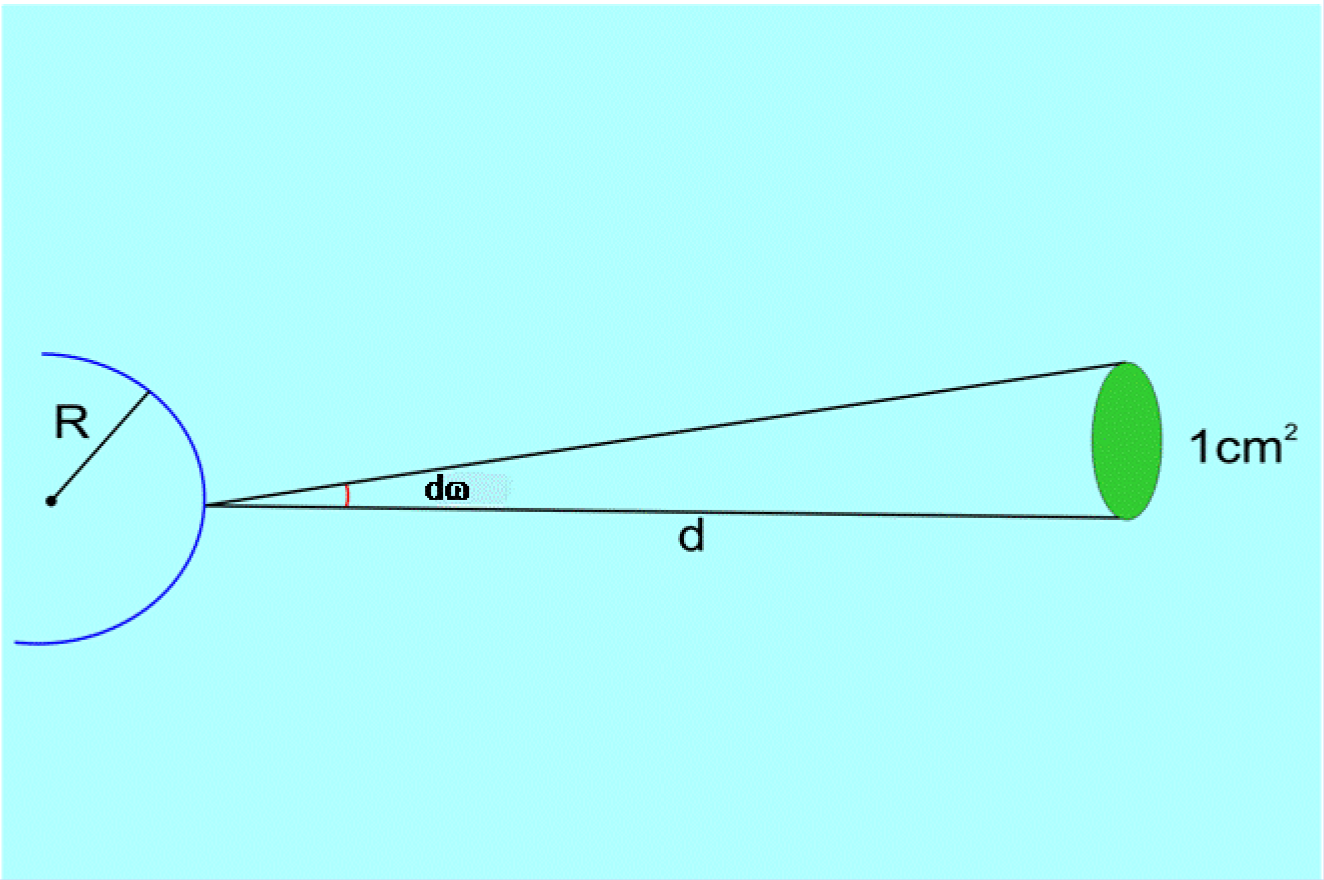
12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- 1 cm^2 den Δω uzay açısında θ doğrultusunda çıkan ışınım miktarı $I_\nu \cos\theta \Delta\omega$ ile verilir.Verilen bir θ açısı için 2πρR.dθ lık alandan ışınım alırız; ρ=R.sinθ dır. **Yeryüzünde** cm^2 başına ölçülen enerjiyi aldığımız Δω uzay açısı, **yıldızın uzaklığı ile belirlenir** ve $\Delta\omega = 1cm^2/d^2$ dir(Şekil **12.2**.).
- Yeryüzünde 1 cm^2 ye saniyede gelen toplam enerji

$$E_\nu = \Delta\omega \int_0^{\pi/2} I_\nu(0,\theta)\cos\theta \cdot 2\pi R^2 \sin\theta d\theta$$



Şekil 12.2. Yer yüzünde birim yüzeye düşen ışınım erkesi.

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- d>>R olduğundan yıldızın yüzeyinin her noktasında Δω aynıdır.

$$E_\nu = 2\pi R^2 \Delta\omega \int_0^{\pi/2} I_\nu(0,\theta)\cos\theta\sin\theta d\theta = R^2 F_\nu(0)\Delta\omega$$

- Yıldızın πR^2 alanlı parlak bir disk olduğunu düşünürsek diskin 1 cm^2 sinden gelen ortalama şiddet,

$$\overline{I_\nu} = \frac{E_\nu}{\Delta\omega.\pi R^2} = \frac{\cancel{R^2} F_\nu(0)\cancel{\Delta\omega}}{\cancel{\Delta\omega}\pi \cancel{R^2}}$$

$$\overline{I_\nu} = \frac{F_\nu(0)}{\pi}$$

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- $F_\nu(0)$, yıldız diskinden salınan ortalama şiddetin π katına eşittir. Yıldız tayfları F_ν akısının enerji dağılımını verir. Tanıma göre akı 1 cm^2 den gelen ve θ ile ϕ'nin tüm açıları boyunca giden enerjiyi belirlerken, yıldız yüzeyinden farklı θ ile ϕ için gördüğümüz ışınım yıldız yüzeyinin farklı alanlarından gelmektedir.

- **12.1. Eddington-Barbier Yaklaştırması:**
- Kaynak fonksiyonunun optik derinliğe nasıl bağlı olduğunu bilirsek ışınım geçiş denklemini integre edip, θ doğrultusunda çıkan ışınım şiddetini bulabiliriz. Her ne kadar **kaynak fonksiyonunun şeklini bilmiyorsak** da iyi bir tahmin $I(0,\theta)$'yı bulmamızı sağlar.

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- Kaynak fonksiyonunun, optik derinliğin lineer bir fonksiyonu olduğunu varsayalım:
- $S_\lambda = a_\lambda + b_\lambda \tau_\lambda$
- Bu Eddington-Barbier yaklaştırmasıdır. Bu durumda,

$$I_\lambda(\tau,\theta) = \int_\tau^\infty S_\lambda e^{-(x-\tau)\sec\theta} \sec\theta dx$$

$$\sec\theta = \frac{1}{\mu} \qquad \text{dersek,}$$

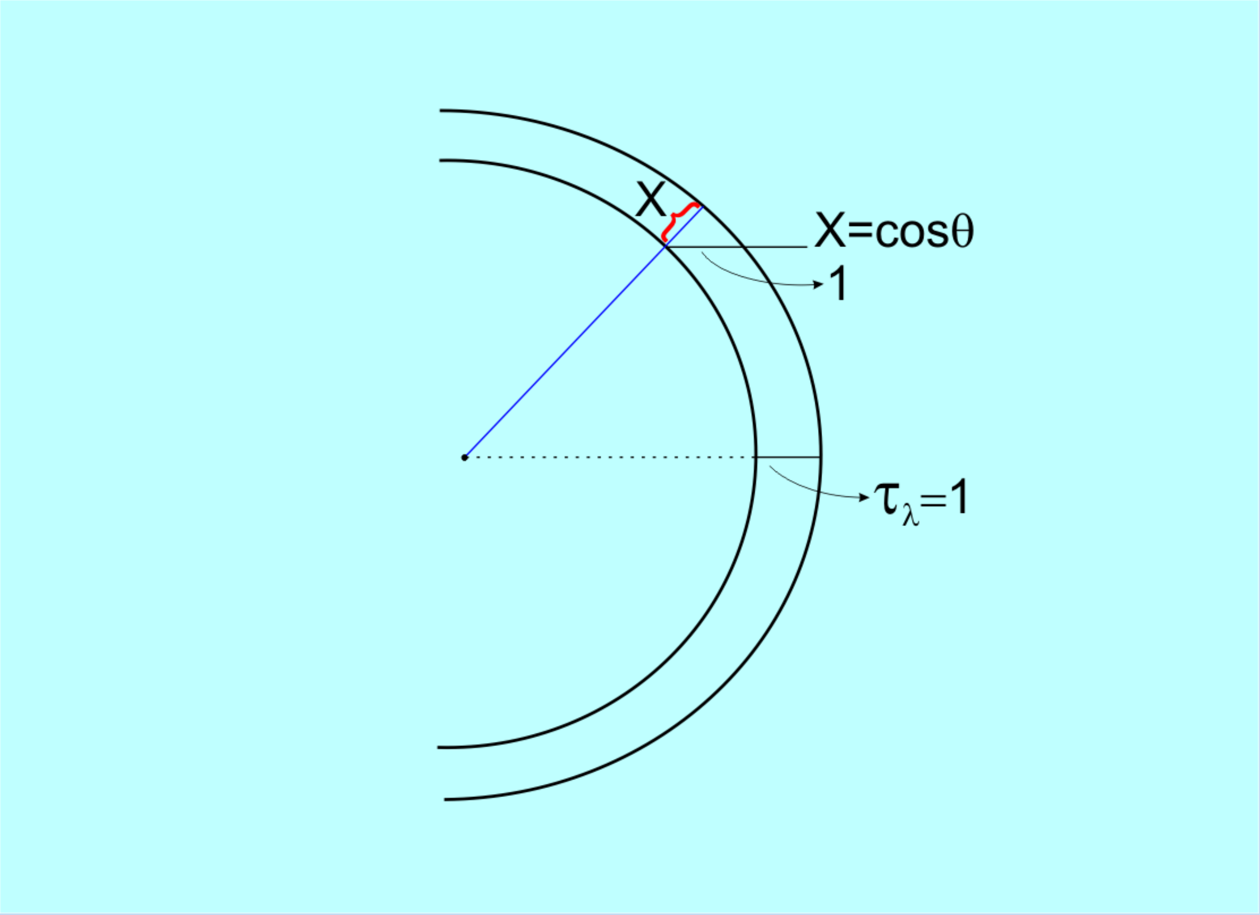
$$I_\lambda(\tau,\theta) = \int_\tau^\infty (a_\lambda + b_\lambda x) e^{-(x-\tau)/\mu} \frac{dx}{\mu} = a_\lambda + b_\lambda \tau + b_\lambda \mu$$

Yüzeyde $I_\lambda(0,\mu) = a_\lambda + b_\lambda \mu = S_\lambda(\tau_\lambda^*)$

Burada $\tau_\lambda^* = \mu = \cos\theta$

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI (DEVAM)

- Demek ki biz Güneş diskinin merkezinde ($\theta=0$, $\tau^*_\lambda = \cos\theta = 1$) $\tau_\lambda=1$ derinliğindeki kaynak fonksiyonu ($S_\lambda=a_\lambda+b_\lambda$) görüyoruz. Kenarda ($\theta=\pi/2$) ise, $\tau^*_\lambda = \cos\theta = 0$ olduğundan yüzeydeki S_λ'yı görüyoruz. Gerçekten paralel düzlemler yaklaştırmasında $x/s = \cos\theta$ olduğuna göre, $\tau_{\lambda s}=1$ ise $\tau_\lambda=\cos\theta$ olur. O halde atmosferin daima $\tau_{\lambda s}=1$ yani $\tau_\lambda=\cos\theta$ derinliğine kadar görüyoruz (Şekil 12.3.).



Şekil 12.3. Optik derinliğe bağlı olarak ölçülen ışınım.

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- Aynı şekilde,

$$F_\lambda = 2\pi\int_0^1 I_\lambda \mu d\mu = 2\pi\int_0^1 (a_\lambda + b_\lambda \mu)\mu d\mu = \pi(a_\lambda + \frac{2}{3}b_\lambda)$$

$$F_\lambda(0) = \pi S_\lambda(\tau_\lambda^*) \quad , \qquad \tau_\lambda^* = \frac{2}{3}$$

- Bu önemli bağıntı Eddington-Barbier bağıntısıdır. Yıldız tayflarının anlaşılmasında yararlı bir bağıntıdır. Yıldız yüzeyinden çıkan akı τ_λ=2/3 optik derinliğindeki kaynak fonksiyonuna eşittir. Bu sonuç da $S_\lambda=a_\lambda+b_\lambda\tau_\lambda$ yaklaşımının iyi bir yaklaşım olduğunu gösterir.

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- $S_\lambda(\tau_\lambda)=B_\lambda(\tau_\lambda)$ olduğu YTD durumunu alalım.

  $$F_\lambda=\pi B_\lambda(\tau_\lambda=2/3)$$

- olur. Gri atmosferde $\kappa_\lambda=\kappa$ ve $\tau_\lambda=\tau$ olacağından

  $$F_\lambda(0)=\pi B_\lambda(T(\tau=2/3))$$

- olur. Bunun anlamı yüzeyden çıkan akının enerji dağılımının $\tau=2/3$ derinliğindeki sıcaklığa karşılık gelen kara cisim ışınımının enerji dağılımına eşit olduğudur.

$$F_\lambda(0)=\int_0^\infty F_\lambda(0)d\lambda=\pi\int_0^\infty B_\lambda(T_0)d\lambda=\sigma T_e^4 \qquad ; \quad T_0=T(\tau=\frac{2}{3})$$

- O halde $\tau=2/3$'deki sıcaklık etkin sıcaklığa eşittir. Kaynak fonksiyonunun derinliğe bağlılığı doğrusal (lineer) ve gri atmosfer varsayımları geçerli ise bu sonuç da geçerlidir. Bu, çoğu durum için oldukça iyi bir yaklaşımdır. Örneğin **Güneş** için enerji dağılımının $T=T_e$ sıcaklığındaki **bir kara cisminki ile oldukça iyi temsil edildiği** görülür.

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI (DEVAM)

- **12.2. Sürekli Soğurma Katsayısı**
- Soğurma katsayısının frekansa bağlılığı bilinmeden bir yıldızın tayfındaki enerji dağılımını tam olarak bilemeyiz. Farklı atomlar, verilen bir frekanstaki ışınımın farklı oranda soğurdukları için atmosferdeki kimyasal bileşim de bilinmelidir.
- Gerçek sürekli soğurma ve saçılma ışınım demetinin şiddetinde azalmaya neden olurlar, fakat süreçleri oldukça farklıdır. Gerçek sürekli soğurma, **iki farklı** süreçle olur. Her ikisinde de soğurulan foton "**kimliğini**" yitirir, yani frekansı değişir. Önce ısısal enerjiye dönüşür, sonra daha düşük frekanslarda tüm tayfa dağılır. Bu YTD için gerekli bir koşuldur.

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- Gerçek soğurma **2 süreçle** meydana gelir:
  1. Bağlı-Serbest geçişler, yani iyonlaşma
  2. Serbest-Serbest geçişler.
- İyonlaşmada, iyonizasyon potansiyelinden daha büyük enerji soğurulabilir. Yani $\nu>\nu_i$ den $\nu\to\infty$ a kadar soğurulabilir, kalan enerji ($E=h\nu-h\nu_i$) elektronun kinetik enerjisi olarak kullanılır ($E=(1/2)m_e v^2$). Elektron çarpmalarla kinetik enerjisini azaltır, sonunda bir başka atom tarafından yakalandığında, soğurduğundan daha küçük frekansta foton salar. Bu süreç yıldızın içinden gelen yüksek frekanslı enerjiyi daha küçük frekanslı enerjiye çevirmiş olur.
- Serbest-Serbest geçişlerde bir iyonun çevresinde hiperbolik yörüngede bulunan bir elektron $h\nu$ fotonunu soğurunca bir başka hiperbolik yörüngeye geçer. Bu da çarpmalar sonucu, aldığı enerjiyi başka yönde ve frekansta salabilir.

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- Işınım geçiş denkleminde soğurma katsayısı için doğru değer koyarsak bir yıldızın tayfını açıklayabiliriz.
- Sürekli tayf için sürekli soğurma katsayısı kullanılmalıdır. Çizgi oluşumunu açıklamak için ek bilgilere ihtiyaç vardır. Çünkü çizgiler için soğurma katsayısı oldukça büyüktür.
- Kütle soğurma katsayısı κ_ν veya κ_λ'yı hesaplamak için önce α_ν veya α_λ'yı bilmeliyiz.

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- **Bağlı-Serbest Geçişler:**
- n kuantum düzeyinde bulunan bir elektron,
- $h\nu_n=\chi_n$: iyonlaşma enerjisi
- olmak üzere $\nu \geq \nu_n$ koşulunu sağlayan bir foton soğurursa atomu terk eder. $h(\nu-\nu_n)$ kadar enerji elektronun kinetik enerjisine dönüşür.
- Soğurma katsayısı, bu tek süreç (iyonlaşma) için Einstein'in $\mathbf{B}_n$ katsayısı ile $h\nu$'nün çarpımıdır. Yani tek bir atom için elektron tarafından birim zamanda ν frekanslı ışınım demetinden soğurulan enerji:

$$a(z,n,\nu)=\frac{64\pi^4 Z^4 m_e e^{10}}{3\sqrt{3}.ch^6 n^5}\cdot\frac{1}{\nu^3}\cdot g(\nu,n) \quad ; \qquad (\nu>\nu_n \quad \text{dir})$$

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI (DEVAM)

- $\mathbf{m_e}$ elektronun kütlesi, **Z** atomun atom numarası, **e** elektronun yükü, $g(\nu,n)$ ise Gaunt faktörüdür ve elektronun dalga özelliğini hesaba katar. Bu, yıldız içindeki süreçler için **0.80** ile **1.05** arasında değişir. Çoğu zaman bir ortalama $\bar{g}$ kullanılır.
- Bir atomun toplam soğurmasını bulmak için α'yı n. düzeydeki elektron sayısı N(Z,n) ile çarpmak gerekir. O halde atom numarası **Z**, atom ağırlığı **A** olan bir atomun bir gramının soğurduğu enerji (bağlı-serbest geçişler için);

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

$$\kappa_{bs} = a(Z,n,\nu)\frac{N(Z,n)}{A.H} \qquad \text{dir.}$$

- Burada H, birim atomik kütlenin gram cinsinden değeridir.

$$u = \frac{h\nu}{kT} \quad , \qquad u_n = \frac{h\nu_n}{kT} \qquad \text{koyarsak,}$$

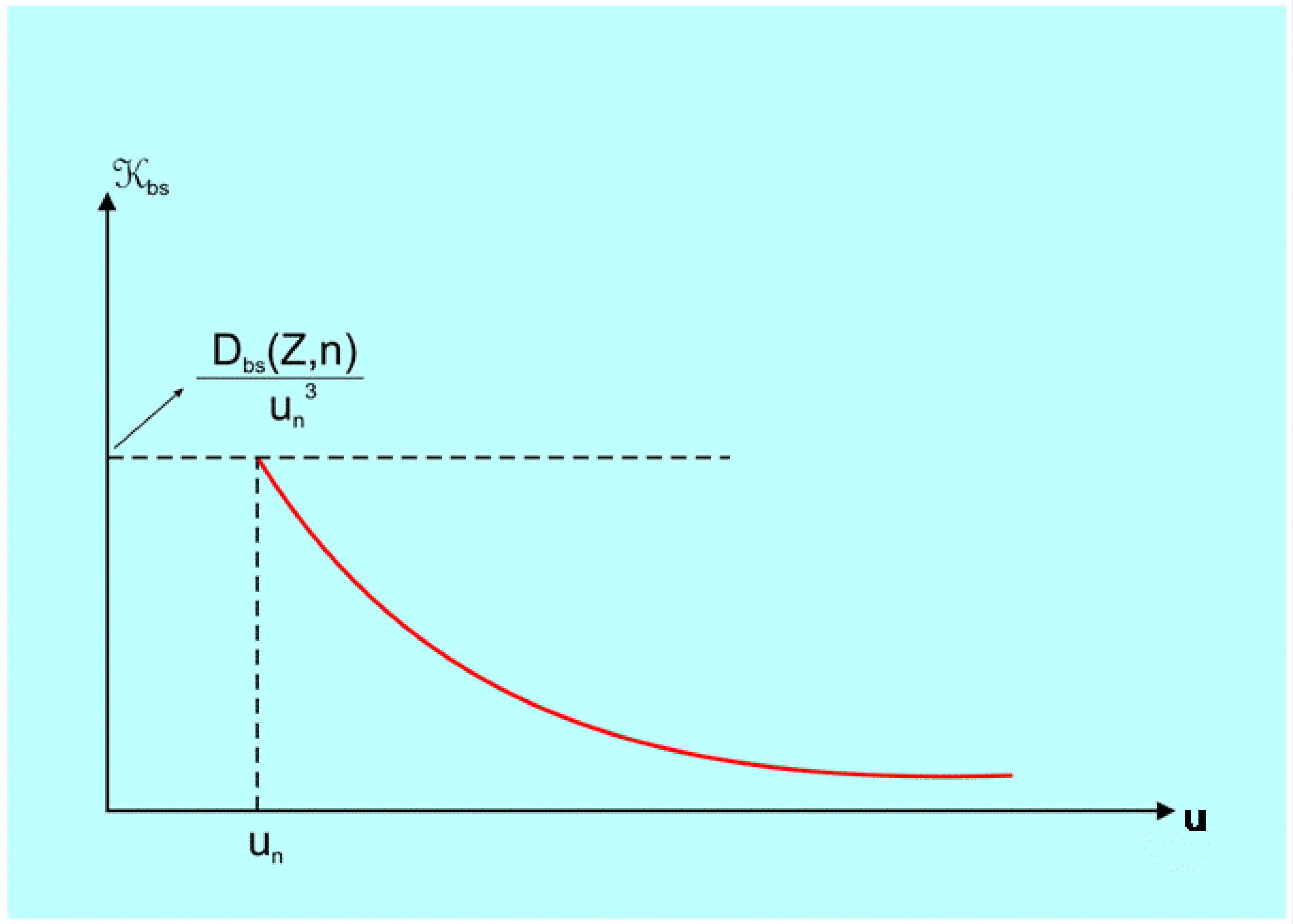
$$\kappa_{\text{bs}}(Z,n,\nu) = D_{bs}(Z,n)\frac{1}{u^3} \quad , \quad (u \geq u_n) \qquad ......(37)$$

bulunur. Burada,

$$D_{bs}(Z,n) = \frac{64\pi^4 Z^4 m_e e^{10}\overline{g}}{3\sqrt{3}.c.h^3 n^5}\cdot\frac{N(Z,n)}{A.H.(kT)^3} \qquad \text{dir.}$$

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

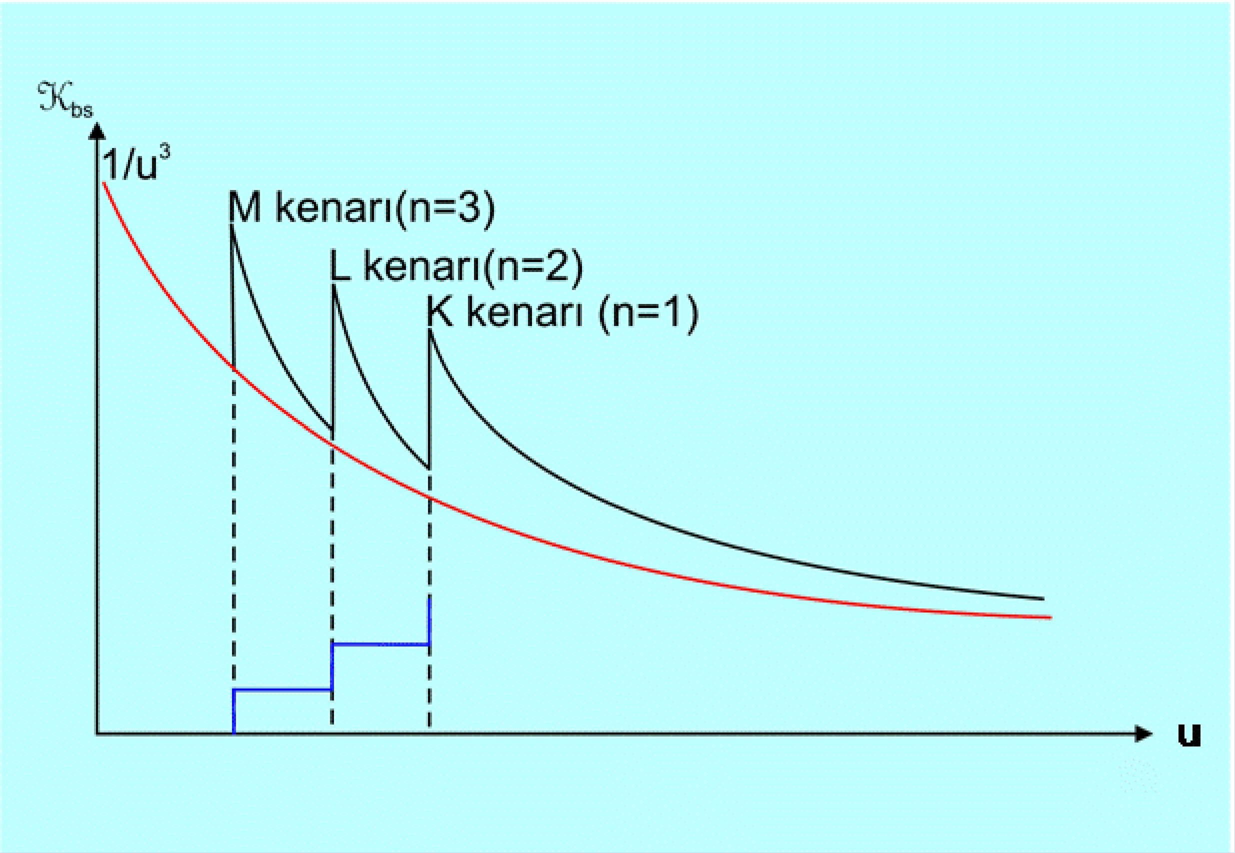
- $u<u_n$ için $\kappa_{bs}=0$, $u=u_n$ olduğu an κ_{bs} en büyük değerine fırlar, sonra u^3 ile orantılı olarak azalır. Eğer yıldızda tek cins atom ve her atomda bir elektron yörüngesi olsaydı, yıldız maddesinin soğurma katsayısı bu eğri ile belli olurdu. Ancak bir atomda çeşitli yörüngelerde çok sayıda elektron var ve yıldız maddesi çeşitli elementlerden oluşmuştur(Şekil 12.4.)



Şekil 12.4. Bağlı-serbest geçişlerden süreklililik soğurmasına katkı.

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- Toplam soğurmayı bulmak için, **önce**, verilen bir atomun tüm elektronik yörüngeleri üzerinden toplam almak gerekir. Sonra da farklı atomları hesaba katmak gerekir. Tüm elektron yörüngeleri üzerinden toplarsak bir "**adım fonksiyonu**" elde ederiz. Çünkü ne zaman **u**, belli bir $\mathbf{u}_n$'ye eşit olursa κ_{bs} daha büyük değere sıçrar. Bu $\mathbf{u}_n$'ler farklı tayfsal serilerin "soğurma kenarlarına" karşılık gelir. **n**=1, 2, 3 için bunlar **K**, **L**, **M** ile gösterilir. Bu işlemlerde her **n** için, alt düzeylerin (farklı **ℓ** ve **s** düzeylerinin) enerji farkı hesaba katılmamıştır (Şekil 12.5).



Şekil 12.5. MLK kenarları ile birlikte süreklilik soğurma katsayısı.

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- (**37**)'deki (1/$\mathbf{u}^3$) terimi, şekilde kesikli eğri ile gösterilen sürekli fonksiyonu temsil eder. Bu yalnız frekansa bağlıdır ve **n**'den bağımsızdır. $\mathbf{D}_{bs}$(Z,n) çarpanı ise yalnız **n**'ye bağlıdır ve frekanstan bağımsızdır. Bir başka deyişle $u_{i+1}<u<u_i$ için $\mathbf{D}_{bs}$(Z,n) sabittir ve $\mathbf{u}=\mathbf{u}_i$ olduğu zaman yeni bir sabit değere yükselir. Bu iki fonksiyon çarpılırsa istenen soğurma katsayısı hesaplanmış olur.

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- Çok küçük frekanslarda ($\nu \sim 0$) bağlı-serbest geçişler yoktur. **Çünkü** fotonun $h\nu$ enerjisi en dış yörüngelerdeki elektronları bile iyonlaştırmaya yetmez. Işınımın frekansı artınca, foton enerjisi en dış kabuktaki elektronları iyonlaştırmaya yeterli olur ve κ_{bs} birden artar. Birinci soğurma kenarı budur. Frekans daha da artarsa soğurma düşer, çünkü $(1/u^3)$ çarpanı vardır. Bu düşüş, foton enerjisi bir sonraki kabuktaki elektronları iyonlaştırmaya yetecek büyüklüğe gelinceye kadar sürer.

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- Verilen bir frekanstaki toplam soğurma katsayısı, bu frekanstaki enerjinin iyonlaşmada etkili olduğu elektronik kabuklar üzerinden toplam alınarak bulunur. Bu durumda şöyle olur:

$$\kappa_{bs}(Z,u) = \frac{1}{u^3} \sum_{n=1}^{n_{\max}} D_{bs}(Z,n) \quad , \qquad u_{i-1} > u \geq u_i$$

- Bir yıldızda farklı atomlar (farklı **Z**'ler) olduğuna göre her element için yukarıdaki gibi bir toplam yazıp bunları da toplamamız gerekir. Bu kolay değildir, çünkü her element için doğru formülü yazsak bile, bu elementlerin yıldız içindeki bolluğu ile de çarpmalıyız; bolluk ise genellikle belli değildir. **Bolluğu biliyorsak**, bağlı-serbest geçişlerden ileri gelen soğurma,

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

$$\kappa_{bs}(u) = \sum_{Z=1}^{Z_{\max}} x(Z).\kappa_{bs}$$

$$\kappa_{bs}(u) = \frac{1}{u^3}\sum_{Z}\sum_{n} D_{bs}(Z,n).x(Z)$$

şeklinde olacaktır. Burada x(Z) atom numarası Z olan elementin bolluğudur; yani 1 gr. lık yıldız maddesinde Z elementinin oranıdır.

- Açık olarak yalnız iyonlaşma enerjisi hν'den küçük olan elektronlar yukarıdaki toplama katkıda bulunabilirler, yani toplama sadece bu kabuklar katılmalıdır.

$$\kappa_{bs}(u) = \sum_{Z} x(Z).\kappa_{bs}$$

$$= \frac{1}{u^3}\sum_{Z}\sum_{n} D_{bs}(Z,n).x(Z)$$

$$\kappa_{bs}(\nu) = \sum\sum a_{bs}(\nu, Z, n)\left(\frac{N_{i,n}}{N_i}\right)\left(\frac{N_i}{\sum N_i}\right)\frac{1}{A.H}\,x(Z)$$