12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- **Serbest-Serbest Soğurma Katsayısı:**
- Hiperbolik yörüngeler kuantumlu olmadığı için, elektronlar **0**'dan ∞'a kadar her frekansı soğurabilirler. Bir iyon ve iyonun alanında **v** hızı ile hareket eden bir elektron içeren 1 cm^3 lük hacimden geçen ν frekanslı birim şiddetteki bir demetten bu elektronun soğurduğu enerji miktarı (oranı), yani atomun soğurma katsayısı:

$$a(v,\nu,Z)=\frac{4\pi.Z^2e^6g_{ss}}{3\sqrt{3}.h.cm_e^2v^3\nu}$$

- dir ki burada **v** soğurucu elektronun hızı, $\mathbf{g}_{ss}$~1 ise bu süreç için **gaunt faktörüdür**.

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- Toplam soğurmayı bulmak için yukarıdaki eşitliği önce hızları **v** ile **v**+d**v** arasında olan toplam elektron sayısı ile çarpmalıyız, sonra da tüm hızlar üzerinden integre etmeliyiz. Daha sonra tüm iyon çeşitleri üzerinden, yani **Z** üzerinden toplanmalıdır. Bu, frekans, sıcaklık ve yoğunluğun sürekli bir fonksiyonunu verir. **N**(v)dv, **v** ile **v**+d**v** hız aralığındaki birim hacimdeki elektron sayısı ise, **v** hızındaki elektronlar için gram basına soğurma katsayısı,

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

$$\kappa_{ss}(Z,\mathrm{v},\nu)=\frac{a(\nu,\mathrm{v},Z)}{A.H}\cdot N(\mathrm{v})d\mathrm{v}$$

olur. **N**(v) için Maxwell hız dağılımını alabiliriz.

$$N(\mathrm{v})d\mathrm{v}=4\pi N_e\left(\frac{m_e}{2\pi kT}\right)^{3/2}e^{-\frac{m_e\mathrm{v}^2}{2kT}}\mathrm{v}^2d\mathrm{v}$$

$$\kappa_{ss}(Z,\nu)=\frac{4\pi Z^2e^6\mathrm{g}_{ss}=1}{3\sqrt{3}.h.c.m_e^2.\nu^3}\cdot\frac{1}{A.H}4\pi N_e\left(\frac{m_e}{2\pi.k.T}\right)^{3/2}\int_0^\infty e^{-\frac{m_e\mathrm{v}^2}{2kT}}.\mathrm{v}^2d\mathrm{v}$$

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

$$= \frac{16\pi^2 Z^2 e^6}{3\sqrt{3}.h.c.m_e^2} \cdot \left(\frac{m_e}{2\pi.k.T} \right)^{3/2} \cdot \frac{N_e}{A.H.\nu^3} \int_0^\infty e^{-\frac{m_e \mathrm{v}^2}{2kT}} .\mathrm{v}^2 d\mathrm{v}$$

$$= \left(\frac{16\pi^2 Z^2 e^6}{3\sqrt{3}.h.c.m_e^2} \cdot \left(\frac{m_e}{2\pi.k.T} \right)^{3/2} \cdot \frac{N_e}{A.H.\nu^3} \right) \left(-\frac{kT}{m_e} e^{-\frac{m_e \mathrm{v}^2}{2kT}} \right) \Bigg|_0^\infty$$

$$= \frac{16\pi^2 Z^2 e^6}{3\sqrt{3}.h.c.(m_e 2\pi)^{3/2}} \cdot \frac{N_e}{A.H.(kT)^{1/2}} \cdot \frac{1}{\nu^3}$$

Bu, ν'nün sürekli bir fonksiyonudur.

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

Yine $u = \dfrac{h\nu}{kT}$ koyarsak ve

$$D_{ss}(Z) = \frac{1}{A.H} \cdot \frac{16\pi^2 Z^2}{3\sqrt{3}} \cdot \frac{h^2 e^6}{c(2\pi m_e)^{3/2}} \cdot \frac{N_e}{(kT)^{3.5}}$$

tanımını yaparsak,

$$\kappa_{ss}(Z,u) = \frac{D_{ss}(Z)}{u^3}$$

bulunur. Son olarak **X**(Z) bolluğu ile çarpıp **Z** üzerinden toplamalıyız:

$$\kappa_{ss}(u) = \frac{1}{u^3} \sum_Z x(Z) D_{ss}(Z)$$

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

Bağlı-Serbest ve Serbest-Serbest katsayılarını birleştirirsek

$$\kappa_{suso}(u) = \sum_{Z} x(Z)\left[\kappa_{bs}(Z,u) + \kappa_{ss}(Z,u)\right]$$

bulunur.

Elektron Saçılması (Thomson Saçılması):

Dış alanın etkisi altında olmayan serbest bir elektron da gelen ışın demetinin enerjisini azaltabilir. Bu süreçte foton, elektron tarafından önce soğurulur, sonra başka bir yönde salınır. Bu sürecin kesitini şöyle hesaplayabilirsiniz:

Klasik elektromanyetik kurama göre ivmesi **a** olan bir elektron (2/3).(e^2**a**^{2}/c^3) kadar (birim zamanda) bütün doğrultularda enerji salar. Bu enerji, elektrona çarpan ışın demetinden çıkarılıp elektronu ivmelendirmeye harcanan enerjidir. Gelen ışınımın elektrik alan şiddeti **E** ise, elektronun ivmesi **a**=(e **E**)/m_e olacaktır.

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

O halde elektronun birim zamanda saldığı enerji

$$\frac{2}{3}\left(\frac{e^2}{m_e c^2}\right)^2 \cdot cE^2$$

olacaktır. Saçılma katsayısı σ_e'yi bulmak için elektrona birim zamanda düşen enerji akısı ile karşılaştırmalıyız. Bu enerji Poynting vektörü ile verilir:

$$F = S = \frac{c}{4\pi}\left|\vec{E} \mathrm{x} \vec{H}\right| = \frac{c}{4\pi} E^2$$

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

Böylece,

$$\sigma_e = \frac{\frac{2}{3}\left(\frac{e^2}{m_e c^2}\right)^2 \cancel{c}.\cancel{E^2}}{\frac{\cancel{c}}{4\pi}\cancel{E^2}} = \frac{8\pi}{3}\left(\underbrace{\frac{e^2}{m_e c^2}}_{2.81785\text{x}10^{-13}\text{cm}}\right)^2 = \frac{8\pi}{3} r_0^2 = 6.654\text{x}10^{-25}\text{cm}^2$$

Bu, bir elektron için elektron saçılma katsayısıdır. Görüldüğü gibi frekanstan bağımsızdır. **r**$_0$, klasik elektron yarıçapıdır.

Çok enerjik fotonlar için bu formül görelilik ve kuantum etkileri için düzeltilmelidir. Orta enerjik fotonlar için,

$$\sigma_e = \frac{8\pi}{3}\left(\frac{e^2}{m_e c^2}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{2h\nu}{m_e c^2}\right) \qquad ......(38)$$

yazılabilir.

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

Burada durgun kütle yerine;

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{2h\nu}{m_0 c^2}}} \quad , \qquad (h\nu \approx \frac{1}{2} m v^2)$$

ifadesi kullanılmıştır.

σ_e'yi birim kütle cinsinden ifade etmeliyiz. $\mathbf{N}_e$ birim hacimdeki elektron sayısı ise $\mathbf{N}_e/\rho$ da birim kütledeki sayı olur. O halde gram başına saçılma katsayısı şöyle olur:

$$\kappa_e = \sigma_e \frac{N_e}{\rho} \qquad \text{......(39)}$$

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

Tam iyonlaşma durumunda 1 gr lık maddede:

$$\mathrm{X \quad gram \quad H \quad ,} \qquad \frac{\mathrm{X}}{\mathrm{H}} \quad \mathrm{elektron \quad verir.}$$

$$\mathrm{Y \quad gram \quad He \quad ,} \qquad \frac{\mathrm{Y}}{\mathrm{4H}}2 \quad \mathrm{elektron \quad verir.}$$

$$\mathrm{1-X-Y \quad gram \quad agir \quad element \quad ,} \qquad \frac{\mathrm{1-X-Y}}{\mathrm{A.H}}\cdot\frac{\mathrm{A}}{2} \quad \mathrm{elektron \quad verir.}$$

1 gr lık maddedeki toplam elektron sayısı:

$$\frac{N_e}{\rho}=\frac{1}{H}\left(X+\frac{1}{2}Y+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}X-\frac{1}{2}Y\right)=\frac{1}{2H}(1+X)$$

Bunu (39)'da yerine koyarsak,

$$\kappa_e=\frac{1}{2}\sigma_e\left(\frac{1+X}{H}\right)=0.20(1+X) \qquad ......(40)$$

bulunur. $\left[\sigma_e=0.665\mathrm{x}10^{-24}cm^2, \quad H=1.672\mathrm{x}10^{-24}gr\right]$

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- **Rayleigh Saçılması**

- Atomlar ve moleküller gibi bağlı sistemler kendi karakteristik geçiş frekanslarından daha büyük frekanslı ışınımı saçabilirler. Bu tür saçılma, bir tayf çizgisine karşılık gelen dalga boyundan çok daha büyük dalga boylu bir elektromanyetik dalganın, yörüngedeki elektronları zorla titreştirmesi ile meydana gelir. Bu durumda saçılma λ^{-4} ile orantılıdır. Dolayısıyla **Rayleigh saçılması** renge bağlıdır. En iyi örnek göğün mavi rengidir. Güneş ışığının hava molekülleri tarafından saçılmasından kaynaklanır. Hidrojen atomu için,

$$\sigma_R = \sigma_e \left(\frac{\lambda_L}{\lambda} \right)^4$$

- yazılabilir. Burada λ_L, Lyman çizgilerinin ortalama dalgaboyudur (Hemen tüm H, temel seviyede olduğu için başvuru dalgaboyu olarak Lyman çizgilerinin dalgaboylarının ağırlıklı ortalaması λ_L=1026 Å seçilebilir). Diğer elementlerin Rayleigh saçılması dışlanabilir.

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- Rayleigh saçılması orta sıcaklıktaki (G ve K) yıldızlarda önemli olabilir. Hidrojenin çoğu nötrdür ve temel seviyededir. Lyman geçişlerine (1→ **n**) karşılık gelen rezonans frekansları morötesindedir. Dolayısı ile görsel dalgaboylarındaki ışınım Rayleigh mekanizması ile saçılacaktır.

- Düşük sıcaklıklarda $\mathbf{H_2}$ molekülleri de boldur ve $\mathbf{H_2}$ nin Rayleigh mekanizması ile ışığı saçması bu sıcaklıklarda baskındır.

- Elektron saçılması ve Rayleigh saçılması izotropik değildir.