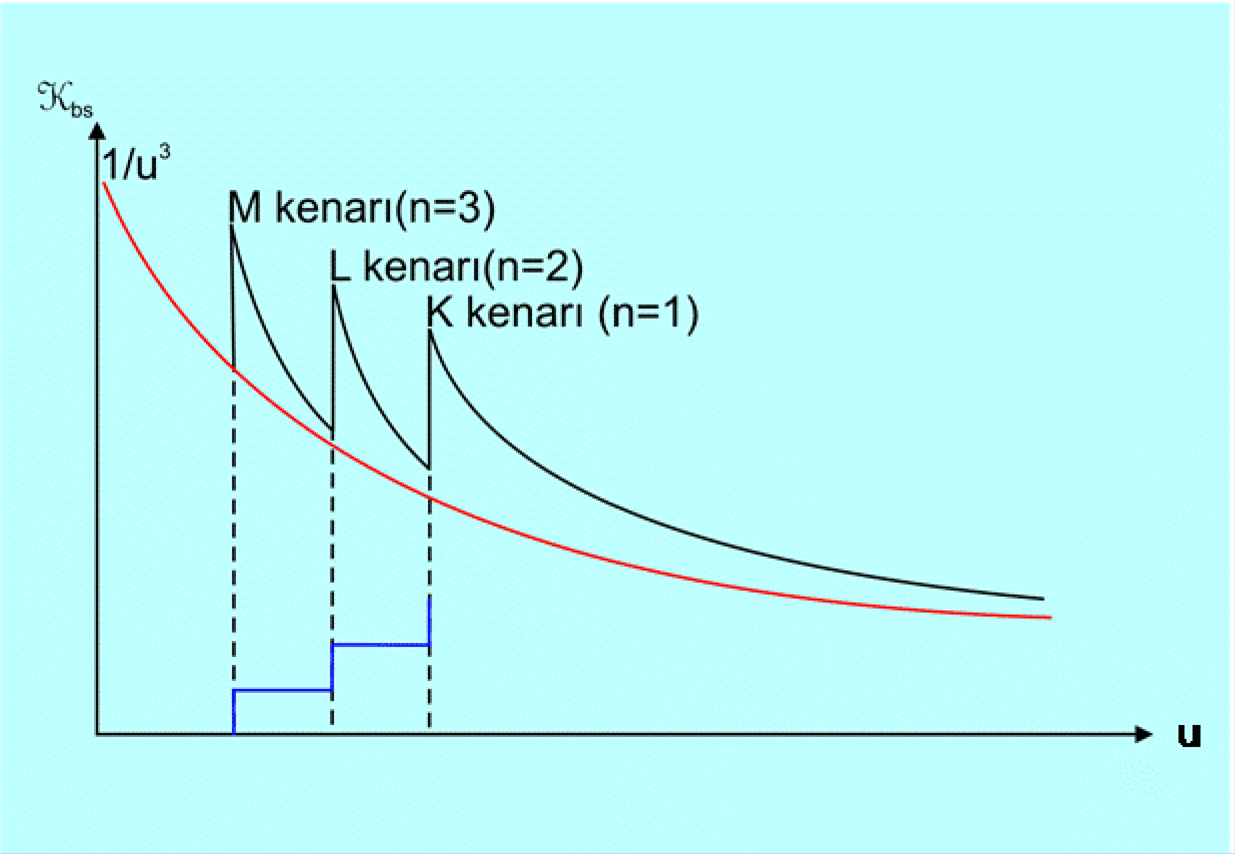
12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- Toplam soğurmayı bulmak için, **önce**, verilen bir atomun tüm elektronik yörüngeleri üzerinden toplam almak gerekir. Sonra da farklı atomları hesaba katmak gerekir. Tüm elektron yörüngeleri üzerinden toplarsak bir "**adım fonksiyonu**" elde ederiz. Çünkü ne zaman **u**, belli bir $\mathbf{u}_n$'ye eşit olursa κ_{bs} daha büyük değere sıçrar. Bu $\mathbf{u}_n$'ler farklı tayfsal serilerin "soğurma kenarlarına" karşılık gelir. **n**=1, 2, 3 için bunlar **K**, **L**, **M** ile gösterilir. Bu işlemlerde her **n** için, alt düzeylerin (farklı **ℓ** ve **s** düzeylerinin) enerji farkı hesaba katılmamıştır (Şekil 12.5).



Şekil 12.5. MLK kenarları ile birlikte süreklilik soğurma katsayısı.

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- (**37**)’deki (1/$\mathbf{u}^3$) terimi, şekilde kesikli eğri ile gösterilen sürekli fonksiyonu temsil eder. Bu yalnız frekansa bağlıdır ve **n**’den bağımsızdır. $\mathbf{D}_{bs}$(Z,n) çarpanı ise yalnız **n**’ye bağlıdır ve frekanstan bağımsızdır. Bir başka deyişle $u_{i+1}<u<u_i$ için $\mathbf{D}_{bs}$(Z,n) sabittir ve $\mathbf{u}=\mathbf{u}_i$ olduğu zaman yeni bir sabit değere yükselir. Bu iki fonksiyon çarpılırsa istenen soğurma katsayısı hesaplanmış olur.

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- Çok küçük frekanslarda ($\nu \sim 0$) bağlı-serbest geçişler yoktur. **Çünkü** fotonun $h\nu$ enerjisi en dış yörüngelerdeki elektronları bile iyonlaştırmaya yetmez. Işınımın frekansı artınca, foton enerjisi en dış kabuktaki elektronları iyonlaştırmaya yeterli olur ve κ_{bs} birden artar. Birinci soğurma kenarı budur. Frekans daha da artarsa soğurma düşer, çünkü $(1/u^3)$ çarpanı vardır. Bu düşüş, foton enerjisi bir sonraki kabuktaki elektronları iyonlaştırmaya yetecek büyüklüğe gelinceye kadar sürer.

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- Verilen bir frekanstaki toplam soğurma katsayısı, bu frekanstaki enerjinin iyonlaşmada etkili olduğu elektronik kabuklar üzerinden toplam alınarak bulunur. Bu durumda şöyle olur:

$$\kappa_{bs}(Z,u) = \frac{1}{u^3}\sum_{n=1}^{n_{\max}} D_{bs}(Z,n) \quad , \qquad u_{i-1} > u \geq u_i$$

- Bir yıldızda farklı atomlar (farklı **Z**'ler) olduğuna göre her element için yukarıdaki gibi bir toplam yazıp bunları da toplamamız gerekir. Bu kolay değildir, çünkü her element için doğru formülü yazsak bile, bu elementlerin yıldız içindeki bolluğu ile de çarpmalıyız; bolluk ise genellikle belli değildir. **Bolluğu biliyorsak**, bağlı-serbest geçişlerden ileri gelen soğurma,

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

$$\kappa_{bs}(u)=\sum_{Z=1}^{Z_{\max}} x(Z).\kappa_{bs}$$

$$\kappa_{bs}(u)=\frac{1}{u^3}\sum_{Z}\sum_{n} D_{bs}(Z,n).x(Z)$$

şeklinde olacaktır. Burada x(Z) atom numarası Z olan elementin bolluğudur; yani 1 gr. lık yıldız maddesinde Z elementinin oranıdır.

- Açık olarak yalnız iyonlaşma enerjisi hν'den küçük olan elektronlar yukarıdaki toplama katkıda bulunabilirler, yani toplama sadece bu kabuklar katılmalıdır.

$$\kappa_{bs}(u)=\sum_{Z} x(Z).\kappa_{bs}$$

$$=\frac{1}{u^3}\sum_{Z}\sum_{n} D_{bs}(Z,n).x(Z)$$

$$\kappa_{bs}(\nu)=\sum\sum a_{bs}(\nu,Z,n)\left(\frac{N_{i,n}}{N_i}\right)\left(\frac{N_i}{\sum N_i}\right)\frac{1}{A.H}\,x(Z)$$

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- **Serbest-Serbest Soğurma Katsayısı:**
- Hiperbolik yörüngeler kuantumlu olmadığı için, elektronlar **0**’dan ∞’a kadar her frekansı soğurabilirler. Bir iyon ve iyonun alanında **v** hızı ile hareket eden bir elektron içeren 1 cm^3 lük hacimden geçen ν frekanslı birim şiddetteki bir demetten bu elektronun soğurduğu enerji miktarı (oranı), yani atomun soğurma katsayısı:

$$a(\nu, \mathrm{v}, Z) = \frac{4\pi . Z^2 e^6 g_{ss}}{3\sqrt{3}.h.cm_e^2 \nu^3 \mathrm{v}}$$

- dir ki burada **v** soğurucu elektronun hızı, $\mathbf{g}_{ss}$~1 ise bu süreç için **gaunt faktörüdür**.

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- Toplam soğurmayı bulmak için yukarıdaki eşitliği önce hızları **v** ile **v**+d**v** arasında olan toplam elektron sayısı ile çarpmalıyız, sonra da tüm hızlar üzerinden integre etmeliyiz. Daha sonra tüm iyon çeşitleri üzerinden, yani **Z** üzerinden toplanmalıdır. Bu, frekans, sıcaklık ve yoğunluğun sürekli bir fonksiyonunu verir. **N**(v)dv, **v** ile **v**+d**v** hız aralığındaki birim hacimdeki elektron sayısı ise, **v** hızındaki elektronlar için gram basına soğurma katsayısı,

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

$$\kappa_{ss}(Z,\mathrm{v},\nu) = \frac{a(\nu,\mathrm{v},Z)}{A.H} \cdot N(\mathrm{v})d\mathrm{v}$$

olur. **N**(v) için Maxwell hız dağılımını alabiliriz.

$$N(\mathrm{v})d\mathrm{v} = 4\pi N_e \left(\frac{m_e}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{m_e \mathrm{v}^2}{2kT}} \mathrm{v}^2 d\mathrm{v}$$

$$\kappa_{ss}(Z,\nu) = \frac{4\pi Z^2 e^6 g_{ss}{=}1}{3\sqrt{3}.h.c.m_e^2.\nu^3} \cdot \frac{1}{A.H} 4\pi N_e \left(\frac{m_e}{2\pi.k.T}\right)^{3/2} \int_0^{\infty} e^{-\frac{m_e \mathrm{v}^2}{2kT}} .\mathrm{v}^2 d\mathrm{v}$$

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

$$= \frac{16\pi^2 Z^2 e^6}{3\sqrt{3}.h.c.m_e^2} \cdot \left(\frac{m_e}{2\pi.k.T} \right)^{3/2} \cdot \frac{N_e}{A.H.\nu^3} \int_0^\infty e^{-\frac{m_e \mathrm{v}^2}{2kT}} .\mathrm{v}^2 d\mathrm{v}$$

$$= \left(\frac{16\pi^2 Z^2 e^6}{3\sqrt{3}.h.c.m_e^2} \cdot \left(\frac{m_e}{2\pi.k.T} \right)^{3/2} \cdot \frac{N_e}{A.H.\nu^3} \right) \left(-\frac{kT}{m_e} e^{-\frac{m_e \mathrm{v}^2}{2kT}} \right) \Bigg|_0^\infty$$

$$= \frac{16\pi^2 Z^2 e^6}{3\sqrt{3}.h.c.(m_e 2\pi)^{3/2}} \cdot \frac{N_e}{A.H.(kT)^{1/2}} \cdot \frac{1}{\nu^3}$$

Bu, ν'nün sürekli bir fonksiyonudur.

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

Yine $u = \dfrac{h\nu}{kT}$ koyarsak ve

$$D_{ss}(Z) = \frac{1}{A.H} \cdot \frac{16\pi^2 Z^2}{3\sqrt{3}} \cdot \frac{h^2 e^6}{c(2\pi m_e)^{3/2}} \cdot \frac{N_e}{(kT)^{3.5}}$$

tanımını yaparsak,

$$\kappa_{ss}(Z,u) = \frac{D_{ss}(Z)}{u^3}$$

bulunur. Son olarak **X**(Z) bolluğu ile çarpıp **Z** üzerinden toplamalıyız:

$$\kappa_{ss}(u) = \frac{1}{u^3} \sum_{Z} x(Z) D_{ss}(Z)$$

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

Bağlı-Serbest ve Serbest-Serbest katsayılarını birleştirirsek

$$\kappa_{suso}(u) = \sum_{Z} x(Z)\left[\kappa_{bs}(Z,u) + \kappa_{ss}(Z,u)\right]$$

bulunur.

Elektron Saçılması (Thomson Saçılması):

Dış alanın etkisi altında olmayan serbest bir elektron da gelen ışın demetinin enerjisini azaltabilir. Bu süreçte foton, elektron tarafından önce soğurulur, sonra başka bir yönde salınır. Bu sürecin kesitini şöyle hesaplayabilirsiniz:

Klasik elektromanyetik kurama göre ivmesi **a** olan bir elektron $(2/3).(e^2\mathbf{a}^2/c^3)$ kadar (birim zamanda) bütün doğrultularda enerji salar. Bu enerji, elektrona çarpan ışın demetinden çıkarılıp elektronu ivmelendirmeye harcanan enerjidir. Gelen ışınımın elektrik alan şiddeti **E** ise, elektronun ivmesi $\mathbf{a}=(e\,\mathbf{E})/m_e$ olacaktır.

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

O halde elektronun birim zamanda saldığı enerji

$$\frac{2}{3}\left(\frac{e^2}{m_e c^2}\right)^2 \cdot cE^2$$

olacaktır. Saçılma katsayısı σ_e'yi bulmak için elektrona birim zamanda düşen enerji akısı ile karşılaştırmalıyız. Bu enerji Poynting vektörü ile verilir:

$$F = S = \frac{c}{4\pi}\left|\vec{E}\,\mathrm{x}\,\vec{H}\right| = \frac{c}{4\pi}E^2$$

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

Böylece,

$$\sigma_e = \frac{\frac{2}{3}\left(\frac{e^2}{m_e c^2}\right)^2 \cancel{c}.\cancel{E^2}}{\frac{\cancel{c}}{4\pi}\cancel{E^2}} = \frac{8\pi}{3}\left(\underbrace{\frac{e^2}{m_e c^2}}_{2.81785\text{x}10^{-13}\,\text{cm}}\right)^2 = \frac{8\pi}{3} r_0^2 = 6.654\text{x}10^{-25}\,\text{cm}^2$$

Bu, bir elektron için elektron saçılma katsayısıdır. Görüldüğü gibi frekanstan bağımsızdır. **r_0**, klasik elektron yarıçapıdır.

Çok enerjik fotonlar için bu formül görelilik ve kuantum etkileri için düzeltilmelidir. Orta enerjik fotonlar için,

$$\sigma_e = \frac{8\pi}{3}\left(\frac{e^2}{m_e c^2}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{2h\nu}{m_e c^2}\right) \qquad \text{......(38)}$$

yazılabilir.

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

Burada durgun kütle yerine;

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}} \approx \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{2h\nu}{m_0c^2}}} \quad , \qquad (h\nu \approx \frac{1}{2}m\mathrm{v}^2)$$

ifadesi kullanılmıştır.

σ_e'yi birim kütle cinsinden ifade etmeliyiz. **N**$_e$ birim hacimdeki elektron sayısı ise **N**$_e/\rho$ da birim kütledeki sayı olur. O halde gram başına saçılma katsayısı şöyle olur:

$$\kappa_e = \sigma_e \frac{N_e}{\rho} \qquad \text{......}(39)$$

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

Tam iyonlaşma durumunda 1 gr lık maddede:

$$\text{X gram H}, \quad \frac{\text{X}}{\text{H}} \text{ elektron verir.}$$

$$\text{Y gram He}, \quad \frac{\text{Y}}{4\text{H}}2 \text{ elektron verir.}$$

$$1-\text{X}-\text{Y gram agir element}, \quad \frac{1-\text{X}-\text{Y}}{\text{A.H}}\cdot\frac{\text{A}}{2} \text{ elektron verir.}$$

1 gr lık maddedeki toplam elektron sayısı:

$$\frac{N_e}{\rho} = \frac{1}{H}\left(X + \frac{1}{2}Y + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}X - \frac{1}{2}Y \right) = \frac{1}{2H}(1+X)$$

Bunu (39)'da yerine koyarsak,

$$\kappa_e = \frac{1}{2}\sigma_e\left(\frac{1+X}{H}\right) = 0.20(1+X) \qquad ......(40)$$

bulunur. $\left[\sigma_e = 0.665\text{x}10^{-24}\,cm^2, \quad H = 1.672\text{x}10^{-24}\,gr\right]$