

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- **12.5 Sürekli Soğurma Katsayısı ve Sürekli Tayf**
- Yıldız yüzeyinden salınan ışınım;

$$I_{\nu}(0, \theta) = \int_0^{\infty} S_{\nu}(\tau_{\nu}) \cdot e^{-\tau_{\nu} \sec \theta} \sec \theta d\tau_{\nu}$$

- idi. $S_{\nu} = B_{\nu}$ olduğu zaman,

$$I_{\nu}(0, \theta) = \int_0^{\infty} B_{\nu}(\tau_{\nu}) \cdot e^{-\tau_{\nu} \sec \theta} \sec \theta d\tau_{\nu}$$

- olur. τ_{ν} , κ_{ν} ye ve dolayısı ile **frekansa** bağlıdır. Atmosfer **gri değilse**, κ_{ν} aracılığı ile τ_{ν} nün **frekansa bağlılığı tam olarak yazılmalıdır.**

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- Planck fonksiyonunu ve $T^4 = \frac{1}{2} T_e^4 (1 + \frac{3}{2} \bar{\tau})$ yaklaştırmasını kullanırsak,

$$I_\nu(0, \theta) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \int_0^\infty \frac{e^{-\tau_\nu \sec \theta} \sec \theta d\tau_\nu}{e^{(h\nu/kT_e)2^{1/4} (1 + \frac{3}{2} \bar{\tau})^{-1/4}} - 1} \cdot d\tau_\nu \quad \dots\dots(1)$$

- τ_ν frekansa bağlı optik derinlik, ve $\bar{\tau}$ ise Rosseland ortalaması alınmış soğurma katsayısı ile tanımlanan ortalama optik derinliktir. Yani,

$$\left. \begin{array}{l} d\tau_\nu = -\kappa_\nu \rho dx \\ d\bar{\tau} = -\bar{\kappa} \rho dx \end{array} \right\} \text{ Bunlardan } d\tau_\nu = \frac{\kappa_\nu}{\bar{\kappa}} d\bar{\tau}$$

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- Eğer $\kappa_\nu / \bar{\kappa}$ nin **optik derinlikten bağımsız olduğu varsayımını yaparsak** (atmosfer nispeten ince olduğu için bunu kabul etmek çok hatalı değildir),

$$\tau_\nu = \frac{\kappa_\nu}{\bar{\kappa}} \bar{\tau}$$

- yazılabilir. Bunu yerine koyarsak,

$$I_\nu(0, \theta) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \int_0^\infty \frac{e^{-(\kappa_\nu/\bar{\kappa})\bar{\tau}\sec\theta} \sec\theta \frac{\kappa_\nu}{\bar{\kappa}} d\bar{\tau}}{e^{(h\nu/kT_e)2^{1/4} (1+\frac{3}{2}\bar{\tau})^{-1/4}} - 1}$$

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

$$\alpha = \frac{h\nu}{kT_e} 2^{1/4}, \quad \eta = \frac{\kappa_\nu}{\kappa} \sec \theta \quad \text{denirse,}$$

$$I_\nu(0, \theta) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \int_0^\infty \frac{e^{-\eta\bar{\tau}} \eta \cdot d\bar{\tau}}{e^{\alpha(1+\frac{3}{2}\bar{\tau})^{-1/4}} - 1} \quad \text{.....(2)}$$

- olur. Bu integral kısmen seriye açarak ve kısmen nümerik integrasyon ile hesaplanabilir.
- **Kenar Kararması:**
- (1) ve (2) integralleri genellikle seriye açılarak daha kolay alınabilir.

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- T_0 yüzey sıcaklığı olmak üzere $T = T_0 \left(1 + \frac{3}{2} \tau\right)^{1/4}$ ü

B_ν de yerine koyalım ve $\bar{\tau} = 0$ etrafında (yöresinde, komşuluğunda) seriye açalım:

$$\begin{aligned} B_\nu &= B_\nu(\bar{\tau} = 0) + \left(\frac{\partial B_\nu}{\partial \tau_\nu} \right)_{\bar{\tau}=0} \tau_\nu + \dots \\ &= B_\nu(\bar{\tau} = 0) + \left(\frac{\partial B_\nu}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial \bar{\tau}} \cdot \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \tau_\nu} \right)_{\bar{\tau}=0} \tau_\nu + \dots \\ &= B_\nu(\bar{\tau} = 0) \left[1 + \left(\frac{1}{B_\nu} \cdot \frac{\partial B_\nu}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial \bar{\tau}} \cdot \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \tau_\nu} \right)_{\bar{\tau}=0} \tau_\nu \right] \end{aligned}$$

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

$$B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT_0} - 1} (1 + \beta_0 \tau_\nu)$$

Burada,

$$\beta_0 = \left(\frac{1}{B_\nu} \cdot \frac{\partial B_\nu}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} \cdot \frac{\partial \tau}{\partial \tau_\nu} \right)_{\tau=0} = \frac{\frac{3}{8} \alpha \frac{\bar{\kappa}}{\kappa_\nu}}{1 - e^{-\alpha}}$$

$$\left(T_e = 2^{1/4} T_0 \quad \text{oldugundan} \quad \alpha = \frac{h\nu}{kT_0} \right)$$

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- O halde **yıldız yüzeyini** θ açısı altında terkeden **ν** frekanslı ışınımın şiddeti

$$I_{\nu}(0, \theta) = \int_0^{\infty} B_{\nu}(\tau_{\nu}) e^{-\tau_{\nu} \sec \theta} \sec \theta d\tau_{\nu}$$
$$= \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT_0} - 1} \int_0^{\infty} e^{-\tau_{\nu} \sec \theta} (1 + \beta_0 \tau_{\nu}) \sec \theta d\tau_{\nu}$$

- integral alınırsa,**

$$I_{\nu}(0, \theta) = B_{\nu}(T_0) \cdot (1 + \beta_0 \cos \theta) \quad \dots\dots(3)$$

- bulunur. $B_{\nu}(T_0)$, $T = T_0 = 2^{-1/4} T_e$ deki **karacisim ışınımıdır**. $B_{\nu}(T_0)$ aynı zamanda **Güneş'in kenarından çıkan ışınım**a eşittir.

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- Çünkü $\theta = \pi/2$ konursa,

$$I_v(0, \pi/2) = B_v(T_0)$$

ve

$$I_v(0, \theta) = I_v(0, \pi/2)(1 + \beta_0 \cos \theta)$$

- Bu denklem Güneş kararması ve onun frekansa bağıllığını incelemede önemlidir. **Frekansa bağlı olarak kenar kararması şöyle yazılabilir:**

$$\frac{I_v(0, \theta)}{I_v(0, 0)} = \frac{1 + \beta_0 \cos \theta}{1 + \beta_0} \quad \dots\dots(4)$$

- β_0 , α 'dan dolayı **frekansın** ve κ_v ve $\bar{\kappa}$ nin **fonksiyonudur**. κ_v ve $\bar{\kappa}$ nin hesaplanan değerleri (4)'te yerine konursa **kenar kararması** hesaplanabilir.

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- Ya da problem tersine çevrilerek gözlemlerden β_0 ve buradan da $\kappa_\nu / \bar{\kappa}$ oranının ne olması gerektiği bulunabilir. $\kappa_\nu / \bar{\kappa} = 1$ için gözlemlerle (4) yaklaşık olarak uyuşmaktadır. Demek ki κ_ν yaklaşık olarak sabittir ve ortalamasına eşittir. Unsöld'e göre 3230 Å de $\kappa_\nu / \bar{\kappa} = 1.57$ den $\lambda = 10080$ Å de 1.20'ye kadar değişmektedir.

Denklemden $\kappa_\nu / \bar{\kappa} = 1$ konursa,

$$\frac{I_\nu(0, \pi/2)}{I_\nu(0, 0)}$$

- oranı $\lambda = 3230$ Å de **0.225** 'ten $\lambda = 10082$ Å 'de **0.462** 'ye kadar değiştiği bulunuyor.

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- Eğer (2) tam integralinde $\kappa_\nu / \bar{\kappa} = 1$ alınır ve bu oran nümerik olarak hesaplanırsa aynı λ aralığında **0.0977** ile **0.4966** arasında değerler bulunmaktadır. Dolayısı ile yaklaşık yasa (4 denklemini) $\lambda > 3230 \text{ \AA}$ için oldukça iyi sonuç vermektedir.
- Bir yıldız için, ışınımın nereden geldiğini ayıramadığımızdan kenar kararması etkisini inceleyemeyiz. Ancak ışınım akısını gözleriz. Dolayısıyla

$$F_\nu = 2\pi \int_0^{\pi/2} I_\nu \cos \theta \sin \theta d\theta = \pi \cdot B_\nu(T_0) \left(1 + \frac{2}{3} \beta_0 \right)$$

- bulunur. Görüleceği gibi toplam akı her frekans için $\kappa_\nu / \bar{\kappa}$ oranının fonksiyonudur. Bu oran iyi bilinirse gözlenen sürekli tayf, kuramsal tayf ile karşılaştırılabilir.