12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- **12.5 Sürekli Soğurma Katsayısı ve Sürekli Tayf**
- Yıldız yüzeyinden salınan ışınım;

$$I_\nu(0,\theta) = \int_0^\infty S_\nu(\tau_\nu).e^{-\tau_\nu \sec\theta} \sec\theta d\tau_\nu$$

- idi. S_ν=B_ν olduğu zaman,

$$I_\nu(0,\theta) = \int_0^\infty B_\nu(\tau_\nu).e^{-\tau_\nu \sec\theta} \sec\theta d\tau_\nu$$

- olur. τ_ν, κ_ν ye ve dolayısı ile frekansa bağlıdır. Atmosfer gri değilse, κ_ν aracılığı ile τ_ν nün **frekansa bağlılığı tam olarak yazılmalıdır.**

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- Planck fonksiyonunu ve $T^4 = \frac{1}{2} T_e^4 (1 + \frac{3}{2} \bar{\tau})$ yaklaştırmasını kullanırsak,

$$I_\nu(0,\theta) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \int_0^\infty \frac{e^{-\tau_\nu \sec\theta} \sec\theta d\tau_\nu}{e^{(h\nu/kT_e) 2^{1/4} (1+\frac{3}{2}\bar{\tau})^{-1/4}} - 1} \cdot d\tau_\nu \qquad ......(1)$$

- τ_ν frekansa bağlı optik derinlik, ve $\bar{\tau}$ ise Rosseland ortalaması alınmış soğurma katsayısı ile tanımlanan ortalama optik derinliktir. Yani,

$$\left. \begin{aligned} d\tau_\nu &= -\kappa_\nu \rho dx \\ d\bar{\tau} &= -\bar{\kappa} \rho dx \end{aligned} \right\} \quad \text{Bunlardan} \quad d\tau_\nu = \frac{\kappa_\nu}{\bar{\kappa}} d\bar{\tau}$$

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- Eğer $\kappa_\nu / \bar{\kappa}$ nın optik derinlikten bağımsız olduğu varsayımını yaparsak (atmosfer nispeten ince olduğu için bunu kabul etmek çok hatalı değildir),

$$\tau_\nu = \frac{\kappa_\nu}{\bar{\kappa}} \bar{\tau}$$

- yazılabilir. Bunu yerine koyarsak,

$$I_\nu(0,\theta) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \int_0^\infty \frac{e^{-(\kappa_\nu/\bar{\kappa})\bar{\tau}\sec\theta} \sec\theta \frac{\kappa_\nu}{\bar{\kappa}} d\bar{\tau}}{e^{(h\nu/kT_e)2^{1/4}(1+\frac{3}{2}\bar{\tau})^{-1/4}} - 1}$$

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

$$\alpha = \frac{h\nu}{kT_e} 2^{1/4}, \qquad \eta = \frac{\kappa_\nu}{\overline{\kappa}} \sec\theta \quad \text{denirse,}$$

$$I_\nu(0,\theta) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \int_0^\infty \frac{e^{-\eta\bar{\tau}} \eta . d\bar{\tau}}{e^{\alpha(1+\frac{3}{2}\bar{\tau})^{-1/4}} - 1} \qquad \text{......(2)}$$

- olur. Bu integral kısmen seriye açarak ve kısmen nümerik integrasyon ile hesaplanabilir.

- **Kenar Kararması:**
- (**1**) ve (**2**) integralleri genellikle seriye açılarak daha kolay alınabilir.

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- T_0 yüzey sıcaklığı olmak üzere $T = T_0 (1 + \frac{3}{2}\bar{\tau})^{1/4}$ ü

  B_ν de yerine koyalım ve $\bar{\tau} = 0$ etrafında (yöresinde, komşuluğunda) seriye açalım:

$$B_\nu = B_\nu(\bar{\tau} = 0) + \left(\frac{\partial B_\nu}{\partial \tau_\nu}\right)_{\bar{\tau}=0} \tau_\nu + \ldots\ldots$$

$$= B_\nu(\bar{\tau} = 0) + \left(\frac{\partial B_\nu}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial \bar{\tau}} \cdot \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \tau_\nu}\right)_{\bar{\tau}=0} \tau_\nu + \ldots\ldots$$

$$= B_\nu(\bar{\tau} = 0)\left[1 + \left(\frac{1}{B_\nu} \cdot \frac{\partial B_\nu}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial \bar{\tau}} \cdot \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \tau_\nu}\right)_{\bar{\tau}=0} \tau_\nu\right]$$

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

$$B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2}\frac{1}{e^{h\nu/kT_0}-1}(1+\beta_0\tau_\nu)$$

Burada,

$$\beta_0 = \left(\frac{1}{B_\nu}\cdot\frac{\partial B_\nu}{\partial T}\cdot\frac{\partial T}{\partial\bar{\tau}}\cdot\frac{\partial\bar{\tau}}{\partial\tau_\nu}\right)_{\bar{\tau}=0} = \frac{\frac{3}{8}\alpha\frac{\bar{\kappa}}{\kappa_\nu}}{1-e^{-\alpha}}$$

$$\left(\ T_e = 2^{1/4}T_0 \quad \text{oldugundan} \quad \alpha = \frac{h\nu}{kT_0}\ \right)$$

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- O halde yıldız yüzeyini θ açısı altında terkeden **ν** frekanslı ışınımın şiddeti

$$I_\nu(0,\theta) = \int_0^\infty B_\nu(\tau_\nu) e^{-\tau_\nu \sec\theta} \sec\theta d\tau_\nu$$

$$= \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT_0} - 1} \int_0^\infty e^{-\tau_\nu \sec\theta} (1+\beta_0 \tau_\nu) \sec\theta d\tau_\nu$$

- integral alınırsa,

$$I_\nu(0,\theta) = B_\nu(T_0).(1+\beta_0 \cos\theta) \qquad ......(3)$$

- bulunur. $B_\nu(T_0)$, $T = T_0 = 2^{-1/4} T_e$ deki **karacisim** ışınımıdır. **B**$_\nu$(T$_0$) aynı zamanda **Güneş**'in **kenarından çıkan ışınıma** eşittir.

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- **Çünkü** $\theta = \pi/2$ **konursa**,

  $I_\nu(0,\pi/2)=B_\nu(T_0)$

  ve

  $I_\nu(0,\theta)=I_\nu(0,\pi/2)(1+\beta_0\cos\theta)$

- Bu denklem Güneş kararması ve onun frekansa bağlılığını incelemede önemlidir. **Frekansa bağlı olarak kenar kararması şöyle yazılabilir**:

$$\frac{I_\nu(0,\theta)}{I_\nu(0,0)} = \frac{1+\beta_0\cos\theta}{1+\beta_0} \quad ......(4)$$

- β_0, α 'dan dolayı frekansın ve κ_ν ve $\overline{\kappa}$ nın fonksiyonudur. κ_ν ve $\overline{\kappa}$ nin hesaplanan değerleri (**4**)'te yerine konursa **kenar kararması** hesaplanabilir.

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- Ya da problem tersine çevrilerek gözlemlerden β_0 ve buradan da $\kappa_\nu / \bar{\kappa}$ oranının ne olması gerektiği bulunabilir. $\kappa_\nu / \kappa = 1$ için gözlemlerle (**4**) yaklaşık olarak uyuşmaktadır. Demek ki κ_ν yaklaşık olarak sabittir ve ortalamasına eşittir. Unsöld'e göre 3230 Å de $\kappa_\nu / \bar{\kappa} = 1.57$ den λ=10080 Å de 1.20'ye kadar değişmektedir. Denklemde $\kappa_\nu / \bar{\kappa} = 1$ konursa,

$$\frac{I_\nu(0, \pi/2)}{I_\nu(0,0)}$$

- oranı λ = 3230 Å de **0.225** 'ten λ = 10082 Å 'de **0.462** 'ye kadar değiştiği bulunuyor.

12.YILDIZLARIN SÜREKLİ TAYFI(DEVAM)

- Eğer (**2**) tam integralinde $\kappa_\nu / \overline{\kappa} = 1$ alınır ve bu oran nümerik olarak hesaplanırsa aynı λ aralığında **0.0977** ile **0.4966** arasında değerler bulunmaktadır. Dolayısı ile yaklaşık yasa (**4** denklemi) λ > 3230 Å için oldukça iyi sonuç vermektedir.
- Bir yıldız için, ışınımın nereden geldiğini ayıramadığımızdan kenar kararması etkisini inceleyemeyiz. Ancak ışınım akısını gözleriz. Dolayısıyla

$$F_\nu = 2\pi \int_0^{\pi/2} I_\nu \cos\theta \sin\theta d\theta = \pi . B_\nu(T_0)\left(1 + \frac{2}{3}\beta_0\right)$$

- bulunur. Görüleceği gibi toplam akı her frekans için $\kappa_\nu / \overline{\kappa}$ oranının fonksiyonudur. Bu **oran iyi bilinirse** gözlenen sürekli tayf, kuramsal tayf ile karşılaştırılabilir.