

13. ÇİZGİ OLUŞUMU

Yıldızın iç kısımlarından atmosfere doğru akan ışınım, dalga boyunun yaklaşık olarak sürekli bir fonksiyonudur. Çünkü iç bölgede sıcaklık gradyenti (eğimi) küçüktür ve madde ile ışınım dengede sayılabilir. Bu koşullar altında **tayf**, yani ışınımın dalgaboyuna göre erke dağılımı **kara cisim ışınımına** benzer. Dış kısımlarda ise sıcaklık gradyenti (eğimi) oldukça büyüktür ve ışınım alanı eş yönlü sayılamaz. **Belli frekanslarda soğurma yapabilen atomlara ve iyonlara düşük sıcaklıklarda daha çok rastlanılacaktır** ve dışa doğru gelen ışınımdan bu frekanslarda **çkarılan erke komşu sürekli tayftan çkarılandan daha çok olacaktır.**

Atmosferdeki bir **atomun** ya da **iyonun**, aralarındaki **erke farkı $h\nu_0$** olan iki bağılı erke düzeyi varsa **ν_0 frekansında erke soğurulması** meydana gelebilir. O zaman dışa doğru ilerleyen ışınımdan bu **foton çkarılmış olacağından** yıldızın **bu frekanstaki toplam ışınımı azalacaktır.** Saniyenin bir kesri sonra gelişigüzel bir doğrultuda bu **foton yeniden salınarak atmosfere geri dönebilir**, bu durumda **fotonun yeniden soğurulması** mümkündür. Belki de bir **atoma** ya da **iyona** bağılı bir elektronun koparır ve serbest kalan bu elektron başka parçacıklarla etkileşerek erke kaybedebilir ya da **kazanabilir**, sonunda **üçüncü bir iyonla birleştiğinde salınan fotonun frekansı ν_0 dan genellikle farklı olacaktır.**

13. Çizgi Oluşumu (Devamı)

Başlangıçta ν_0 frekansındaki foton artık geliş güzel frekanslı bir başka fotona dönüşmüş demektir. O halde erke belli bir frekansta çıkarılıp sürekli tayfa eklenmektedir. Böylece sürekli tayf üzerinde karanlık bir çizgi oluşur.

Aslında çizgi sonsuz ince değildir, ν_0 yöresinde belli bir aralıkta ışınım soğurulacaktır. Bu çizgi genişleme mekanizması üzerinde daha sonra durulacaktır.

Yeniden ν_0 frekanslı fotonun atom ya da iyon tarafından soğurulup bağlı bir elektronu bir üst düzeye çıkardığı ana dönelim. Bu elektron bu düzeyde kalmayacak, ya ilk düzeyine dönecek ya da bir başka düzeye geçecek belki de atomu terk edecektir. Eğer ilk düzeyine dönerse foton sadece saçılmış olacaktır. Eğer ilk düzeyine dönmezse gerçek soğurma söz konusu olur. Bu son durum özellikle en dış erke düzeyleri için geçerlidir. Sık sık oluşan iyonlaşmalar ve yeniden birleşmeler ile bağlı düzeyler arasındaki geçişler, bağlı düzeylerdeki populasyon ile serbest elektronları dengede tutar. Her ikisi de aynı sıcaklıkla temsil edilebilir. Başka bir deyişle Boltzmann denklemindeki uyarma sıcaklığı ile Maxwell hız dağılımındaki kinetik sıcaklık aynıdır. Aynı sıcaklık Saha denkleminde göre oluşan iyonlaşma işlemlerini de tanımlar. Bu koşullarda Yerel Termodinamik Denge (YTD) baskın demektir. Hidrojenin üst serilerindeki çizgileri, örneğin Brackett serisi, gerçek soğurma ile oluşan çizgilere örnektir. $n = 1$ ile $n = 2$ düzeyleri arasındaki geçiş karşılık gelen Lyman α çizgisi ise saçılma işlemleri ile oluşur.

13. Çizgi Oluşumu (Devamı)

Bir soğurma çizgisinin, yıldız atmosferinin özelliğini vermesi açısından **iki özelliği önemlidir**. Birisi **çizginin şiddetidir**, buna eşdeğer genişlik denir. Eşdeğer genişlik çizgiyi oluşturmak için sürekli tayftan çıkarılması gereken toplam ışıdır. Diğer önemli özellik **çizginin biçimi** ya da **profilidir**. **Profil**, çizgi içindeki erkenin dalgaboyunun fonksiyonu olarak çizilen grafiğidir. Çizgi **sonsuz ince olmadığından** çizgideki erke λ ya belli bir şekilde bağlıdır, kenarda erke en çok, çizgi ortasında en azdır.

O halde çizgi oluşum kuramı çizginin hem şiddetini (eşdeğer genişliğini) hem de **profilini** hesaplamalıdır. **Bunun için geçiş denklemini sürekli soğurma katsayısına ek olarak çizgi soğurma katsayısı da içermelidir**. Bu katsayı yalnız belli frekanslarda sıfırdan farklı olacaktır.

κ_v sürekli soğurma katsayısı, σ sürekli saçılma katsayısı (Rayleigh saçılması yıldızların çoğu için boşlanabilir, yalnız orta sıcaklıkta geniş zarflı süper devlerde önemli olabilir), ℓ_v çizgi soğurma katsayısı, σ_v de çizgi saçılma katsayısı **olsun**. Bu durumda

$$\cos \theta \frac{dI_v(\tau_v, \theta)}{d\tau_v} = I_v(\tau_v, \theta) - S_v(\tau_v, \theta)$$

şeklinde verilen **geçiş denklemini** geçerli olacak ancak **optik derinlik** yeniden tanımlanmış olacaktır :

$$d\tau_v = -(\kappa_v + \ell_v + \sigma + \sigma_v) \rho dx$$

13. Çizgi Oluşumu (Devamı)

Geçiş denklemi $\ell_v \neq 0$ ve $\sigma_v \neq 0$ için **çözülmelidir**. Eğer **tek bir çizgi ve onun profili** ile ilgilenilecekse **geçiş denklemi**, **çizgi genişliğini kapsayacak şekilde küçük bir frekans aralığı için yazılıp çözülmelidir**. Bunun için ℓ_v , σ_v ve **S_v bilinmelidir**.

Önce **atmosferi yarı sonsuz bir ortam** (paralel düzlemlerden oluşmuş) varsayıp I_v nün integral ifadesini **yüzeyden çıkan ışınım** için yazalım :

$$I_v(0, \theta) = \int_0^{\infty} S_v(\tau_v, \theta) \exp(-\tau_v \sec \theta) \sec \theta d\tau_v \quad \text{.....(A)}$$

Yıldız için bir θ doğrultusu başka bir doğrultudan ayıramadığından ancak **toplam yüzey akısı** ölçülebilir :

$$\begin{aligned} F_v(0) &= \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} I_v(0, \theta) \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi \quad \text{.....(B)} \\ &= 2\pi \int_0^{\pi/2} I_v(0, \theta) \cos \theta \sin \theta d\theta \end{aligned}$$

Kaynak fonksiyonu $S_v(\tau_v, \theta)$ nın θ ya **bağılılığı bilinmeden bu ifade integre edilemez**. Ancak bu fonksiyonun eş yönlü olduğunu ya da θ ya **bağılılığının boşlanacak kadar küçük olduğunu varsaymak çoğu zaman mümkündür**. Bunları **integre etmek için çizgi genişliği boyunca S_v , K_v , ℓ_v , σ ve σ_v bilinmelidir**. Bunlar τ_v nün de **fonksiyonudurlar**.

13. Çizgi Oluşumu (Devamı)

Sürekli tayf için $S_v = B_v$ yazılabilir. Çünkü **sürekli tayfın YTD koşullarının** geçerli olduğu bölgede oluştuğu varsayılır ve **bu iyi bir yaklaşımdır**. Ancak **çizgi için** bu yaklaşım **doğru değildir**. Çünkü çizginin oluşması, aslında **sürekli tayf süreçlerinden başka süreçlerin var olması demektir**.

YTD varsayılırsa gerçek soğurmanın yanında saçılma dışlanabilir. Bu durumda $S_v = B_v$ alınır ve

$$d\tau_v = -(\kappa_v + \ell_v)\rho dx$$

olur. **Sıcaklık** ve **basıncın** τ_v ile değişimi bilirse I_v ve F_v yü veren **yukarıdaki integraller sayısal olarak hesaplanabilir**, yani **çizgi profili frekansın fonksiyonu olarak hesaplanabilir**. Bu, **atmosfer için kabul edilen modele bağlıdır**. Çünkü **soğurma çizgilerinin biçimi ve şiddeti atmosferdeki fiziksel koşullara ve ışımsal süreçlere, yani soğurma ve saçılmaya bağlıdır**. **Atmosfer için farklı modeller kabul ederek çizgilerin ışımsal süreçlere hangi ölçüde bağlı olduğu ilke olarak hesaplanabilir**.

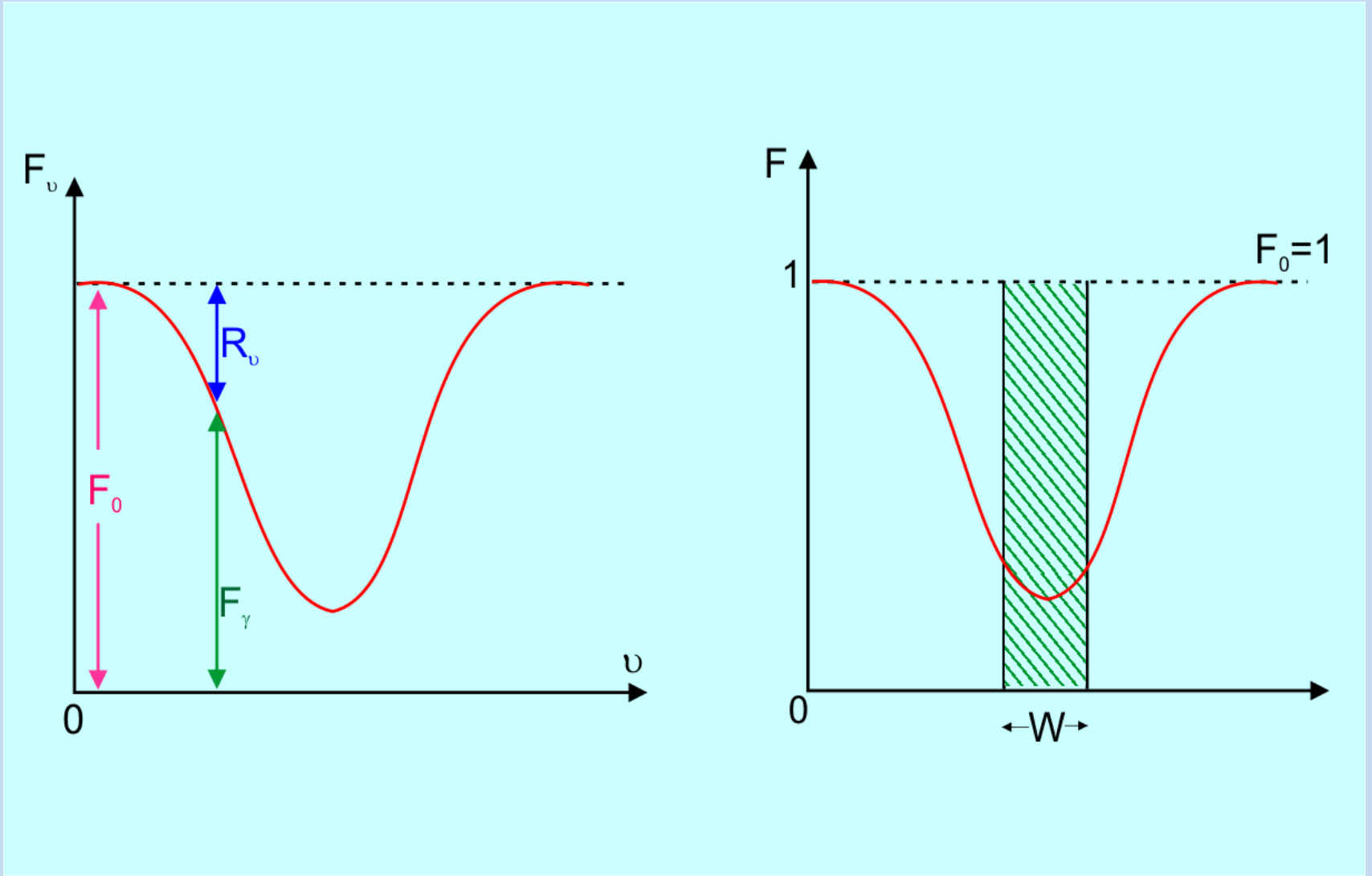
13. Çizgi Oluşumu (Devamı)

I_v ve F_v yerine çizgideki şiddet ve akının göreceli derinliklerini kullanmak daha uygundur :

$$r_v = \frac{I_o(0, \theta) - I_v(0, \theta)}{I_o(0, \theta)}$$
$$R_v = \frac{F_o(0) - F_v(0)}{F_o(0)}$$

Eşdeğer genişlik ; $W = \int R_v dv$

Çizgideki toplam akının F_o ile bölümüne eşdeğer genişlik (W) denir(Şekil 13.1). F_o ile bölüm akıyı sürekli akı birimlerinde ölçmek anlamına gelir, bu durumda sürekli akı = 1 olur. O halde Şekil 13.1 deki gibi eşdeğer genişlik, gerçek çizgininki ile aynı toplam soğurmayı veren dikdörtgen tayf çizgisinin genişliğini tanımlar (I_o ve F_o , şiddet ve akının çizgiye komşu sürekli tayftaki değerleridir). Genel olarak (A) ve (B) integralleri analitik olarak hesaplanamaz, sayısal yöntemler kullanılmalıdır. Kimi özel durumlarda hesaplar kolaylaştırılabilir. Örneğin zayıf soğurma çizgileri ya da kuvvetli çizgilerin kanatları için $l_v \ll \kappa_v$ yaklaştırması yapıp denklemler basitleştirilebilir. Çizgi ağırlık fonksiyonları diye tanımlanan fonksiyonların kullanımı hesaplarda, sözü edilen basitleştirmeyi kolaylaştırır.



Şekil 13.1. Eşdeğer genişlik ve tanımı.

13. 1. Çizgi Soğurma Katsayısı

Görelî şiddet r_ν (veya R_ν) çizgi soğurma katsayısı ℓ_ν yü içeren bir integral olarak yazıldığına göre, bu çizgi soğurma katsayısı bilinmelidir. Klasik elektromanyetik kuramdan çizgi soğurma katsayısının frekansa bağıllığı hesaplanabilir. Klasik olarak bir çizginin, bir atom üzerine düşen elektromanyetik dalganın atom içindeki bir elektronu titreştirmesi sonucu oluştuğu düşünülebilir. Bu elektron, bu durumda **sönümlü titreşim yapan bir dipol** gibi düşünülebilir. Elektromanyetik alandan soğurulan (sonra salınan) erke, bu dipolün yaydığı erkeye eşit olacağından hesaplanabilir.

Klasik kurama göre ancak ivmelenen yük ışına yapar, yani erke kaybeder. Erke kaybedeceği için titreşim zamanla söner. İvmelenen elektronun saldığı erke yazılabilir. Ayrıca elektronun hareket denklemi yazılıp çözümlenir. Bu hesaplamalar sonucunda **bir parçacık tarafından soğurulan kesirsel erke, yani parçacık (atom) başına soğurma katsayısı** bulunur. Bunu α_ν ile gösterirsek

$$\alpha_\nu = (4\pi e^2 / mc) [\gamma v^2 / 4\pi^2 (v_0^2 - v^2) + \gamma^2 v^2]$$

Burada γ ışınım sönüm sabitidir : $\gamma = (8\pi^2 / 3)(e^2 / mc^3) v^2$

Eğer N , birim hacimde v_0 frekansı ile titreşen elektronların sayısı ise, **hacim soğurma katsayısı**,

$$\rho \kappa_\nu = N \alpha_\nu = N (4\pi e^2 / mc) [\gamma v^2 / 4\pi^2 (v_0^2 - v^2) + \gamma^2 v^2]$$

olur.

13. 1. Çizgi Soğurma Katsayısı (Devamı)

Özel Durumlar :

1- $v \gg v_0$ ise Thomson saçılması; yukarıdaki formülde v_0 ihmal edilirse,

$$\begin{aligned} k' &= N (4\pi e^2 / mc) [\gamma v^2 / (4\pi^2 v^4 + \gamma^2 v^2)] \\ &= N (4\pi e^2 / mc) [\gamma / (4\pi^2 v^2 + \gamma^2)] \end{aligned}$$

$v \gg \gamma$ olduğundan,

$$k' = N (4\pi e^2 / mc) (\gamma / 4\pi^2 v^2)$$

ve $\gamma = (8\pi^2 / 3)(e^2 / mc^3) v^2$ konursa,

$$\begin{aligned} k' &= N (8\pi / 3) (e^2 / mc^2)^2 = N 0.66 \times 10^{-24} \text{ cm}^2 \\ &= N \sigma_e \end{aligned}$$

olduğu görülür. N nin katsayısı bir elektronun Thomson saçılma kesitidir. Serbest elektronların ($v_0 = 0$) neden olduğu Thomson saçılması **O, B yıldızlarında önemlidir.**

13. 1. Çizgi Soğurma Katsayısı(Devamı)

2- $v \ll v_0$ **Rayleigh Saçılması** ;

$$k' = N (4\pi e^2 / mc) (\gamma / v^2 4\pi^2)(v / v_0)^4 = N \sigma_{\text{Thomson}} (\lambda_0 / \lambda)^4$$

Görsel bölgede önemsizdir. Soğuk yıldızlarda önemlidir.

3- $v \approx v_0$ **Rezonans saçılması** ; Durağan (sabit) bir atomun oluşturduğu çizgi profilini verir.

$$v_0^2 - v^2 \cong (v_0 - v) 2v$$

konursa,

$$k' = N (e^2 / mc)(\gamma / 4\pi)\{ 1 / [(v - v_0)^2 + (\gamma / 4\pi)^2] \} \dots(*)$$

elde edilir ki bu, **klasik çizgi soğurma katsayısıdır**. Doğal ya da ışınım sönüm sabiti denilen γ (yükü parçacığın erke kaybetme hızına bağlıdır) çizginin doğal genişliğini ya da ışıma genişliğini verir. Formülden görüleceği gibi $v = v_0$ için soğurma katsayısı en büyüktür, bunun her iki yanında simetrik olarak azalır.

$$\Delta v = |v - v_0| = \gamma / 4\pi \text{ için en büyük değerinin}$$

yarısına ulaşır. Bu nedenle

$$2 \Delta v = \gamma / 2\pi$$

ye çizginin toplam yarım şiddet genişliği, $\gamma / 4\pi$ ye de yarı genişliği denir. Görüldüğü gibi çizginin biçimini γ sönüm sabiti belirlemektedir.

13. 1. Çizgi Soğurma Katsayısı(Devamı)

Gösterilebilir ki soğurma çizgisinin profili de κ_ν nün grafiğine benzer. Buna **sönümlenme kesiti** veya **Lorentzien kesiti** denir. Δx kalınlığındaki (τ_1 ve τ_2 arasında) **ince bir atmosfer tabakası** (τ_2 daha **yüksek seviyede**; bkz. Şekil 13.2) için,

$$I_\nu(\tau_2) = I_\nu(\tau_1) \exp(-\kappa_\nu \rho \Delta x) \\ \approx I_\nu(\tau_1) (1 - \kappa_\nu \rho \Delta x)$$

$$I_\nu(\tau_2) - I_\nu(\tau_1) \approx -\kappa_\nu \rho \Delta x I_\nu(\tau_1)$$

O halde ışınım tabakayı geçerken ν **frekansındaki şiddetin azalması** doğrudan κ_ν **ile orantılıdır** (Şekil 13.2 ve Şekil 13.3). **Maksimum derinliğin yarısında**

$$(\nu - \nu_0)^2 = (\gamma / 4\pi)^2 \text{ yani } \nu - \nu_0 = \gamma / 4\pi$$

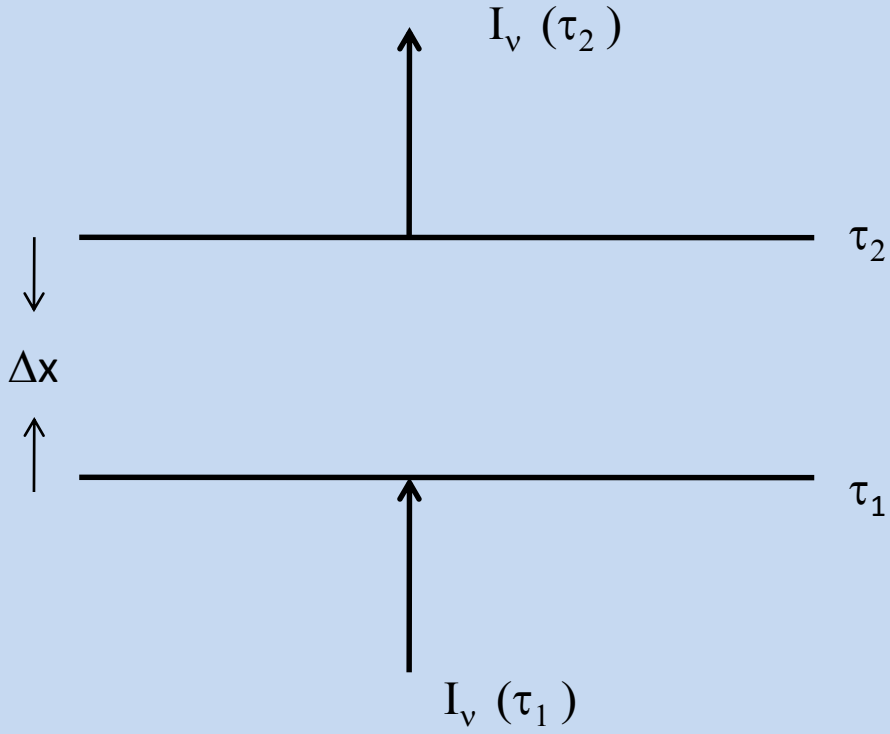
olmalıdır. $\Delta\nu_{1/2} = \gamma / 4\pi$: **profilin yarı genişliğidir** (Şekil 13.3)

λ cinsinden, $\Delta\lambda_{1/2} = (c / \nu^2) \Delta\nu_{1/2}$; γ nın $\gamma = (8\pi^2 / 3)(e^2 / mc^3) \nu^2$ **değeri yerine konursa,**

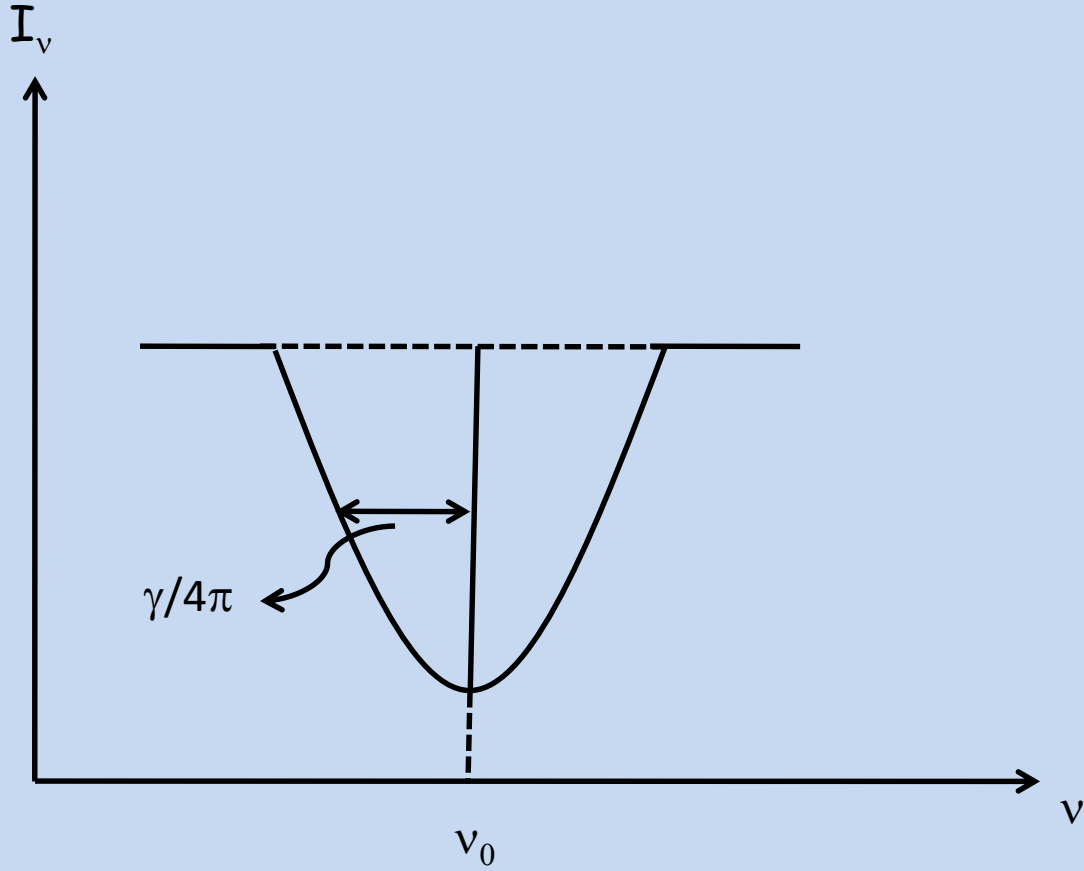
$$\Delta\lambda_{1/2} = (2\pi / 3) (e^2 / mc^2) = 0.00006 \text{ \AA}$$

elde edilir. **Bu çok küçük bir değerdir** ve **bütün çizgiler için aynıdır.**

Bunun iki katı çizginin doğal genişliğidir. $2\Delta\lambda_{1/2} = 0.00012 \text{ \AA}$



Şekil 13.2. Bir katmandan geçen ışınımın soğurulması.



Şekil 13.3. Bir soğurma çizgisinin yarı-şiddetteki yarı-genişliği.

13. 1. Çizgi Soğurma Katsayısı(Devamı)

Yukarıdaki formülde **k'** hacim soğurma katsayısı, **N** birim hacimde ν_0 frekansı ile titreşen bağlı elektronların sayısıdır. Eğer I_ν eşyönlü ışınım yeğirliği ise birim hacimde ve $d\nu$ frekans aralığında birim uzay açıda soğurulan erke

$$N \alpha_\nu I_\nu d\nu$$

olacaktır. Çizgi tarafından soğurulan erke ise şöyle olacaktır:

$$N \int \alpha_\nu I_\nu d\nu$$

I_ν çizgi boyunca değişmezse,

$$N I_\nu \int_0^\infty \alpha_\nu d\nu = N I_\nu \int \alpha_\nu d\nu = N I_\nu (\pi e^2 / mc)$$

olur. Çünkü

$$\int_0^\infty \alpha_\nu d\nu = (e^2 / mc) \int_{-\infty}^{+\infty} [(\gamma / 4\pi) / (\nu - \nu_0)^2 + (\gamma / 4\pi)^2] d(\nu - \nu_0)$$

Son integral,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (a / x^2 + a^2) dx = \text{Arc tg } (x/a) \Big|_{-\infty}^{+\infty} = \pi$$

olduğundan,

$$\int_0^\infty \alpha_\nu d\nu = (\pi e^2 / mc)$$

bulunur.