13. 1. Çizgi Soğurma Katsayısı

Göreli şiddet r_ν (veya R_ν) çizgi soğurma katsayısı ℓ_ν yü içeren bir integral olarak yazıldığına göre, bu çizgi soğurma katsayısı bilinmelidir. Klasik elektromanyetik kuramdan çizgi soğurma katsayısının frekansa bağlılığı hesaplanabilir. Klasik olarak bir çizginin, bir atom üzerine düşen elektromanyetik dalganın atom içindeki bir elektronu titreştirmesi sonucu oluştuğu düşünülebilir. Bu elektron, bu durumda **sönümlü titreşim yapan bir dipol** gibi düşünülebilir. Elektromanyetik alandan soğurulan (sonra salınan) erke, bu dipolün yaydığı erkeye eşit olacağından hesaplanabilir.

Klasik kurama göre ancak ivmelenen yük ışıma yapar, yani erke kaybeder. Erke kaybedeceği için titreşim zamanla söner. İvmelenen elektronun saldığı erke yazılabilir. Ayrıca elektronun hareket denklemi yazılıp çözümlenir. Bu hesaplamalar sonucunda **bir parçacık tarafından soğurulan kesirsel erke, yani parçacık (atom) başına soğurma katsayısı** bulunur. Bunu $\boldsymbol{\alpha}_\nu$ ile gösterirsek

$$\boldsymbol{\alpha}_\nu = (4\pi \mathbf{e^2} / \mathbf{m}c) \left[\boldsymbol{\gamma}\, \nu^2 / 4\pi^2 (\nu_o{}^2 - \nu^2) + \boldsymbol{\gamma}^2 \nu^2 \right]$$

Burada γ ışınım sönüm sabitidir : $\gamma = (8\pi^2 / 3)(\mathbf{e}^2 / \mathbf{m}c^3)\, \nu^2$

Eğer **N**, birim hacimde ν_o frekansı ile titreşen elektronların sayısı ise, **hacim soğurma katsayısı,**

$$\rho\, \kappa_\nu = \mathbf{N}\, \boldsymbol{\alpha}_\nu = \mathbf{N}\, (4\pi \mathbf{e}^2 / \mathbf{m}c) \left[\boldsymbol{\gamma}\, \nu^2 / 4\pi^2 (\nu_o{}^2 - \nu^2) + \boldsymbol{\gamma}^2 \nu^2 \right]$$

olur.

13. 1. Çizgi Soğurma Katsayısı(Devamı)

Özel Durumlar :

1- $\nu >> \nu_o$ ise Thomson saçılması; yukarıdaki formülde ν_o **ihmal edilirse**,

$k' = N\,(4\pi e^2 / mc)\,[\,\gamma\,\nu^2 / (\,4\pi^2\nu^4 + \gamma^2\,\nu^2)]$

$= N\,(4\pi e^2 / mc)\,[\,\gamma / (4\pi^2\nu^2 + \gamma^2\,)]$

$\nu >> \gamma$ olduğundan,

$k' = N\,(4\pi e^2 / mc)\,(\gamma / 4\pi^2\nu^2\,)$

ve $\gamma = (8\pi^2 / 3)(e^2/ mc^3)\,\nu^2$ konursa,

$k' = N\,(8\pi / 3)\,(e^2/ mc^2)^2 = N\ 0.66 \times 10^{-24}\ cm^2$

$= N\,\sigma_e$

olduğu görülür. **N** nin katsayısı bir elektronun **Thomson saçılma kesitidir**. Serbest elektronların ($\nu_o = 0$) neden olduğu Thomson saçılması **O, B yıldızlarında önemlidir**.

13. 1. Çizgi Soğurma Katsayısı(Devamı)

2- $\nu << \nu_o$ **Rayleigh Saçılması** ;

$k' = N\,(4\pi e^2 / mc)\,(\gamma / \nu^2\, 4\pi^2)(\nu / \nu_o)^4 = N\, \sigma_{Thomson}(\lambda_o / \lambda)^4$

Görsel bölgede önemsizdir. **Soğuk yıldızlarda önemlidir**.

3- $\nu \approx \nu_o$ **Rezonans saçılması** ; **Durağan (sabit) bir atomun oluşturduğu çizgi profilini verir.**

$$\nu_o^2 - \nu^2 \cong (\nu_o - \nu)\, 2\nu$$

konursa,

$$k' = N\,(e^2 / mc)(\gamma / 4\pi)\{ 1 / [(\nu - \nu_o)^2 + (\gamma / 4\pi)^2] \} \quad ....(*)$$

elde edilir ki bu, **klasik çizgi soğurma katsayısıdır**. Doğal ya da ışınım sönüm sabiti denilen γ (yüklü parçacığın erke kaybetme hızına bağlıdır) çizginin doğal genişliğini ya da ışıma genişliğini verir. **Formülden görüleceği gibi** $\nu = \nu_o$ için soğurma katsayısı en büyüktür, bunun her iki yanında simetrik olarak azalır. $\Delta\nu = |\nu - \nu_o| = \gamma / 4\pi$ için en büyük değerinin yarısına ulaşır. **Bu nedenle**

$$2\,\Delta\nu = \gamma / 2\pi$$

ye çizginin toplam yarım şiddet genişliği, $\gamma / 4\pi$ ye de yarı genişliği denir. Görüldüğü gibi çizginin biçimini γ sönüm sabiti belirlemektedir.

13. 1. Çizgi Soğurma Katsayısı(Devamı)

Gösterilebilir ki soğurma çizgisinin profili de κ_ν nün grafiğine benzer. Buna **sönümleme kesiti** veya Lorentzien kesiti denir. $\boldsymbol{\Delta x}$ kalınlığındaki (τ_1 **ve** τ_2 **arasında**) ince bir atmosfer tabakası (τ_2 daha yüksek seviyede; bkz. Şekil **13.2**) için,

$$I_\nu(\tau_2) = I_\nu(\tau_1) \exp(-\kappa_\nu \rho \Delta x)$$

$$\approx I_\nu(\tau_1)(1 - \kappa_\nu \rho \Delta x)$$

$$I_\nu(\tau_2) - I_\nu(\tau_1) \approx -\kappa_\nu \rho \, \Delta x \, I_\nu(\tau_1)$$

O halde ışınım tabakayı geçerken ν frekansındaki şiddetin azalması doğrudan κ_ν **ile orantılıdır** (Şekil **13.2** ve Şekil **13.3**). **Maksimum derinliğin yarısında**

$$(\nu - \nu_o)^2 = (\gamma / 4\pi)^2 \quad \text{yani} \quad \nu - \nu_o = \gamma / 4\pi$$

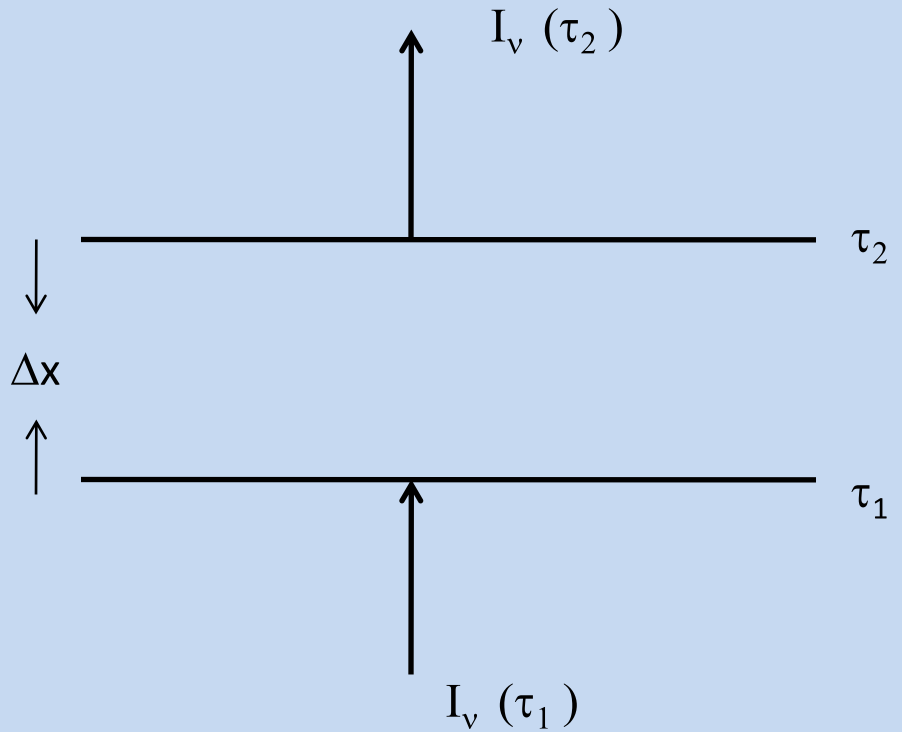
olmalıdır. $\Delta\nu_{1/2} = \gamma / 4\pi$: profilin yarı genişliğidir (Şekil **13.3**)

λ cinsinden, $\Delta\lambda_{1/2} = (c / \nu^2)\, \Delta\nu_{1/2}$; γ nın $\gamma = (8\pi^2 / 3)(\mathbf{e}^2 / \mathbf{m}c^3)\, \nu^2$ **değeri yerine konursa**,

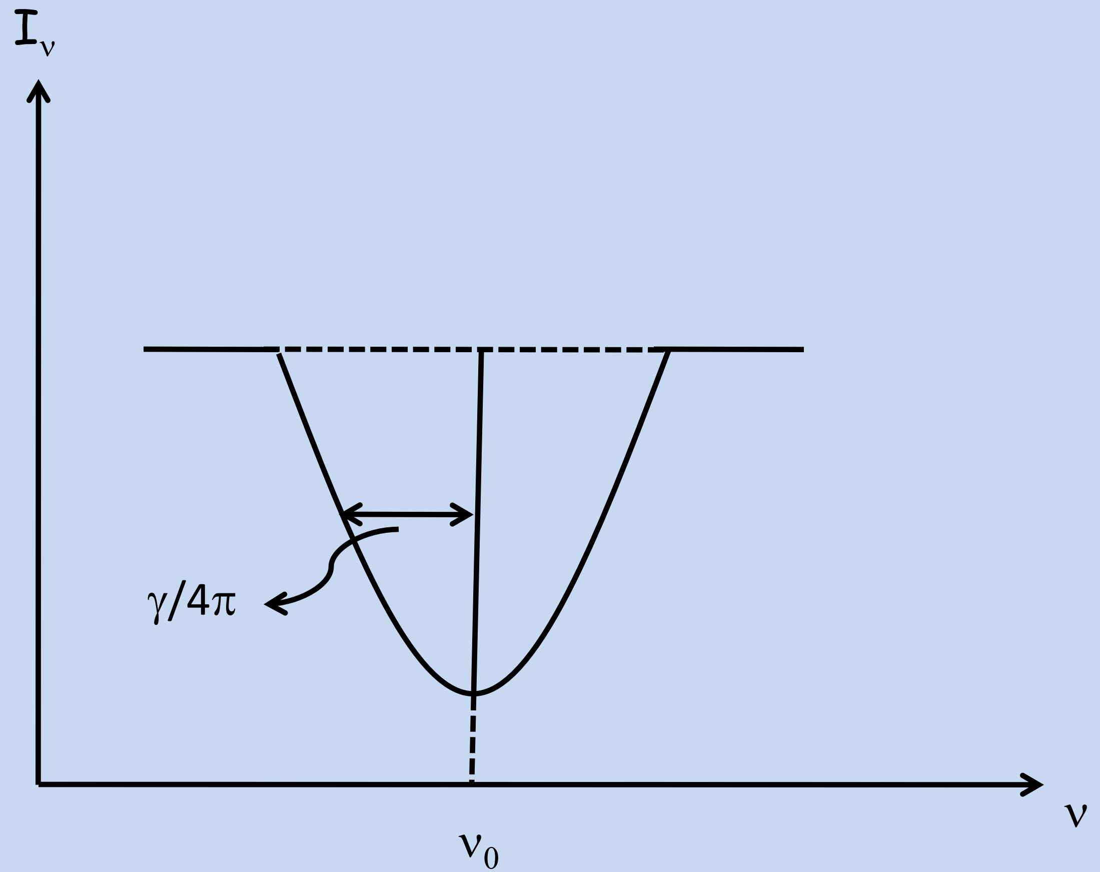
$$\Delta\lambda_{1/2} = (2\pi / 3)\, (\mathbf{e}^2 / \mathbf{m}c^2) = \mathbf{0.00006\ \text{Å}}$$

elde edilir. Bu çok küçük bir değerdir ve bütün çizgiler için aynıdır.

Bunun iki katı çizginin doğal genişliğidir. $2\Delta\lambda_{1/2}$ = **0.00012 Å**



Şekil 13.2. Bir katmandan geçen ışınımın soğurulması.



Şekil 13.3. Bir soğurma çizgisinin yarı-şiddetteki yarı-genişliği.

13. 1. Çizgi Soğurma Katsayısı(Devamı)

Yukarıdaki formülde **k'** hacim soğurma katsayısı, **N** birim hacimde ν_o frekansı ile titreşen bağlı elektronların sayısıdır. Eğer I_ν eşyönlü ışınım yeğinliği ise **birim hacimde** ve $d\nu$ frekans aralığında birim uzay açıda soğurulan erke

$$\mathbf{N}\,\alpha_\nu I_\nu d\nu$$

olacaktır. Çizgi tarafından soğurulan erke ise şöyle olacaktır:

$$\mathbf{N}\int \alpha_\nu I_\nu d\nu$$

I_ν çizgi boyunca değişmezse,

$$\mathbf{N}\, I_\nu \int_0^\infty \alpha_\nu d\nu = \mathbf{N}\, I_\nu \int \alpha_\nu d\nu = \mathbf{N}\, I_\nu\, (\pi \mathbf{e}^2 / \mathbf{m}c)$$

olur. Çünkü

$$\int_0^\infty \alpha_\nu d\nu = (\mathbf{e}^2 / \mathbf{m}c) \int_{-\infty}^{+\infty} [(\gamma/4\pi) / (\nu - \nu_o)^2 + (\gamma/4\pi)^2]\, d(\nu - \nu_o)$$

Son integral,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (a / x^2 + a^2)\, dx = \mathrm{Arc\ tg}\,(x/a)\,\Big|_{-\infty}^{+\infty} = \pi$$

olduğundan,

$$\int_0^\infty \alpha_\nu d\nu = (\pi \mathbf{e}^2 / \mathbf{m}c)$$

bulunur.