

# 14. BÜYÜME EĞRİSİ

Yıldız atmosferlerinin temel sorunu sürekli tayftaki erke dağılımını ve soğurma çizgilerinin profillerini doğru olarak veren kuramı geliştirmek ve bu kuramdan yıldız atmosferlerindeki fiziksel koşulları belirlemektir. **Fiziksel koşulları belirlemek** ; kimyasal bileşimi, **sıcaklığı**, **yoğunluğu**, **iyonlaşma durumunu** ve yüzey çekim ivmesini hesaplamak demektir. Bunun için hem çizgi profili kuramı, hem de çizgi için geçiş denkleminin çözümü bilinmelidir.

Eğer soğurma katsayısı, frekansın veya dalgaboyunun fonksiyonu olarak bilinirse, **soğurma çizgisinin biçiminin yani içindeki erke dağılımının hesap edilebileceği daha önce gösterilmişti**. Gözlemsel olarak bir çizgi profili ve çizginin eşdeğer genişliği ölçülebilir. İşte sorun **bu profil veya eşdeğer genişlikten ne öğrenebileceğimiz sorundur**. Çizgi tayfının incelenmesi önce hemen nitel bir analiz imkanı sunar : laboratuvarında alınan tayflarla karşılaştırma yaparak soğurma çizgilerini oluşturan elementler tanınabilir. İkinci olarak bir çizginin şiddetinin doğal olarak onu meydana getiren soğurucu atomların sayısına bağlı olduğunu varsayarak, bir nicel analiz yapma imkanı doğar. Diğer taraftan Saha ve Boltzmann yasalarına göre, bir elementin belli bir iyonlaşma ve belli bir uyarılma erkesine karşılık gelen bir frekansta soğurabilen **atomların sayısı**, **elektron basıncına** ve **sıcaklığa** bağlıdır. **Sonuç olarak tayf çizgilerinin varlığı ve şiddeti, bir yıldız atmosferinin bu iki temel parametresi hakkında da bilgi verebilir.**

**İki şekilde bilgi edinilebiliyor :**

- 1-)  $I = f(v - v_0)$  grafiğinden, yani profilden
- 2-) **Toplam şiddet (eşdeğer genişlik)'ten**

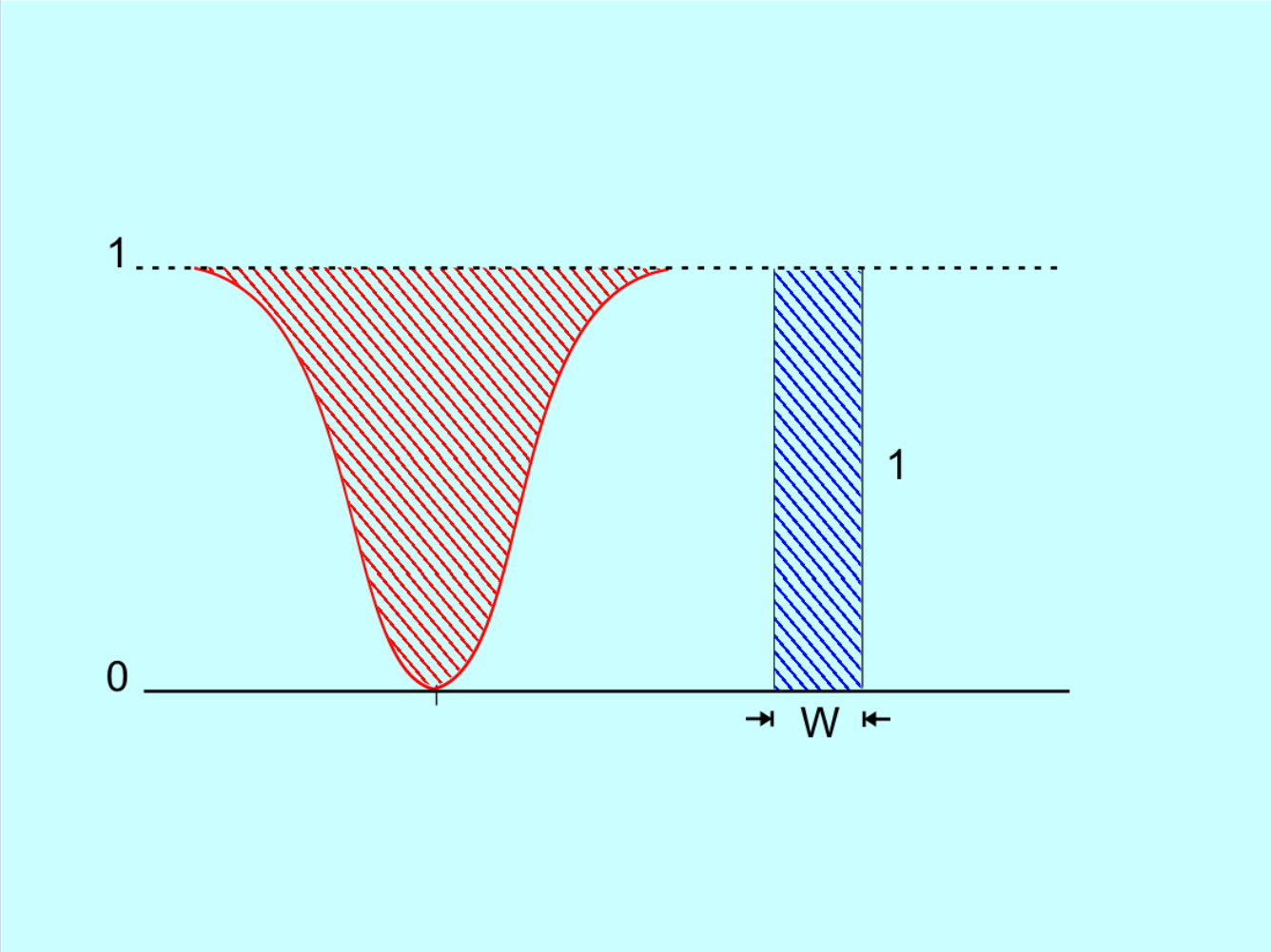
## 14. BÜYÜME EĞRİSİ(Devamı)

Birinci yöntem kuramsal olarak daha çok bilgi verir ama uygulamada, zayıf ve orta şiddetteki çizgilere uygulanması sakıncalıdır. Çünkü tayfçelerin ayırma gücü sınırlı olduğundan çizginin gerçek profilini aletsel profile çevirir.

İkinci yöntem ise aletlerin sınırlı gücünden çok daha az etkilendiğinden daha çok kullanılır.

Bir **sürekli tayf üzerinde** zayıf (yeğlinliği az olan) bir soğurma çizgisi düşünelim. Bu çizginin eşdeğer genişliğini ölçerek yeğlinliği hakkında bilgi edinilebilir. Onun yeğlinliğini **W eşdeğer genişliği** olarak belirleyebiliriz. Eşdeğer genişlik, dikdörtgen kesitli tamamen siyah bir çizginin genişliğidir (bkz. Şekil 14.1). Çizgi kesitinin her bir noktasında  $I_v / I_o$  ölçülür ve **frekans birimlerinde eşdeğer genişlik şöyle tanımlanır** :

$$W_v = \int \frac{I_o - I_v}{I_o} \cdot d\nu \quad \dots(1)$$



Şekil 14.1. Bir tayf çizgisinin şiddeti ve eşdeğer genişliği.

# 14. BÜYÜME EĞRİSİ(Devamı)

Bir ışık demetinin, uzunluğu  $h$ , yoğunluğu  $\rho$  ve soğurma katsayısı  $k$  olan bir ortamdan geçtiğinde,

$$I = I_0 e^{-hk\rho} = I_0 e^{-hN\alpha}$$

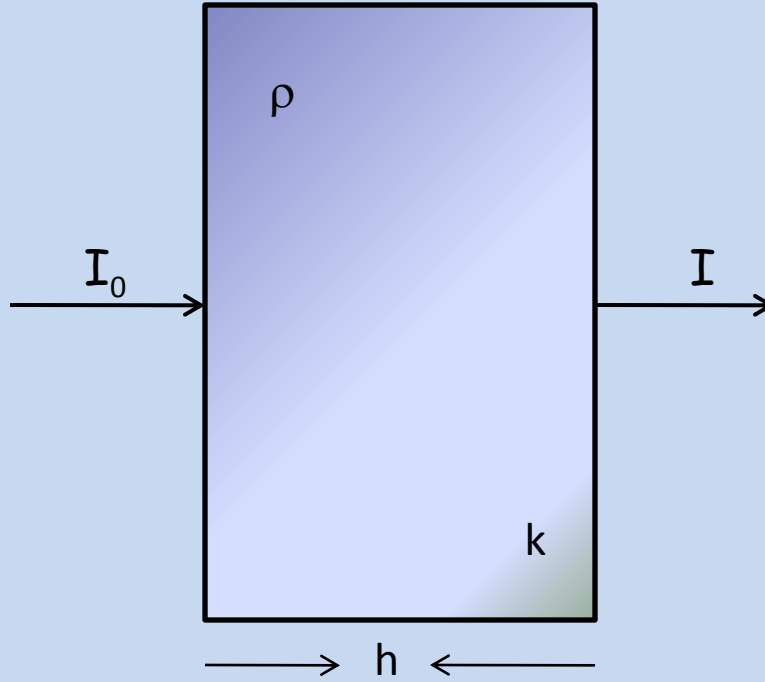
yasasına göre yeğlinliği azalacaktır (bkz. Şekil 14.2). Burada,  $N$  cm<sup>3</sup> deki atom sayısı ve  $\alpha$ , atom başına soğurma katsayısıdır.  $k$  ve  $\alpha$  nın her ikisi de frekansa bağlıdır. Eğer katmanın optik kalınlığı küçük ise,  $I$  yeğlinliği,

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots$$

gibi seriye açılabilir ve

$$I = I_0 (1 - hN\alpha + \text{küçük terimler})$$

şeklinde yazılabilir. Eğer  $\nu_0$  frekansında atom başına  $f$  osilatörü varsa ve  $f$  göz önüne alınırsa,



Şekil 14.2. Soğurma nedeniyle ışınım şiddetindeki azalma.

## 14. BÜYÜME EĞRİSİ(Devamı)

$$\int_0^{\infty} \alpha_{\nu} d\nu = \frac{\pi e^2}{mc} \cdot f \quad \text{ve} \quad \bar{k} = \frac{\pi e^2}{mc} Nf$$

idi. Buradan

$$\rho h \int k d\nu = hN \int \alpha d\nu = hN \frac{\pi e^2}{mc} f = \int \frac{I_o - I_{\nu}}{I_o} d\nu = W_{\nu}$$

Dalgaboyu birimleri cinsinden,

$$W_{\lambda} = \frac{\lambda_o^2}{c} W_{\nu} \quad \dots (2)$$

ve

$$W_{\lambda} = hN \lambda_o^2 \frac{\pi e^2}{mc^2} f \quad \dots (3)$$

elde edilir.

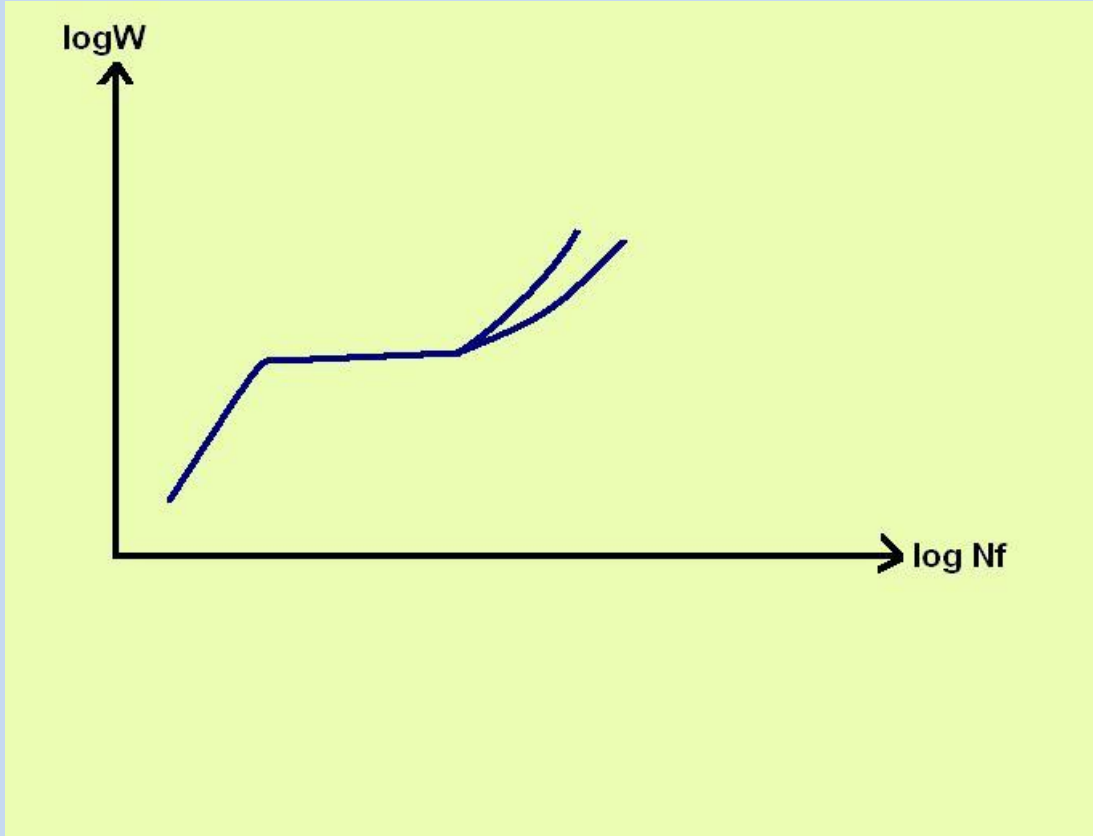
# 14. BÜYÜME EĞRİSİ(Devamı)

Buradan, eğer  $N$  gaz basıncından ( $P = NkT$ ) bulunabilir ve  $W_\lambda$  ölçülebilirse, söz konusu  $\lambda$  için  $f$  nin salt değeri elde edilebilir. Bazı durumlarda  $N$  bilinmeyebilir. Eğer  $N$  bilinmiyorsa  $f$  nin yalnızca görelî değerleri olan  $Nf$  değerleri bulunabilir. Zayıf çizgilerin kullanılması gerektiği unutulmamalıdır.

Uygulamada ideal koşullarda soğurucu gaz katmanı (bütün dalgaboylarındaki optik derinliği 1 den çok küçük olan) bulmak zordur, ve  $W - Nf$  bağıntısının (büyüme eğrisi) doğrusallığından sapmalara göz yumulur. Şekil 14.3 de büyüme eğrisinin grafiği gösterilmektedir.

**Büyüme eğrisinin önemi** :  $f$  lerin deneysel ölçümü için tek yoldur.  $f$  nin saptanması kuantum kuramının bir bakıma denetlenmesidir ve soğurma miktarının hesaplanmasıdır.

Bir çizginin profilinden bilgi elde etmek için önce bir model atmosfer oluştururlur. Sonra sürekli tayfta olduğu gibi ışınım geçiş denklemi çizgiyi içine alan frekans aralığında çözülerek  $I_\nu(0, \theta)$  fonksiyonu bulunur. Bu şekilde diskin her noktası için kuramsal profil saptanır ve bu, gözlemsel profil ile karşılaştırılır. Tabii bu Güneş için mümkündür.



Şekil 14.3. Büyüme eğrisi.



# 14. BÜYÜME EĞRİSİ(Devamı)

Yıldızlarda ise,

$$F_{\nu}(0) = \int_{\omega} I_{\nu}(0, \theta) \cos \theta d\omega$$

bulunup, gözlenmiş profillerle karşılaştırılır.

Yıldız modeli, gözlemlerle hesap arasında en iyi uyum sağlanıncaya kadar değiştirilirse, hangi atmosfer modelinin gerçeğe yakın olduğu söylenebilir.

**Şimdi şu sorulara yanıt arayalım :**

- 1- Soğurma çizgileri hangi tabakalarda (ters çeviren tabakada veya bütün atmosferde) ve hangi mekanizma ile (soğurma veya saçılma) oluşmaktadır ?
- 2- Bir çizgi bize bir elementin bolluğu hakkında ne gibi bilgiler verir ve bunu elde etmek için kullanılan yöntemler ve atmosferdeki koşullar nelerdir ?

# 14. BÜYÜME EĞRİSİ(Devamı)

Önce biliyoruz ki sürekli soğurmaya neden olan katmanlar **çizgi oluşumuna da katkıda bulunurlar**. Bir başka deyişle **çizgideki bilgi bütün katmanların toplamıdır**.

Işınım geçiş denkleminin çizgi soğurma katsayısı da göz önüne alınarak çözümü matematik olarak mümkün değildir. Çünkü  $l_v$ ,  $\kappa_v$  ve  $\alpha_v$  nün  $\tau$  ya bağlılığı bilinmiyor. Ancak bazı basitleştirmeler ve  $l_v$ ,  $\kappa_v$  ve  $\alpha_v$  nün  $\tau$  ya bağlılığı için varsayımlar yapılarak çözüme gidilir. Bu varsayımlar değişik yıldız atmosferi modellerinin yapımına götürür. Çeşitli modellere dayanarak hesaplanmış çizgi profillerinin gözlenmiş olanlarla karşılaştırılması, bu modellerden hangisinin gerçeğe daha yakın olduğunun söylemeye imkan verir.

## 14.1 Bir Çizginin Şiddetini Belirleyen Parametreler :

Bir yıldızda belli bir elementin X atomu vardır. Bunlardan sadece belli bir yüzdesi çizginin oluştuğu frekansta soğurma yapabilir :

- Önce çizgiye ait iyonlaşmış durumdaki atomların yüzdesini bulmak gerekir. Bu oran (yüzde)  $T$  ve  $P_e$  ye bağlıdır (**Saha yasası**).
- İyonlaşmış durumda bulunan bu atomlardan sadece çizginin oluştuğu geçişin alt düzeyinde bulunan atomlar o çizgide soğurma yapabilirler. **Bu atomların yüzdesi de Boltzmann yasası ile bulunur**.

# 14. BÜYÜME EĞRİSİ(Devamı)

Yani bir elementin yıldızda bulunan X atomlarının o özel iyonlaşma ve uyarılma durumunda bulunanları verilen çizgide soğurma yapmaya muktedirdir. Bu yüzden de Saha ve Boltzmann yasaları ile bellidir, ancak bu yasalar termodinamik dengede geçerli olduğundan yıldız atmosferlerinin bu dengeden fazla ayrılmadığı kabul edilir.

Ayrıca bir elementin yıldızda bulunan X atomlarının sadece yıldızın atmosferindekiler yani ışınımın kaçabildiği yüzey tabakalarındaki soğurma çizgilerinin oluşumuna katılıyorlar. Yıldızlardaki donukluk kaynağı hemen hemen sadece Hidrojen atomunun serbest – serbest ve bağlı – serbest geçişleri olduğundan, daha sıcak yıldızlarda (B, A), H hemen hemen tamamen iyonlaştığı için, Güneş tipi yıldızlardan çok daha donuktur. Farklı türdeki yıldızların atmosferik derinlikleri arasındaki bu farklılıklar çizgilerin şiddetleri üzerinde çok etkili olacaktır.

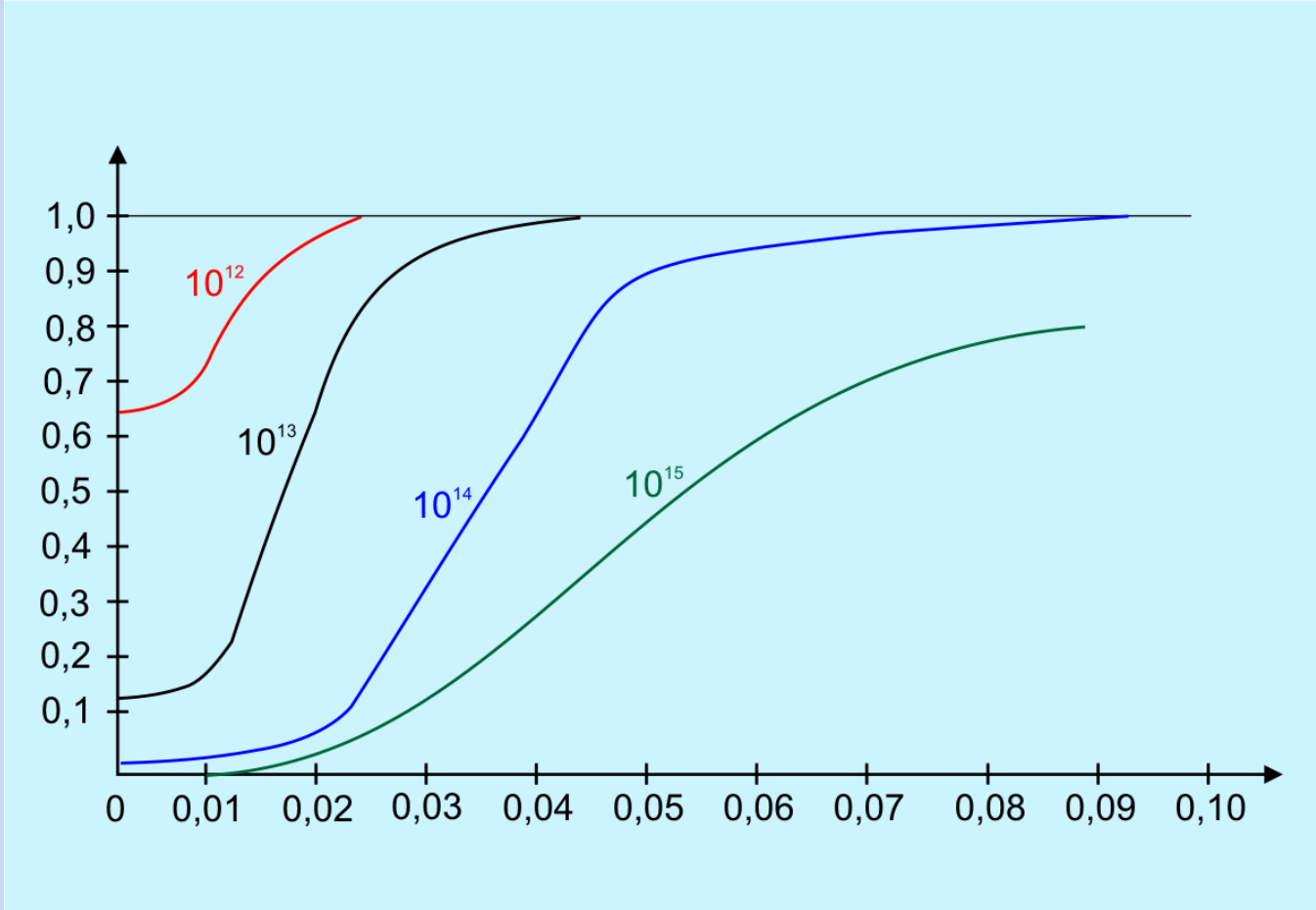
Sonuç olarak, atmosferik derinliği donukluğa bağlı olarak belirlenmiş bir yıldız için eğer biz bir çizginin şiddetini, soğurucu atomların N sayısının değişmesine bağlayan yasayı bilirsek, gözlenen şiddetten N yi ve N den de Saha ve Boltzmann yasalarıyla ( T ve  $P_e$  nin bilindiği varsayımı ile ) atmosferde bulunan elementlerin atomlarının toplam sayılarını bulabiliriz.

# 14. BÜYÜME EĞRİSİ(Devamı)

Bir çizginin toplam şiddetinin soğurucu atomların sayısına bağlı değişimini veren yasaya **BÜYÜME EĞRİSİ** denir.

Büyüme eğrisinin anlamı nedir ? Bir yıldız atmosferine bir elementin, örneğin Fe nin gittikçe daha çok sayıda atomlarını soktuğumuzu varsayalım. Fe I in **4045.80** çizgisinin durumu incelenirse şu özellikler gözlenir :

Atom sayısı az iken,  $N\alpha_v \ll 1$ , çizgi süreklilik üzerinde çok küçük bir çökme olarak görülür. Atom sayısı arttıkça çizgi hafifçe genişler ve derinleşir. **SS** modelinde (**SS** : Schuster – Schwarzschild) ve tamamen saçan bir atmosferde, merkezi şiddet sıfıra yaklaşır. Sonra oldukça geniş bir  $N\alpha_v$  aralığı için eşdeğer genişlik, **N** nin artmasıyla yavaşça artar. **N** artmaya devam ederse, sönmüleme bölgesinde soğurma önemli hale gelir ve çizginin kanatları genişler. Eğer teorik profiller **N** nin  $N = 10^{12}$ ,  $10^{13}$ ,  $10^{14}$ ,  $10^{15}$  değerleri için hesaplanırsa Şekil **14.4** te gösterilen durumlar elde edilir.  $N = 10^{13}$  te sönmüleme nedeniyle kanatlar hafifçe görülmeye başlar. **N** daha da artarsa eşdeğer genişlik yine artar ama bu kez  $\sqrt{N}$  ile orantılı olarak artar.



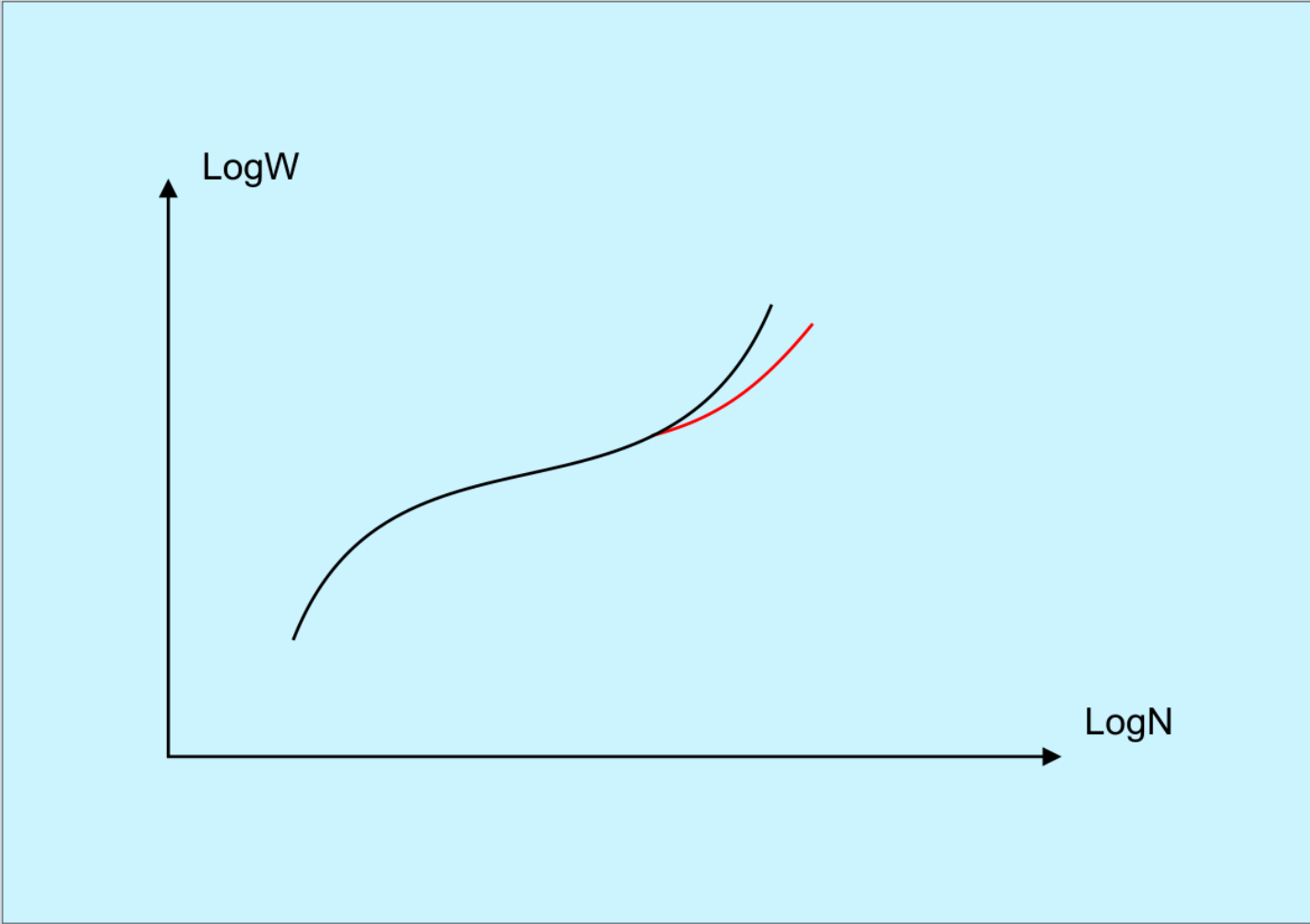
Şekil 14.4. Atom sayısına bağlı çizgi şiddetindeki değişim ve doymuş çizgi profili.

# 14. BÜYÜME EĞRİSİ(Devamı)

Eğer **profillerin alanları ölçülür** ve **N** nin **fonksiyonu** olarak işaretlenirse, **örneğin Fe I in 4045.80 çizgisi için büyüme eğrisi elde edilir**. Belli bir  $N_0$  (=  $10^{13}$ ) değerine kadar **W**, **N** ile orantılı olarak artar. Bu kola Doppler kolu denir ve **N** nin bu değerleri için çizginin kanatları yoktur. **Profil Doppler profilidir**. Sonra bir aralıkta **N** nin artmasıyla, **W** hemen hemen sabit kalır ; **N** daha da fazla artarsa **W** yine artmaya başlar ama  $\sqrt{N}$  ile orantılı olarak artar (Şekil 14.5).

Pratikte tek bir çizgi için  **$\log N \alpha_\nu$**  ve  **$\log W$**  arasındaki bağıntı ile ilgilenilmez. Genelde verilen bir elementin, verilen bir düzeyinden geçişlerle oluşan çizgilerin **W leri** ölçülür. Bu çizgilerin **f** değerleri gerek teorik, gerekse deneysel çalışmalarla bulunmaktadır. Böylece  **$\log f$**  lere karşılık  **$\log W$**  leri işaretleyerek **gözlemsel büyüme eğrisi** elde edilir. **Şimdi işin uygulamasına geçmeden önce büyüme eğrisinin teorisini kısaca görelim.**

Bir çizginin teorik olarak profilinin elde edilmesi bu çizginin  **$\nu$  frekansı** civarında geçiş denkleminin çözümü ile mümkün. Ancak çeşitli yaklaşımlar ve modellerle problemin çözümüne gidilmiştir :



Şekil 14.5. Büyüme eğrisinde sönmleme kolları.

# 14. BÜYÜME EĞRİSİ(Devamı)

Menzel'e göre eğer bir çizgi, **SS** modeline uygun ve **sırf soğurma** ile olmuşsa

$$1 - R_v = \frac{I_v}{I_{vs}} = e^{-\tau_v} = e^{-N\alpha_v}$$

yazılabilir ( **N** ; 1 cm<sup>2</sup> tabanlı, **h** yüksekliğinde bulunan **soğurucu atomların sayısıdır**,  
ve

$$\tau_v = -\int_h^0 \kappa_v \rho dx = \kappa_v \rho h$$

dir). **I<sub>v</sub> / I<sub>vs</sub>** gözlemlerle bulunup gözlemsel profil elde edilebilir. **α<sub>v</sub> teorik olarak hesaplanırsa teorik I<sub>v</sub> / I<sub>vs</sub> değerleri hesaplayıp elde edilen teorik profili gözlenmiş profil ile karşılaştırarak N değeri belirlenebilir.**

Ancak bir çizgi **sırf soğurma** ile meydana gelmiyor. Hem saçılma ve hem soğurma için **Minnaert deneysel bir formül** veriyor :

$$\frac{1}{R_v} = \frac{1}{\alpha_v N} + \frac{1}{R_o}$$



# 14. BÜYÜME EĞRİSİ(Devamı)

Menzel çizginin **sırf saçılma** ile meydana geldiği zaman **çizgi derinliğinin SS modelinde** şu şekilde olduğunu gösteriyor ;

$$\frac{I_{\nu}}{I_{\nu s}} = \frac{1}{1 + N\alpha_{\nu}}$$

Bu durumda (**çizgi simetrik**),

$$W_{\nu} = \int_0^{\infty} R d\nu = \int_0^{\infty} \frac{N\alpha_{\nu}}{1 + N\alpha_{\nu}} d\nu$$

Burada  $\alpha_{\nu}$  için **yaklaşık bir formül** kullanırsak :

$$\alpha_{\nu} = \frac{\pi e^2}{mc} f \left[ \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{c}{\nu_o \nu_o} e^{-\left(\frac{c}{\nu_o}\right)^2 \left(\frac{\nu - \nu_o}{\nu}\right)^2} + \frac{\gamma}{4\pi^2 (\nu - \nu_o)^2 + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2} \right]$$

# 14. BÜYÜME EĞRİSİ(Devamı)

Bu yaklaşımda, çizginin merkezinde yalnız Doppler etkisi (çünkü  $\alpha_v(\text{Doppler}) \gg \alpha_v(\text{sönümlenme-damping})$ ), kanatlarda ise yalnız sönümlenme etkisi göz önüne alınmıştır. Böylece ilk terim çizginin merkezi kısmında, ikinci terim kanatlarda kullanılmıştır.

$$X_o = \frac{N\pi e^2}{mc} f \frac{c}{\sqrt{\pi v_o v_o}} = N\alpha_o$$

koyarsak,  $X_o$  çizginin merkezindeki soğurmayı gösterir. Burada  $\alpha_o$  sönümlenme sıfır iken çizginin merkezindeki ( $v = v_o$ ) soğurmadır.

1-  $X_o \leq 0.1$  olduğu zaman ( yani zayıf çizgiler için )  $\alpha_v$  eşitliğinin ikinci tarafı ihmal edilebilir.  $W_\lambda$  yı veren yukarıdaki integral alınırsa,

$$\frac{W}{\lambda} \cong \sqrt{\pi} \frac{v}{c} X_o$$

elde edilir.

# 14. BÜYÜME EĞRİSİ(Devamı)

2-  $X_o \gg 1$  olduğu zaman  $\alpha_v$  nün ilk terimi ihmal edilip  $W_\lambda$  yı veren integral alınırsa

$$\frac{W}{\lambda} \cong \frac{\pi^{1/4}}{2} \left[ X_o \frac{v}{c} \frac{\gamma}{v_o} \right]^{1/2}$$

olduğu bulunur.

3-  $X_o$  'ın ara değerleri için nümerik integrasyon da

$$\frac{W}{\lambda} \cong \frac{2v}{c} (\ln X_o)^{1/2}$$

vermektedir.

# 14. BÜYÜME EĞRİSİ(Devamı)

O halde teorik büyüme eğrisi üç kol ile karakterize edilmiş olacaktır :

$$\log \frac{W}{\lambda} \cdot \frac{c}{v} \cong \log \sqrt{\pi} X_o$$

$$\log \frac{W}{\lambda} \cdot \frac{c}{v} \cong \log \left[ 2\sqrt{\ln X_o} \right]$$

$$\log \frac{W}{\lambda} \cdot \frac{c}{v} \cong \log \frac{\pi^{1/4}}{2} \sqrt{X_o Z}$$

Burada

$$Z = \frac{\gamma}{v} \cdot \frac{c}{v}$$

$$X_o = \frac{\pi e^2}{mc} \cdot \frac{c}{\sqrt{\pi} v_o v_o} \cdot Nf$$

ve  $C$  sabit alarak,

$$\log X_o = \log N + \log f + \log C$$

dir.

# 14. BÜYÜME EĞRİSİ(Devamı)

Birinci kolda  $W / \lambda$  ,  $Nf$  ile orantılı ve çizgi, sönümlenme kanatları olmayan Doppler profili verir. İkinci kolda  $W / \lambda$  ,  $Nf$  ile çok yavaş artıyor. Doppler merkezi (çekirdek) doymuştur, fakat soğurucu atomlar sönümlenme soğurmasının etkin olması için yeterli miktarda değildir. Düz kol, soğurucu atomların sayısı gazın kinetik sıcaklığına bağlı belli bir değere erişince başlar. Kinetik sıcaklık ne kadar yüksek ise çizginin merkezinden daha da büyük uzaklıklarda soğurma yapabilen atomların sayısı da o kadar büyük olur. Dolayısıyla kinetik sıcaklığın artmasıyla Doppler merkezi (core) daha büyük sayıda atom için doymuş hale gelir. Üçüncü kolda  $W / \lambda$  ,  $(Nf)^{1/2}$  ile orantılıdır ve  $\gamma$  nın farklı değerleri için bir eğri ailesi elde edilir.

Unsöld, atmosfer için SS modelini kabul etti.  $R_v$  için formülü, soğurma çizgilerinin yalnızca saçılma ile meydana gelmediğini hesaba katarak değiştirdi. Yani  $R_o < 1$  idi. Minnaert'in saçılma ve soğurmayı da içeren deneysel olarak bulunduğu ifade şöyledir :

$$\frac{1}{R_v} = \frac{1}{NH\alpha_v} + \frac{1}{R_o}$$

# 14. BÜYÜME EĞRİSİ(Devamı)

Menzel'in  $N$  ile gösterdiği fotosfer üzerindeki atom sayısı, burada  $NH$  dir.  $H$  fotosferin yüksekliği olduğuna göre  $N$ ,  $1 \text{ cm}^3$  deki atom sayısı,  $NH$  da tabanı  $1 \text{ cm}^2$  ve yüksekliği  $H$  olan bir silindir içindeki atomların sayısıdır. Sırf saçılma halinde  $R_o = 1$  olur ve bu ifade Menzel'in formülüne dönüşür :

$$\frac{1}{R_v} = \frac{1}{NH\alpha_v} + 1 \quad , \quad 1 - \frac{I_v}{I_{vs}} = \frac{NH\alpha_v}{1 + NH\alpha_v}$$
$$\frac{I_v}{I_{vs}} = \frac{1}{1 + NH\alpha_v}$$

$R_o < 1$  için Minnaert'in formülü soğurmayı da hesaba katar. Soğurucu atomların sayısı çok küçük ise

$$NH\alpha_v \ll R_o$$

olur ve yukarıdaki eşitlik şu hale gelir :

$$R_v = NH\alpha_v \quad , \quad \frac{I_v}{I_{vs}} = 1 - NH\alpha_v$$

# 14. BÜYÜME EĞRİSİ(Devamı)

Eğer **sırf soğurma** halindeki

$$\frac{I_v}{I_{vs}} = e^{-NH\alpha_v}$$

eşitliğini seriye açar ve  $NH\alpha_v$  nin ikinci kuvvetini ihmal edersek,  $NH$  'ın çok küçük olması halinde elde edilen yukarıdaki eşitlik bulunur.

**Wrubel**, farklı  $B_0 / B_1$  değerleri için çeşitli eğri aileleri elde etti. Bunlar şekil olarak hemen hemen aynıdır ve  $x$  eksenini boyunca kaydırılarak çakıştırılabilirler.  $B_0$  ve  $B_1$ ,  $T_0$  ve  $v$  nün bir fonksiyonu olduğundan ve bir yıldız için  $T_0$  sabit olduğundan, farklı tayf bölgesinde aynı  $\log (W / b)$  değerine karşılık gelen  $\log \eta_0$  değerlerindeki farklılık, atmosferik opasitenin  $v$  ile değiştiğini gösterir.

# 14. BÜYÜME EĞRİSİ(Devamı)

## 14.2. Yıldız Tayflarının Analizinde Büyüme Eğrisinin Kullanımı

Kuramsal büyüme eğrisinin hesaplanmasında sadece Doppler ve doğal genişleme göz önüne alındığından, Balmer çizgilerine veya He çizgilerine uygulanamazlar. Çünkü bunlar Stark etkisine duyarlıdır. Bu iki elementin eşdeğer genişliklerinin yorumu daha sonra tartışılacaktır.

Yukarıda belirtildiği gibi kuramsal olarak hesaplanan büyüme eğrisi

$$\log \frac{W_\lambda}{\Delta\lambda_D} = \log \frac{W_\lambda}{\lambda} \cdot \frac{c}{v_o}$$

değerini  $\log X_o$  in fonksiyonu olarak vermektedir. Burada

$$X_o = Na_o = \frac{\sqrt{\pi}e^2}{mc} \cdot Nf \cdot \frac{1}{\Delta\nu_D} = \frac{\sqrt{\pi}e^2}{mc} \cdot Nf \frac{c}{v_o v_o}$$

olup  $v_o$  çizgiyi oluşturan atomların ortalama rasgele hızıdır.



# 14. BÜYÜME EĞRİSİ(Devamı)

Bir yıldızın tayfındaki çizgilerin eşdeğer genişliklerinden gözlemsel büyüme eğrisini bulalım. Tek bir çizgi ile büyüme eğrisinin elde edilemeyeceği açıktır. Çünkü bir çizgi için  $N_i f_i$  nin tek bir değeri vardır. Büyüme eğrisi elde etmek için bir dizi  $N_i f_i$  değeri için gözlenmiş  $W_\lambda$  lar gerekmektedir. Böyle bir bağıntı, merkez dalgaboyu  $\lambda_o$  ları hemen hemen aynı,  $N_i$  leri aynı fakat  $f_i$  leri farklı çizgilerden bulunabilir. Her  $f_i$ , büyüme eğrisinde farklı bir nokta verir. Bir “multiplet (yani çoklu)” bu özellikleri sağlayan çizgiler verir.  $X_o$  'ı şöyle yazabiliriz :

$$\log X_o = \log C + \log N_i + \log f_i$$

$$\text{Burada } C = \frac{\sqrt{\pi} e^2}{mc} \cdot \frac{\lambda_o}{v_o} = \text{sabit}$$

**Çoklunun (Multipletin) her çizgisi için  $W_\lambda$  ölçülür.** Sonra  $\log (W_\lambda / \lambda)$  ,  $\log f_i$  ye karşı noktlanır. Bu şekilde bir dizi nokta elde edilir.

# 14. BÜYÜME EĞRİSİ(Devamı)

Ancak genellikle bir **çoklu (multiplet)** tam bir büyüme eğrisi verecek kadar çizgiye sahip değildir ve **başka çoklular da** kullanılmalıdır. Bu farklı çoklular büyüme eğrisinin farklı kısımlarını verirler. Ancak **her kısım yatay eksen boyunca diğerine göre kaymış** olur. Bu **kısımlar yatay eksen boyunca paralel kaydırılıp çakıştırılarak** tek bir büyüme eğrisi elde edilir.

Şimdi bu gözlemsel büyüme eğrisini kuramsal eğri ile karşılaştıralım. Kuramsal eğride dikey eksen  $\log [(W_\lambda / \lambda)(c / v_o)]$ , yatay eksen  $\log X_o$  dir. Bu **iki eğri**, yatay ve dikey kaydırmalarla çakıştırılabilir. **Düşey kayma miktarı**  $\log (c / v_o)$  'ı verecektir. Buradan  $v_o$  hızı **hemen hesaplanır**. **Bulunan bu değer en olası ısısal hız**  $v_{ISI} = (2kT / m)^{1/2}$  ile **karşılaştırılır** (  $T$  uyarma sıcaklığıdır). **Çoğunlukla**  $v_{ISI} < v_{BE}$  **bulunmaktadır**. Bunun için atmosferde ek bir **“çalkantı hızı = mikrotürbülans”** olduğu varsayılır ve,

$$v_o = \left( \frac{2kT}{m} + v_{cal}^2 \right)^{1/2}$$

den  $v_{cal}$  hızı da **hesaplanır**. Kuramsal eğri ile gözlemsel eğri arasındaki **yatay fark**,  $N_i$  **değerini verecektir**. Çünkü **dikey kaydırmadan**  $v_o$  ve dolayısıyla  $C$  bilinmektedir.

# 14. BÜYÜME EĞRİSİ(Devamı)

Büyüme eğrisinin daha doğru kullanma biçimi,  $N_i$  için Boltzmann dağılımını kullanmaktır.

$$N_i = N_{r,i} = \frac{N_r}{U_r(T)} \cdot g_i e^{-\chi_i/kT}$$

$N_r$  , r defa iyonlaşmış atomların sayısı,  $g_i$  alt düzeyin istatistik ağırlığı,  $\chi_i$  uyarma potansiyeli,  $T$  uyarma sıcaklığı,  $U_r(T)$  ise bölünme fonksiyonudur.

$$\log X_o = \log \left[ \frac{\sqrt{\pi} e^2}{mc} \cdot N_i f_i \cdot \frac{\lambda_o}{v_o} \right]$$

$$\log X_o = \log \left[ \frac{\sqrt{\pi} e^2}{mc} \cdot \frac{N_r g_i f_i \lambda_o}{v_o} \frac{e^{-\chi_i/kT}}{U_r(T)} \right]$$

$$= \log \left[ \frac{\sqrt{\pi} e^2}{mc} \cdot \frac{N_r}{U_r(T)} \cdot \frac{1}{v_o} \right] + \log(g_i f_i \lambda_o) - \frac{\chi_i}{kT} \cdot \log e$$

$$= \log[C] + \log g_i f_i \lambda - \chi_i \theta_{exc}$$

# 14. BÜYÜME EĞRİSİ(Devamı)

Burada  $\theta = 5040 / T_{exc}$  ,  $\chi_i$  artık eV birimindedir. Gözlemsel büyüme eğrisi elde etmek için her çizgiye ait  $\log (W_\lambda / \lambda)$  yı  $(\log gf\lambda - \chi_i \theta)$  ya karşı noktalanır. Farklı çizgilerin aynı bir eğri oluşturması için en uygun  $\theta$  seçilir (ortalama etrafında en az saçılmayı veren  $\theta$ ). Bu uyarma sıcaklığını verecektir ve çizgi oluşturan bölgeyi temsil eden sıcaklıktır. Farklı çizgiler farklı derinlikte oluşmuş ise tek  $\theta$  bulmak mümkün olmayabilir.

Yukarıda belirtildiği gibi yine kuramsal eğriye göre dikey kaydırma  $v_o$  'ı verecektir. Yatay fark ise

$$\log X_o - [\log gf\lambda - \chi\theta] = \log C$$

yi verecektir. Buradan da  $N_r$  hesaplanır. Tabii  $U_r(T)$  yi yerine koymak koşulu ile.

Düşey ve yatay kaydırmalarda büyüme eğrisinin lineer ve düz kısımları kullanılır. Bir dizi hesaplanmış büyüme eğrilerinden, gözlenen ve hesaplanan "sönüm bölgesi"nin karşılaştırılması da

$$z = \frac{\gamma}{v} \cdot \frac{c}{v}$$

yi verecektir.  $c / v$  önceden bulunduğu göre buradan  $\gamma$  hesaplanır, bu da kuramsal  $\gamma$  ile karşılaştırılabilir.

# 14. BÜYÜME EĞRİSİ(Devamı)

**Not :** Belli bir  $L$  (toplam açısal momentum) ve  $S$  (spin moment) için atomik enerji düzeyleri  $J$  nin farklı değerlerine göre ince yapı düzeylerine bölünürler.  $J$  nin değerleri  $S$  nin  $L$  ye göre yönelmesine bağlıdır. İki ana düzeyin ince yapı düzeyleri arasındaki geçişlerle meydana gelen çizgiler bir çoklu (multiplet) oluşturur.