

Kon Düzenekleri Arasındaki Dönüşümler:

1.) Ufuk kon düzeneği ile Saat kon düzeneği arasındaki dönüşüm

Ufuk K. S.

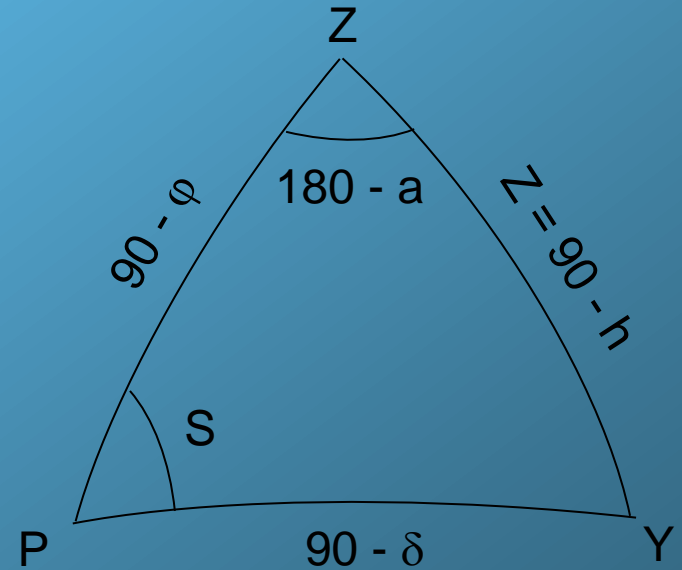
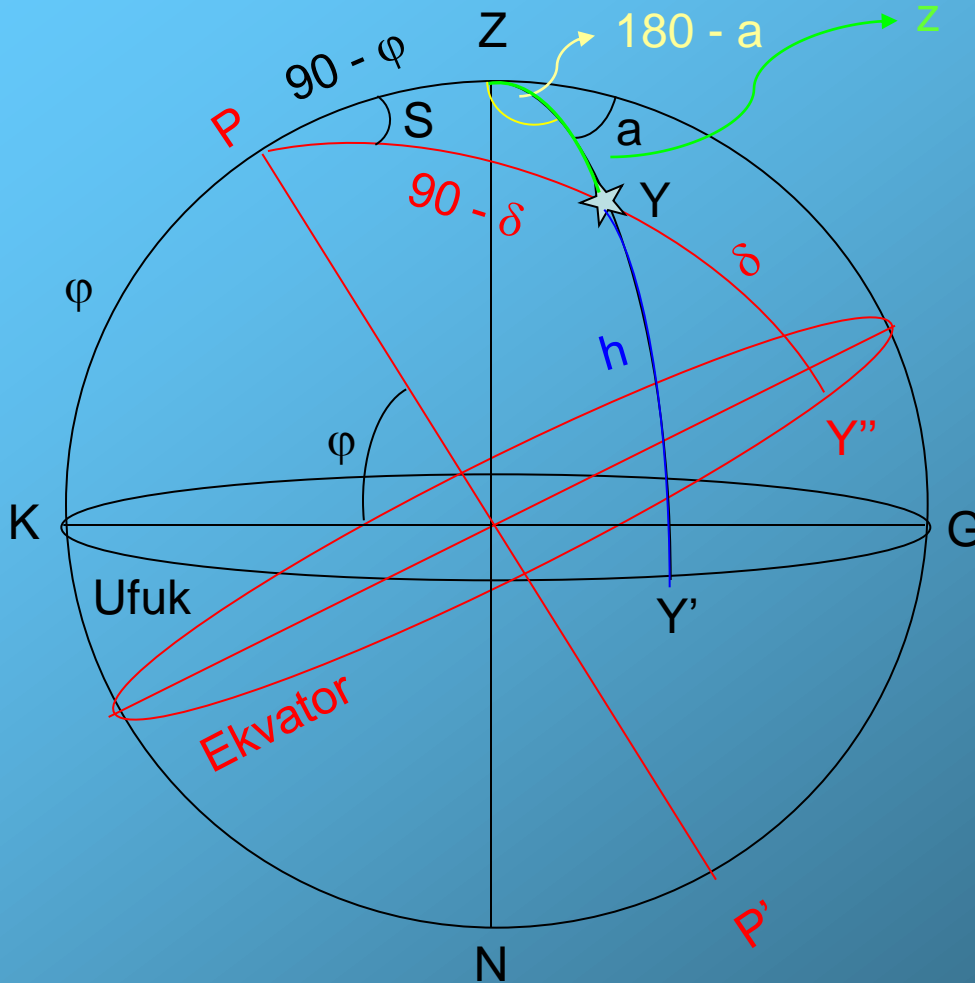
a, h

Saat K. S.

S, δ



Konum Üçgeni



Örnek: a, h değerleri verilsin, S ve δ istensin

$$\cos (90 - \delta) = \cos (90 - \varphi) \cdot \cos z + \sin (90 - \varphi) \cdot \sin z \cdot \cos (180 - a)$$

$$\sin \delta = \sin \varphi \cdot \cos z - \cos \varphi \cdot \sin z \cdot \cos a$$

Buradan φ belli ise δ bulunur.

$$\cos z = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos S \quad \text{den}$$

$$\cos S = (\sin \varphi \cdot \sin \delta - \cos z) / \cos \varphi \cdot \cos \delta \quad \text{dan}$$

z ve δ belli olduğu için S bulunur. Veya sinüs teoreminden,

$$\sin S / \sin z = \sin (180 - a) / \sin (90 - \delta) \rightarrow \sin S = \sin z \cdot \sin a / \cos \delta \quad \text{dan S bulunur.}$$

S ve δ belli, a ve h (veya z) istenirse, bir önceki yapılan

$$\cos z = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos S \quad \text{dan z bulunur.}$$

Yine sinüs teoreminden,

$$\sin a = \cos \delta \cdot \sin S / \sin z \rightarrow a \text{ bulunur.}$$

Dikkat: Sinüs teoreminden bulunacak açılar iki anlamlıdır. Açılı ya A olur veya $180 - A$ olur. Şekil çizerek denetleme yapılır.

İlk durum için denetleme formülü;

$$\sin a \cdot \cos B = \cos b \cdot \sin c - \sin b \cdot \cos c \cdot \cos A \text{ idi}$$

$$\sin (90 - \delta) \cdot \cos S = \cos z \cdot \sin (90 - \varphi) - \sin z \cdot \cos (90 - \varphi) \cdot \cos(180 - a)$$

$$\cos \delta \cdot \cos S = \cos z \cdot \cos \varphi + \sin z \cdot \sin \varphi \cdot \cos a$$

2. Durum için:

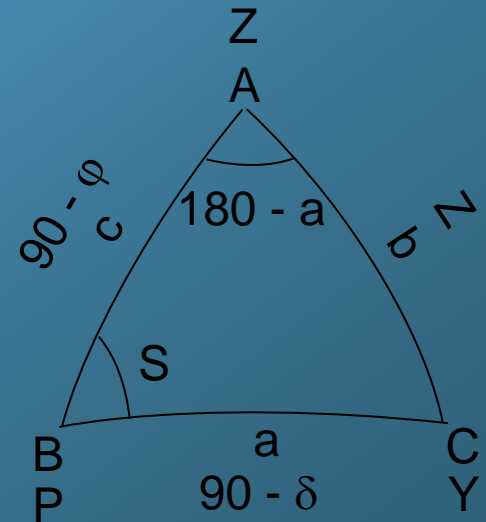
$$\sin b \cdot \cos A = \cos a \cdot \sin c - \sin a \cdot \cos c \cdot \cos B$$

$$\sin z \cdot \cos (180 - a) = \cos (90 - \delta) \cdot \sin (90 - \varphi) - \sin (90 - \delta) \cdot \cos (90 - \varphi) \cdot \cos S$$

$$-\sin z \cdot \cos a = \sin \delta \cdot \cos \varphi - \cos \delta \cdot \sin \varphi \cdot \cos S$$

$$\sin z \cdot \cos a = -\sin \delta \cdot \cos \varphi + \cos \delta \cdot \sin \varphi \cdot \cos S$$

elde edilir.



2.) Ekvator kon düzeneği ile Saat kon düzeneği arasındaki dönüşüm

Zaman: Dönemli olarak değişen olaylar ile tanımlanır.

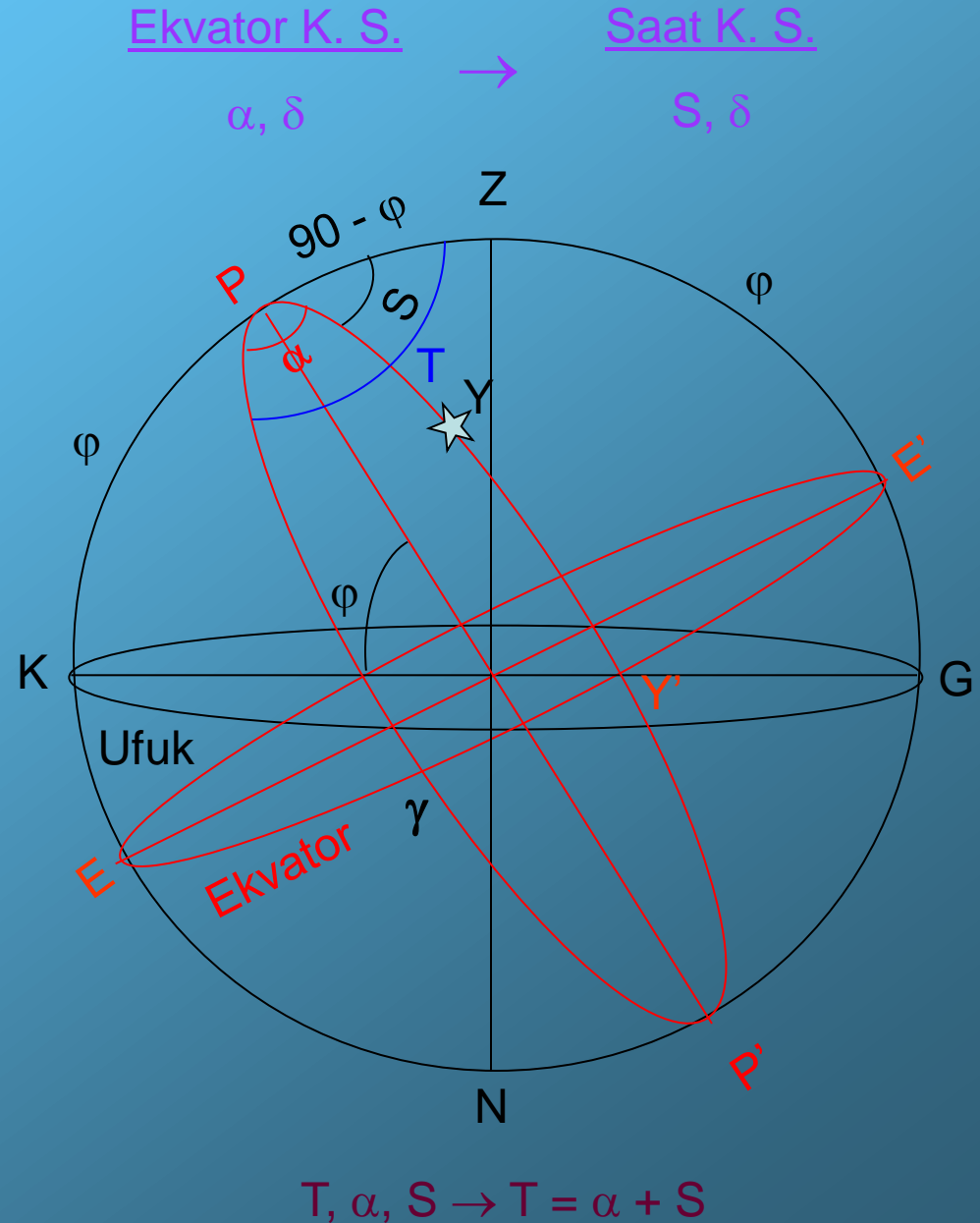
1 Yıldız Günü: Yıldızın öğlen çemberinden ard arda iki geçişi arasındaki süreye denir.

Yıldız Zamanı: Yıldızın (Koç noktası) saat açısının belirttiği zamandır.

1 Yıldız Günü = 23^{sa} 56^{dk} 04^{sn}

γ (Koç) noktasının saat açısı, ilgili yerin veya yıldızın yıldız zamanını verir.

Her yıldız için $S = 0$ iken $T = \alpha$ olur.



3.) Ekvator kon düzeneği ile Tutulum kon düzeneği arasındaki dönüşüm

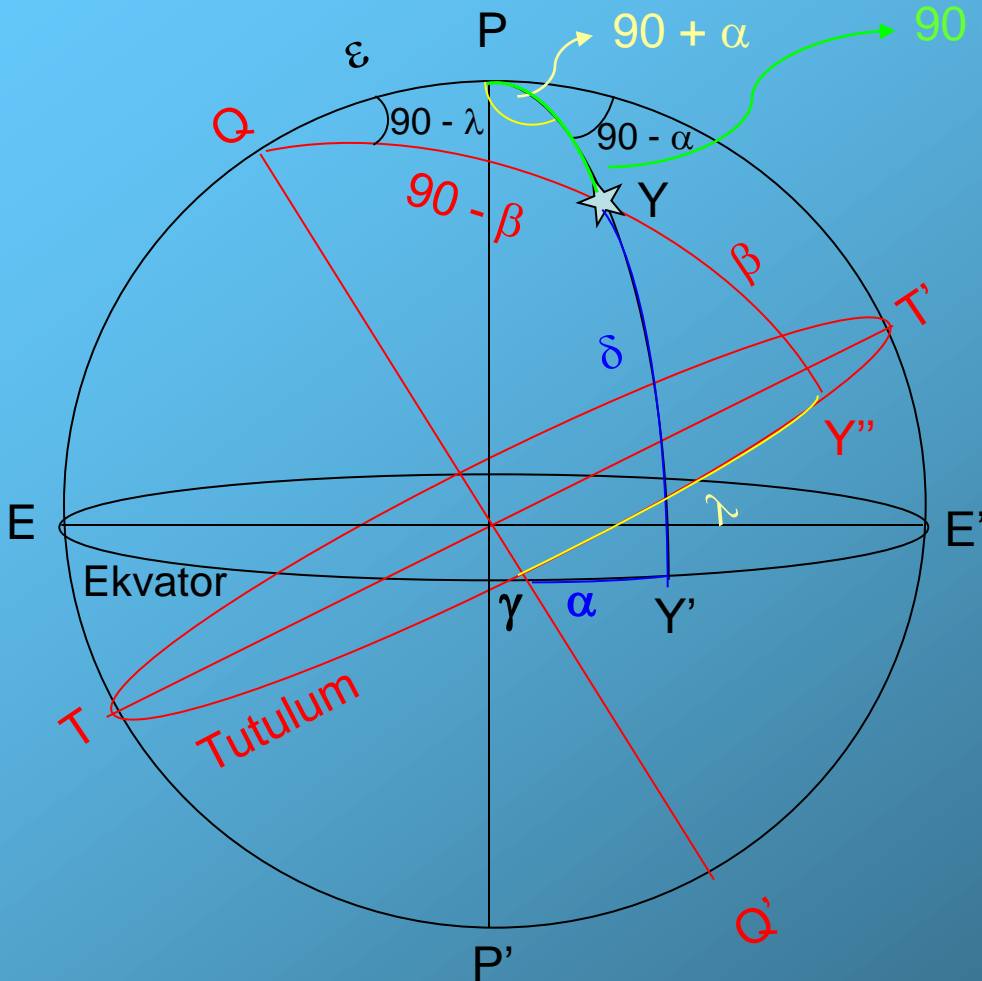
Ekvator K. S.

α, δ

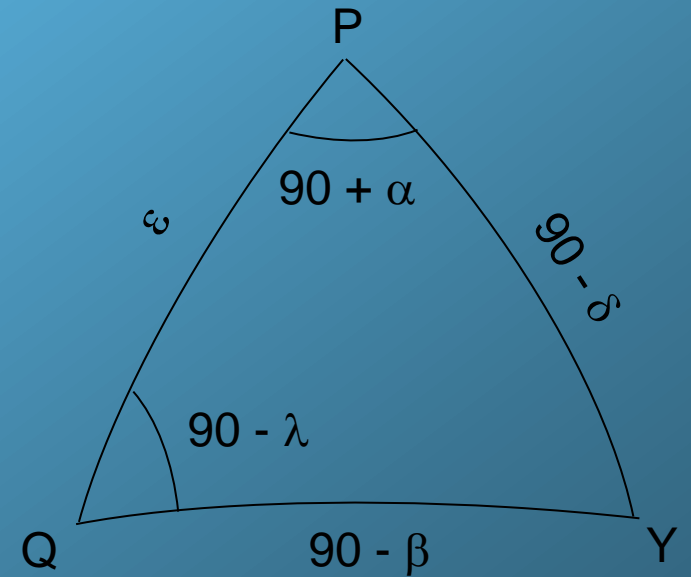


Tutulum K. S.

λ, β



Konum üçgeni



1-) α , δ değerleri verilsin, λ ve β istensin

$$\cos (90 - \beta) = \cos \varepsilon \cdot \cos (90 - \delta) + \sin \varepsilon \cdot \sin (90 - \delta) \cdot \cos (90 + \alpha)$$

$$\sin \beta = \cos \varepsilon \cdot \sin \delta - \sin \varepsilon \cdot \cos \delta \cdot \sin \alpha \rightarrow \beta \text{ bulunur.}$$

$$\sin (90 - \lambda) / \sin (90 - \delta) = \sin (90 + \alpha) / \sin (90 - \beta)$$

$$\rightarrow \cos \lambda / \cos \delta = \cos \alpha / \cos \beta$$

$$\cos \lambda = (\cos \alpha \cdot \cos \delta) / \cos \beta \rightarrow \lambda \text{ bulunur}$$

Denetlemek için Sin (kenar) . Cos (açı) formülü uygulanırsa,

$$\sin (90 - \beta) \cdot \cos (90 - \lambda) = \cos (90 - \delta) \cdot \sin \varepsilon - \sin (90 - \delta) \cdot \cos \varepsilon \cdot \cos (90 + \alpha)$$

$$\cos \beta \cdot \sin \lambda = \sin \delta \cdot \sin \varepsilon + \cos \delta \cdot \cos \varepsilon \cdot \sin \alpha$$

2-) λ , β değerleri verilsin, α ve δ istensin

$$\cos (90 - \delta) = \cos \varepsilon \cdot \cos (90 - \beta) + \sin \varepsilon \cdot \sin (90 - \beta) \cdot \cos (90 - \lambda)$$

$$\sin \delta = \cos \varepsilon \cdot \sin \beta + \sin \varepsilon \cdot \cos \beta \cdot \sin \lambda \rightarrow \delta \text{ bulunur.}$$

Yukarıdaki sinüs teoreminden

$$\cos \alpha = (\cos \lambda \cdot \cos \beta) / \cos \delta \rightarrow \alpha \text{ bulunur}$$

Denetlemek için,

$$\sin (90 - \delta) \cdot \cos (90 + \alpha) = \cos (90 - \beta) \cdot \sin \varepsilon - \sin (90 - \beta) \cdot \cos \varepsilon \cdot \cos (90 + \lambda)$$

$$-\cos \delta \cdot \sin \alpha = \sin \beta \cdot \sin \varepsilon - \cos \beta \cdot \cos \varepsilon \cdot \sin \lambda$$

$$\cos \delta \cdot \sin \alpha = -\sin \beta \cdot \sin \varepsilon + \cos \beta \cdot \cos \varepsilon \cdot \sin \lambda$$

Burada ε tutulumun ekvatora göre eğikliğidir. 1900.0 ılımlı için $\varepsilon = 23^\circ 27' 08''.26$

Genel olarak,

$\varepsilon = 23^\circ 27' 08''.26 - 46''.845T - 0''.0059T^2 + 0''.00181T^3$ dür. Burada $T = 1900$ den beri geçen yüzyıl sayısıdır.

$$T = \text{Yıl} - 1900 / 100$$

$$t = 1994 \text{ için } T = 0.94 \text{ tür ve } 1994 \text{ için } \varepsilon = 23^\circ 26' 24''.22$$

Güneş için $\beta_{\odot} = 0$ olduğundan yukarıdaki formüller

$$\text{tg } \alpha_{\odot} = \cos \varepsilon \cdot \text{tg } \lambda_{\odot}$$

$$\text{tg } \delta_{\odot} = \text{tg } \varepsilon \cdot \sin \alpha_{\odot}$$

şeklinde sadeleşir

4.) Ekvator kon düzeneği ile Samanyolu (Gökada) kon düzeneği arasındaki dönüşüm

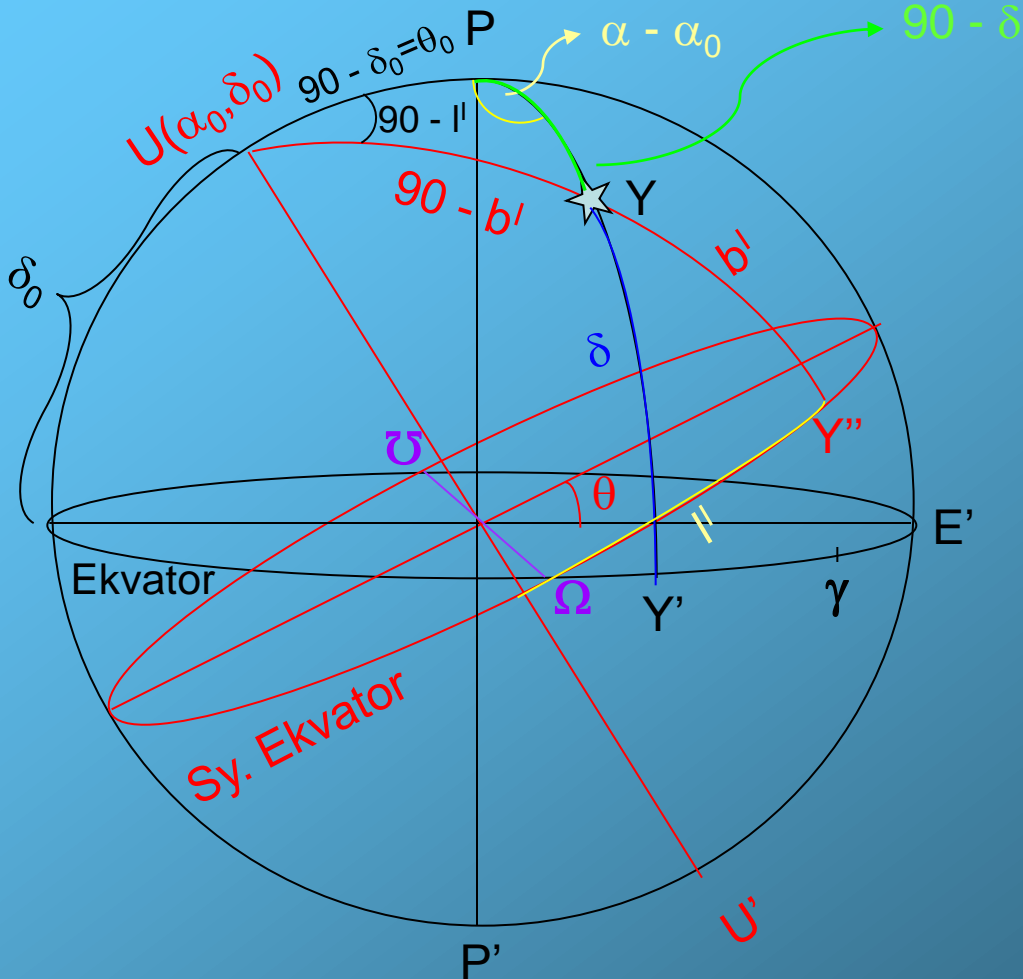
Ekvator K. S.

α, δ

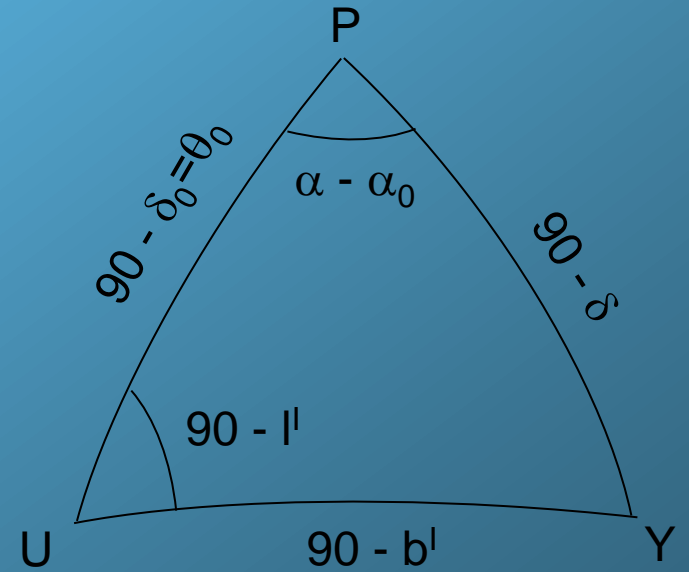


Gökada K. S.

l, b



Konum üçgeni



U'nun koordinatları, 1950.0 için

$$\alpha_0 = 12^{\text{sa}} 49^{\text{dk}}$$

$$\delta_0 = 27^{\circ} 24'$$

α, δ değerleri verilsin, l ve b istensin

$$\cos (90 - b') = \cos (90 - \delta) \cdot \cos (90 - \delta_0) + \sin (90 - \delta) \cdot \sin (90 - \delta_0) \cdot \cos (\alpha - \alpha_0)$$

$$\sin b' = \sin \delta \cdot \sin \delta_0 + \cos \delta \cdot \cos \delta_0 \cdot \cos (\alpha - \alpha_0)$$

$$\sin (90 - l') / \sin (90 - \delta) = \sin (\alpha - \alpha_0) / \sin (90 - b')$$

$$\rightarrow \cos l' = \cos \delta \cdot \sin (\alpha - \alpha_0) / \cos b'$$

sinüs – cosinüs teoreminden,

$$\sin b' \cdot \sin l' = \cos \delta_0 \cdot \sin \delta - \cos \delta \cdot \sin \delta_0 \cdot \cos (\alpha - \alpha_0)$$

l'', b'' için ise $l'' = l' + 32^\circ$ ve $b'' = b' + 1^\circ.4$ ile dönüşüm yapılır.

Torgand I., 1961, Ann. Obs. Land 15, 16, 17 ekleri,

$$(\alpha, \delta) \rightarrow (l'', b''); (l', b') \rightarrow (l'', b'')$$

$$l'' = l' + \Delta l; b'' = b' + \Delta b$$

Δl ve Δb değerleri çizelgelerden bulunur.

l , b değerleri verilsin, α ve δ istensin

$$\cos(90 - \delta) = \cos(90 - \delta_0) \cdot \cos(90 - b^I) + \sin(90 - \delta_0) \cdot \sin(90 - b^I) \cdot \cos(90 - l^I)$$

$$\sin \delta = \sin \delta_0 \cdot \sin b^I + \cos \delta_0 \cdot \cos b^I \cdot \sin(l^I) \rightarrow \delta \text{ bulunur.}$$

$$\sin(90 - l^I) / \sin(90 - \delta) = \sin(\alpha - \alpha_0) / \sin(90 - b^I)$$

Sinüs teoreminden,

$$\sin(\alpha - \alpha_0) = \cos b^I \cdot \cos l^I / \cos \delta \rightarrow \alpha \text{ bulunur.}$$

sinüs – cosinüs teoreminden,

$$\cos \delta \cdot \cos(\alpha - \alpha_0) = \cos \delta_0 \cdot \sin b^I - \sin \delta_0 \cdot \cos b^I \cdot \sin l^I$$

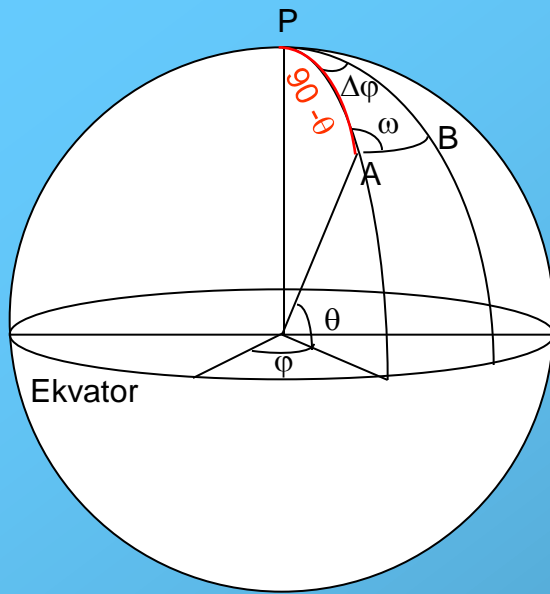
$$\alpha_0^{II} = 12^{\text{sa}} 49^{\text{dk}} = 192^\circ.25, \delta_0^{II} = +27^\circ.4 \text{ (1950)}$$

$$\alpha_0^I = 12^{\text{sa}} 42^{\text{dk}}.5, \delta_0^I = +27^\circ.725 \text{ (1950)}$$

Küçük Açı Formülleri:

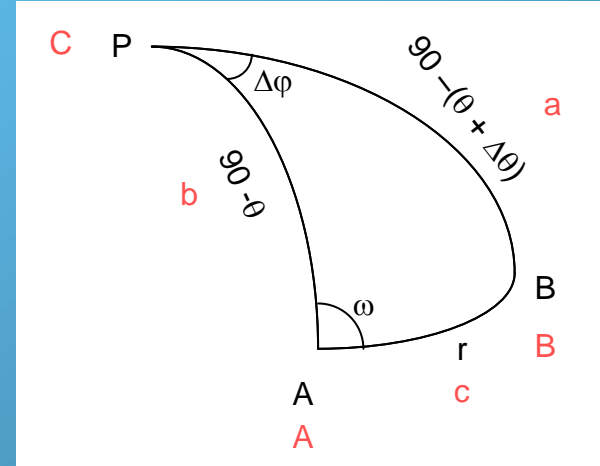
Sorun, genel olarak bir küre üzerindeki bir noktanın yerini belirten konsayıların küçük değişimlerine ilişkindir. Bunun genel çözümü ise küresel üçgen formüllerinin diferansiyeli alınarak yapılır. Elbette seçilecek formüller karşılaşılan soruna uygun olmalıdır.

Astronomide karşılaşılan sorun genelde şu olur: Yer küresi üzerinde bir A noktasının konsayıları (φ, θ) olsun. Bir süre sonra A noktası çok küçük bir yer değiştirme sonucu B gibi bir noktaya gelsin. Eğer Yer'in P kutup noktasını A ve B noktalarının büyük çember yayları ile birleştirecek PAB gibi bir küresel üçgen elde edilir. B'nin konsayıları $(\varphi + \Delta\varphi, \theta + \Delta\theta)$ olsun. Burada $\Delta\varphi$ ve $\Delta\theta$ aranılan küçük değişimlerdir. Bunlar hesaplanırsa B noktasının yeri bulunmuş olur.



PAB = ω açısına B noktasının “KONUM AÇISI”

AB = r kenarına da B noktasının “UZAKLIĞI” denir



$\Delta\phi$ değişimini bulmak için PAB küresel üçgenine cos (kenar) cos (açı) teoremi uygulanırsa;

$\text{Cos } b \cdot \text{Cos } A = \sin b \cdot \text{Cot } c - \sin A \cdot \text{Cot } C$ idi

$\text{Cos } (90 - \theta) \cdot \text{Cos } \omega = \sin (90 - \theta) \cdot \text{Cot } r - \sin \omega \cdot \text{Cot } \Delta\phi$

$\text{Sin } \theta \cdot \text{Cos } \omega = \cos \theta \cdot (\cos r / \sin r) - \sin \omega \cdot \text{Cot } \Delta\phi$

Her iki yanını (sin r) ile çarparsak,

$\text{Sin } r \cdot \text{Sin } \theta \cdot \text{Cos } \omega = \cos \theta \cdot \text{Cos } r - \sin r \cdot \text{Sin } \omega \cdot \text{cot } \Delta\phi$

$\text{Tg } \Delta\phi = (\sin r \cdot \text{Sin } \omega) / (\cos r \cdot \text{Cos } \theta - \sin r \cdot \text{Sin } \theta \cdot \text{Cos } \omega) \quad \dots(1)$

$\Delta\theta$ değişimi için; sinüs teoremi uygulanırsa,

$$\sin a \cdot \sin B = \sin b \cdot \sin A \quad / (-\cos b)$$

Sin (açı) . Cos (kenar) teoremi uygulanırsa,

$$\sin B \cdot \cos a = \cos A \cdot \sin C + \sin A \cdot \cos C \cdot \cos b \quad / (\sin b)$$

İlk denklemi (-cos b), ikincisini (sin b) ile çarpıp bunları taraf tarafa toplarsak,

$$\begin{aligned} \underline{\sin b \cdot \cos a} \cdot \sin B - \underline{\cos b \cdot \sin a} \cdot \sin B &= \cos A \cdot \sin C \cdot \sin b \\ &+ \sin A \cdot \cos C \cdot \cos b \cdot \sin b \\ &- \sin b \cdot \sin A \cdot \cos b \end{aligned}$$

$\swarrow \quad \searrow$
Sin (b - a)

$$\sin (b - a) \cdot \sin B = \cos A \cdot \sin C \cdot \sin b - \sin A \cdot \cos b \cdot \sin b \cdot (1 - \cos C)$$

Olur. Her iki tarafı (sin B) ye bölersek,

$$\sin (b - a) = \cos A \cdot \cancel{\sin C} \cdot (\sin b / \sin B) - \sin A \cdot \cos b \cdot (\sin b / \sin B) \cdot (1 - \cos C)$$

$$\swarrow \quad \searrow$$

$\cancel{\sin C} / \sin C$

Sin teoreminden
yerine (sin c / sin C)
yazılabilir

O zaman,

$$\sin (b - a) = \cos A \cdot \sin c - \sin A \cdot \cos b \cdot (\sin c / \sin C) \cdot (1 - \cos C)$$

$$1 - \cos C = 2 \cdot \sin^2 (C / 2) \text{ idi.}$$

$$\sin C = \sin (C / 2 + C / 2) = 2 \cdot \sin (C / 2) \cdot \cos (C / 2)$$

Buradan eşitlik denkleminde yerine konursa,

$$\sin (b - a) = \cos A \cdot \sin c - \sin A \cdot \cos b \cdot \sin c \quad (\cancel{2} \cdot \sin^2 (C / 2)) / (\cancel{2} \cdot \sin (C / 2) \cdot \cos (C / 2))$$

$$\sin (b - a) = \sin c \cdot (\cos A - \sin A \cdot \cos b \cdot \text{Tg} (C / 2)) \quad \dots(2)$$

Bundan yararlanarak PAB üçgenine uygularsak,

$$\sin \Delta\theta = \sin r \cdot (\cos \omega - \sin \omega \cdot \sin \theta \cdot \text{Tg} (\Delta\varphi / 2)) \quad \dots(3)$$

elde edilir.

Gökbilimde çok küçük yer değiştirmeler, yıldızların özdevimleridir. Bir yıldızın bir yıl içinde yaptığı açısal yer değiştirmeye onun “**ÖZDEVİM**” i denir. Aşağıdaki çizelgede örnek olarak kimi yıldızların özdevim değerleri verilmektedir (Kızıllmak 1977 den).

| Yıldız | Özdevim (” / yıl) |
|---------------------------------|-------------------|
| BD +4 ° 3561 (Barnard Yıldızı) | 10.3 |
| BD -36 ° 15693 | 6 .9 |
| BD -37 ° 15492 | 6.1 |
| BD -45 ° 1841 (Kapteyn Yıldızı) | 8.7 |
| 61 Cyg | 5.2 |
| BD +36 ° 2147 | 4.8 |
| Wolf 359 | 4.7 |
| Proxima Cen | 3.85 |
| α Cen | 3.7 |

Yıldızların pek çoğunun özdevimleri 1" den küçüktür. Bu denli küçük açılar ancak 20 – 30 yıl aralıklarla yapılan konum gözlemleriyle bulunur. Bunun için, özel fotoğraf plakları kullanılır. Bunlar odak uzaklığı büyük olan teleskopların odağına yerleştirilir ve gökyüzünün bir bölgesinin resmi çekilir. Sonra ince ölçü aletleriyle plak üzerindeki yıldızların yerleri, yine aynı plak üzerine konulan bir dik kon düzeneğine göre ölçülür. Daha sonraki yıllarda aynı bölgenin aynı koşullarda çekilen resminde bu yıldızların yeni yerleri aynı dik kon düzeneğine göre tekrar ölçülerek Δx , Δy farkları bulunur. Buradaki sorun Δx , Δy farkları belli iken küresel konsayılarıdaki farkları nasıl buluruz? Veya bunun tam tersi de olabilir. Sorunu çözmek için, gök küresi üzerinde bir A noktası ele alalım. A noktası birkaç yıl sonra $\Delta\phi$, $\Delta\theta$ kadar yer değiştirerek B noktasına gelmiş olsun. Kurulan kon düzeneği: A noktası başlangıç olmak üzere PA yayına A'dan çizilen teğet y-ekseni ve bu eksene A'da dik olan (+) yönlü teğet de x-ekseni olsun. B'nin açısal uzaklığı çok küçük olduğu için A ve B'yi (x, y) düzleminde kabul edelim. Bu durumda $AB = r$ yay parçası yerine açı biriminde bir doğru parçası olarak düşünülebilir. O halde,

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= r \cdot \sin \omega \\ \Delta y &= r \cdot \cos \omega \end{aligned} \right\} \dots(4)$$

r, çok küçük olduğundan $\sin r = r$ (rad) ve $\cos r = 1$ alınabilir.

