GÜNEŞ'İN BOYLAM HAREKETİ (Görünen Yıllık Hareketi)

Güneş'in Yer merkezli yörünge elipsi üzerindeki yeri :

1- Güneş'in görünürdeki yörüngesi ile Yer'in üzerinde dolandığı gerçek yörünge elipsi aynı düzlem üzerindedirler ki bu düzleme ekliptik (TUTULUM) düzlemi denir.

2- Yer, görünürdeki yörünge elipsinin odaklarından biri üzerindedir.

3- Büyüklük ve biçim olarak bu iki elips özdeştir. Yani her ikisi için de,

$a = A = 149600 \times 10^6$ m

$e = 0.01675104 – 0.00004180\ T$

dir. Burada T, 1900 den sonraki yüzyıl sayısıdır.

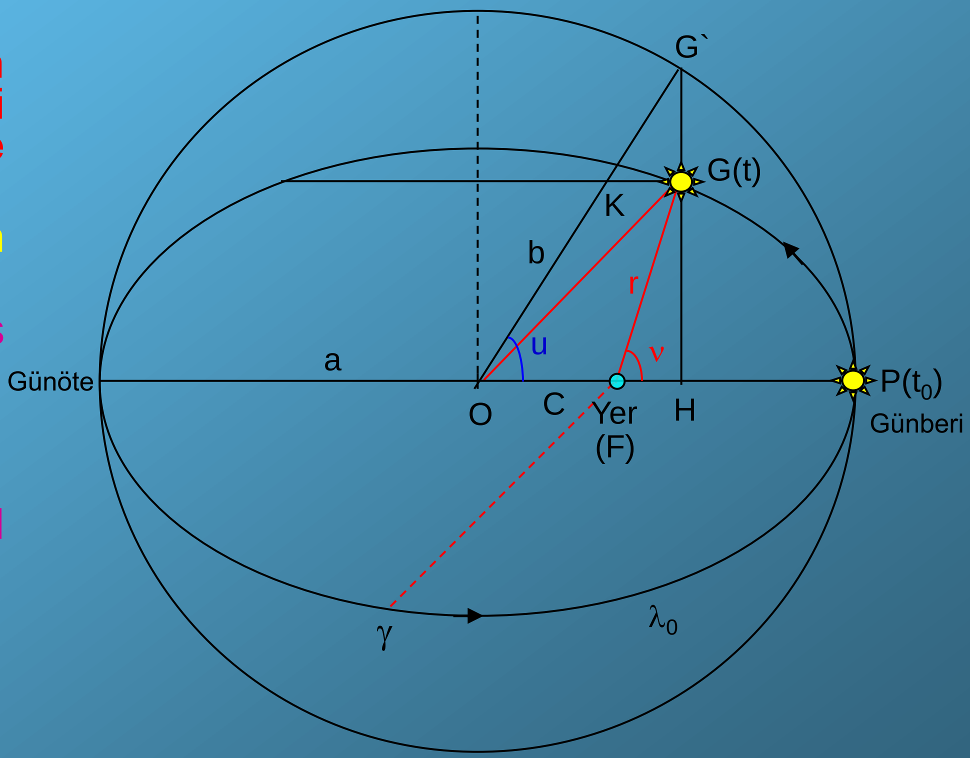
4- Her iki yörünge için dolanma dönemi,

$P_o = 365^g.25636042 + 0^g.00000011\ T$

dir. Bu döneme "1 yıldızıl yıl" denir.

5- Her iki devinme de (+) yönlüdür.

6- Kepler yasaları her iki yörünge için aynen geçerlidir.



$\beta_o \approx 0^o$ = sabit (tutulum enlemi)

λ_o ; değişir. Bu yüzden "Güneş'in boylamsal hareketi" denir.

λ_o = Günberi boylamı (γ dan itibaren ölçülür)

t_o = Güneş'in günberiden geçiş anı (geçme tarihi)

v = Gerçek anomali (ayrıklık)

r = yarıçap vektörü (t anındaki Yer-Güneş uzaklığı)

t anında Güneş G de olsun. $\lambda = \lambda_o + v$ dir.

t anında r, v = ? Yani verilen bir t anında Güneş'in yörüngedeki YERİ neresidir ?

SORUN : t verilmişken (r, v) nin bulunmasıdır.

Özetlersek,

Bilinenler	Verilen	İstenen
P_o	t zamanı	r
t_o		v
λ_o		λ
a		
e		

$$\lambda_o = 281^o\ 13'\ 15''.0 + 6189''.03\ T + 1''.63\ T^2$$

$$= 281^o.22083 + 0^o.0000470684\ d + 0^o.000453\ T^2 \quad \ldots(1)$$

Burada d, 1900.0 yılı ya da JT 2415020.0 den sonra geçen gün sayısıdır. Günberiden geçiş tarihi olan t_o her yıl yıllıklardan alınır.

Elipsin odağa göre kutupsal denklemi,

$$r = \frac{a\left(1 - e^{2}\right)}{1 + e\cos v}$$

Elipsin merkeze göre kutupsal denklemi,

r = a (1 – e cos u)

dir. u (dış anomali) ile v (gerçek anomali) arasındaki bağıntı,

$$\tan\frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\,\tan\frac{u}{2}$$

$t - t_o$ = Güneş'in P den G ye gelmesi için geçen süre

t – to süresince yarıçap vektörünün taradığı alan GYP alanıdır. Şekilden,

GYP alanı = GOP alanı – GOY alanı

Şimdi bu alanları bulmaya çalışalım :

P_Θ süresince yarıçap vektörünün süpürdüğü alan = elipsin alanı = π ab

Birim zamanda süpürülen alan = $\dfrac{\pi ab}{P_\Theta}$

$$t - t_o \quad suresi \quad icinde \quad taranan \quad alan = GYP \quad alani = \frac{\pi ab}{P_\Theta}\left(t - t_o\right)$$

Diğer taraftan,

2π açısına πab alanı karşılık gelirse

u açısına GOP alanı karşılık gelir.

Buradan,

$$GOP \quad alani = \pi ab \frac{u}{2\pi}$$

elde edilir.

$G\overset{\Delta}{O}Y$ *bir duzlem ucgenidir:*

$\overline{OY} = c = ae \quad , \quad GY = r \quad , \quad G\hat{Y}O = 180^o - v$

$$GOY \quad alani = \frac{1}{2}\overbrace{ae}^{c}r\sin(180 - v) \qquad \left[Alan = S = \frac{1}{2}ab\sin C \right]$$

$$GOY \quad alani = \frac{1}{2}aer\sin v$$

$r\sin v = GH = b\sin u$ $\quad$ $(K$ *noktasi yedek cember uzerinde old. dan* $\overline{OK} = b$ *dir*$)$

O zaman,

$$GOY \quad alani = \frac{1}{2}aeb\sin u$$ *olur.*

Bunlari yerine koyarsak,

$$\frac{\pi ab}{P_\Theta}(t-t_o)=\frac{\pi abu}{2\pi}-\frac{1}{2}aeb\sin u$$

$$\frac{\pi}{P_\Theta}(t-t_o)=\frac{u}{2}-\frac{1}{2}e\sin u$$

$$=\frac{1}{2}(u-e\sin u)$$

veya,

$$u-e\sin u=\frac{2\pi}{P_\Theta}(t-t_o)$$

elde edilir ki bu, Aci – zaman iliskisi ni veren Kepler denklemidir.

$$\frac{2\pi}{P_\Theta}(t-t_o)=M \qquad : Ortalama \quad anomali$$

olmak uzere bu denklem,

$$u-e\sin u=M$$

seklinde olur. Bu denklemi n cozumu bize u acisi ni verir.

u ve v ayrıklıkları zamanla düzgün olmayan bir şekilde değişirler. Oysa M zamanla doğrusal olarak değişir. Ancak bu üç açının ortak özelliği şudur :

$v = 0^o$ iken $u = 0^o$ ve $M = 0^o$

$v = 180^o$ iken $u = 180^o$ ve $M = 180^o$ dir.

Sorun bu denklemin çözümüdür. Bilinmeyen u açısının hem doğrusal terimde ve hem de sinüs teriminde olması işi zorlaştırmaktadır. Çözüm yapılırken u(rad) olarak alınmalıdır. Kesin bir çözüm gösterilemememektedir. Çözüm için yararlı olan üç yöntem aşağıdaki gibi özetlenebilir. İlk iki yöntem yaklaştırma yöntemidir ve e dış merkezliğinin Yer gibi küçük olduğu durumlarda kullanılabilir. **Çizelgeleme yöntemi** ise daha **genel olan** bir yöntemdir.

1- Art ardına yaklaştırma yöntemi

$$u - e\sin u = M \qquad \Rightarrow \quad u = M + e\sin u$$

$$1.\ \ a\text{dim} \qquad u_1 \cong M \quad (Kucuk \quad e \quad ler \quad icin)$$

$$O \quad zaman \quad u_2 = M + e\sin M \quad yazilabilir.$$

$$Bu \quad ifade \quad denklemde \quad konursa,$$

$$u_3 = M + e\sin(M + e\sin M) \qquad yazilabilir.$$

$$\sin(a+b) = \sin a\cos b + \cos a\sin b \qquad idi. \quad O \quad zaman,$$

$$u_3 = M + e\sin M\cos(e\sin M) + e\cos M\sin(e\sin M)$$

$$e << 1 \ , \quad \sin M \le 1 \ \Rightarrow \ e\sin M << 1 \ , \quad \cos(e\sin M) \cong 1$$

$$\sin(e\sin M) = e\sin M \quad (Kucuk \quad acilarin \quad \sin. \quad yerine \quad kendisi \quad alinabilir)$$

$$olacagindan,$$

$$u_3 = M + e\sin M + e\cos M e\sin M$$

$$u_3 = M + e\sin M + e^2\sin M\cos M$$

$$\sin(M+M) = 2\sin M\cos M = \sin 2M$$

$$\frac{1}{2}\sin 2M = \sin M\cos M$$

den yararlanarak,

$$u_3 = M + e\sin M + \frac{e^2}{2}\sin 2M \qquad olur.\quad Veya,$$

Yaklastirma surdurulurse,

$$u \cong M + \left(e - \frac{e^3}{8}\right)\sin M + \frac{1}{2}e^2\sin 2M + \underbrace{\frac{3}{8}e^3\sin 3M + \ldots}_{atilabilir}$$

2- Seriye açma yöntemi

$$r \sin v = b \sin u \quad \Rightarrow \quad \sin v = \frac{b \sin u}{r}$$

$$r = a(1 - e \cos u) \quad \Rightarrow \quad \sin v = \frac{b \sin u}{a(1 - e \cos u)} \qquad olur.$$

$$b = a\sqrt{1-e^2} \quad \Rightarrow \quad \sin v = \frac{a\sqrt{1-e^2}\,\sin u}{a(1 - e \cos u)}$$

$$\sin v = \frac{\sqrt{1-e^2}\,\sin u}{(1 - e \cos u)}$$

Diger tarafta n,

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1 + e \cos v} = a(1 - e \cos u)$$

$$1 - e \cos u = \frac{1-e^2}{1 + e \cos v} \quad \Rightarrow \quad \cos v = \frac{\cos u - e}{1 - e \cos u}$$

$$\sin(v-u) = \sin v \cos u - \cos v \sin u$$

$$\sin(v-u) = \frac{\sqrt{1-e^2}\,\sin u}{1 - e \cos u} \cos u - \frac{\cos u - e}{1 - e \cos u} \sin u$$

$$\sin(v-u) = \frac{\overbrace{\sqrt{1-e^2}}^{\approx 1}\,\sin u \cos u - \sin u \cos u + e \sin u}{1 - \underbrace{e \cos u}_{\approx 0}}$$

$$\sin(v-u) \cong e \sin u$$

$$\sin X = X - \frac{X^3}{3!} + \frac{X^5}{5!} - \frac{X^7}{7!} + \ldots \qquad idi\,(Taylor \quad acili \quad mi)$$

Buna gore,

$$\sin(v-u) = (v-u) - \frac{(v-u)^3}{3!} + \frac{(v-u)^5}{5!} - \ldots \cong e\sin u$$

$$u \cong M + e\sin M + \frac{e^2}{2}\sin 2M \qquad bulunmustu, \quad ve$$

$$u = M + e\sin u \qquad idi. \quad O \quad zaman,$$

$$M + e\sin u = M + e\sin M + \frac{e^2}{2}\sin 2M \qquad yazilabilir.$$

$$e\sin u \cong e\sin M + \frac{e^2}{2}\sin 2M \qquad olacagindan,$$

$$(v-u) - \frac{\overbrace{(v-u)^3}^{\approx 0}}{3!} + \frac{\overbrace{(v-u)^5}^{\approx 0}}{5!} - \ldots \cong e\sin M + \frac{e^2}{2}\sin 2M$$

$$v-u \cong e\sin M + \frac{e^2}{2}\sin 2M + \ldots$$

$$v \cong u + e\sin M + \frac{e^2}{2}\sin 2M + \ldots \qquad olur.$$

$$u \cong M + e\sin M + \frac{e^2}{2}\sin 2M + \ldots \qquad idi. \quad O \quad zaman,$$

$$v \cong M + 2e\sin M + e^2\sin 2M + \frac{e^3}{6}\sin^3 M + \frac{e^4}{4}\sin^2 M \sin 2M + \ldots$$

elde edilir.

3- Çizelgelerle çözüm

e = dış merkezlik = sabit (yani belli)

u		M = u – e sin u
----------------		----------------------
0^o veya 0 rad	$\rightarrow$	…..
….	$\rightarrow$	…..
360^o 2π	$\rightarrow$	…..

Şeklinde hesap yapılarak çizelge oluşturulur. Aralıklar yeterince sık ise ara değer hesabı da yapılabilir.

Bu yöntem En uygun yöntemdir.

t anında Güneş, yörüngesinin hangi noktasındadır ?

Güneş'in t anında yörüngesi üzerindeki yerini belirlemek için ;

İzlenecek yol,

$$1- \quad M = \frac{2\pi}{P_\Theta}(t - t_o)$$

$$M = \frac{360^o}{365.2564}(t - t_o)$$

$$M = 0^o.9856(t - t_o) \qquad dan \quad M \quad bulunur.$$

$$2- \quad v = f(M) \quad serisi \quad nden, \quad yani,$$

$$v \cong M + 2e\sin M + e^2 \sin 2M + \frac{e^3}{6}\sin^3 M + ...$$

$$veya \quad e = 0.016719 \qquad \deg eri \quad ile,$$

$$v = M + 115' \quad 2\sin M + 58''\sin 2M + 0''.32\sin^3 M + ...$$

$$M \quad belli \quad \rightarrow \quad v \quad gercek \quad anomali \quad bulunur.$$

$$3- \quad \lambda_\Theta = \lambda_o + v \qquad ;(1) \quad den \quad \lambda_o \quad \rightarrow \lambda_\Theta \quad bulunur.$$

$$4- \quad r = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos v} \qquad ; \quad a = ortalama \quad Yer - Gunes \quad uzakligi$$

$Buradan \quad r \quad bulunur.$

$Veya \quad a \quad ya \quad gore \quad (a = 149.6x10^6 \quad km) \quad bagil \quad uzaklik,$

$$\frac{r}{a} = \frac{1-e^2}{1+e\cos v} \qquad \Rightarrow \quad \frac{r}{a} \qquad bulunur.$$

$Boylece \quad G(r,v) \quad bulunmus \quad olur.$

Sanal Güneş ve Gerçek Güneş

$\lambda_{\odot} = \lambda_o + v$, $v = M + C(t)$ ise,

$\lambda_{\odot} = \lambda_o + M + C(t)$ dir.

Burada,

$$C(t) = 2e\sin M + e^2 \sin 2M + \frac{e^3}{6}\sin^3 M + \ldots$$

$dir.$

- Güneş'in görünürdeki yörüngesi çember olsaydı, $e = 0 \rightarrow C(t) = 0$, O zaman,

$$\lambda_{ʘ} = \lambda_o + M \quad \text{olurdu.}$$

Güneş elipsin merkezinden $c = ae$ kadar kaymış durumdadır. Dolayısıyla $C(t)$ de $c = ae$ kadar kaymış durumdadır. Bu nedenle $C(t)$ ye "Merkezin denklemi" denir.

Sanal Güneş'i düşünelim : $\lambda_s = \lambda_o + M$ olsa,

O zaman Gerçek Güneş ile Sanal Güneş arasında,

$$\lambda_{ʘ} = \lambda_s + C(t)$$

olurdu. Buna göre,

$C(t) > 0$ ise, $\lambda_{ʘ} > \lambda_s$ olurdu, Yani gerçek güneş sanal güneşin önünde gider.

$C(t) < 0$ ise, $\lambda_{ʘ} < \lambda_s$ olurdu, Yani gerçek güneş sanal güneşin gerisinde ilerler.

$C(t) = 0$ ise, $\lambda_{ʘ} = \lambda_s$ olur, Yani gerçek güneş ile sanal güneş çakışır, bir an için beraber bulunurlar.

Bu durumda Gerçek Güneş Sanal Güneş'in iki yanında yıl boyunca salınım yapıyor. Salınmayı gösteren ifade C(t) dir. Bu salınımın genliği,

$$2e = 115'.2 \qquad \text{dir.}$$

Batlamyus bu salınımın genliğini 143'

Kopernik ise bu salınımın genliğini 111'

bulmuştur. Bu durumda boylamsal hareket sabit bir hızla olmamaktadır. Acaba bu boylamsal hareketin hızı nedir ? Yani birim zamanda alınan yol nedir ?

Boylamsal hızın hesabı :

$$\lambda_\Theta = \lambda_o + M + C(t) \qquad idi. \quad Veya \quad acarsak,$$

$$\lambda_\Theta = \lambda_o + M + 2e\sin M + e^2 \sin 2M + \frac{e^3}{6}\sin^3 M + \ldots$$

$$Boylam \quad hizi \quad \frac{d\lambda_\Theta}{dt} \quad dir. \quad \lambda_o = sabit \quad (\frac{d\lambda_o}{dt} = 0)$$

$$\frac{d\lambda_\Theta}{dt} = \frac{dM}{dt} + 2e\cos M\,\frac{dM}{dt} + 2e^2\cos 2M\,\frac{dM}{dt} + \ldots$$

$$M = \frac{360^o}{P}(t - t_o) \quad \Rightarrow \quad \frac{dM}{dt} = \frac{360^o}{365.2564} = 3548''.198 \quad gun^{-1}$$

$$\frac{dM}{dt} = 0.0172 \quad rad\,/\,gun$$

$$e = 0.016719 \quad \Rightarrow \quad 2e = 0.03215 \quad rad$$

$$2e\frac{dM}{dt} = 0.03215x0.0172$$

$$= 118''.6$$

$$2e^2\frac{dM}{dt} = 1''.987 \qquad Bunlari \quad ifadede \quad yerine \quad koyarsak,$$

$$\frac{d\lambda_\Theta}{dt} = 3548''.198 + 118''.6\cos M + 1''.987\cos 2M + \ldots \quad gun^{-1}$$

$$sonucu \quad bulunur.$$

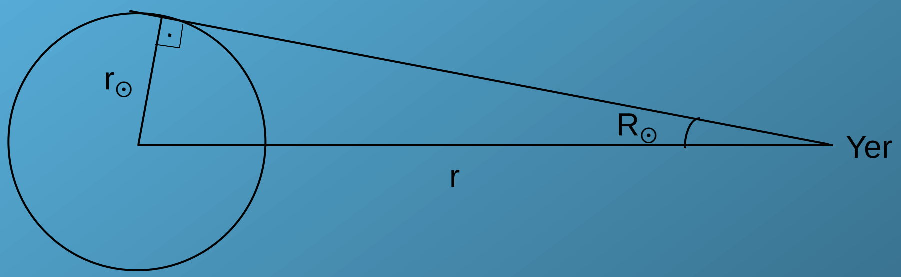
SONUÇ:

1- Gerçek Güneş Sanal Güneş'e göre salınım hareketi yapar,

2- Bu salınımın genliği 115'.2 dir

3- Güneş'in Yer'e olan uzaklığı sürekli değişir

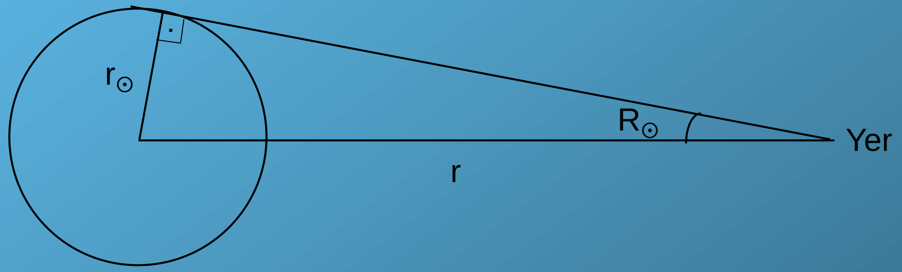
$$r = \frac{a\left(1-e^2\right)}{1+e\cos v}$$



Bu uzaklık sürekli değiştiğinden dolayı da, Güneş'in açısal yarıçapı yıl boyunca değişir. Güneş'in herhangi bir t anındaki uzaklığı r ve bu t anındaki açısal yarıçapı $R_{\odot}$ ise,

$$\sin R_{\Theta} = \frac{r_{\Theta}}{r} \quad , \quad rad \quad cinsinden \quad ise \quad R_{\Theta}(rad) = \frac{r_{\Theta}}{r}$$

$$Ortalama \quad deger \quad \overline{R_{\Theta}} \quad ise; \quad \overline{R_{\Theta}}(rad) = \frac{r_{\Theta}}{a} \quad ; \quad a = 1 \quad A.B$$



$$Bu \quad iki \quad deger \quad oranlanırsa,$$

$$\frac{R_{\Theta}}{\overline{R_{\Theta}}} = \frac{r_{\Theta}}{r}\frac{a}{r_{\Theta}} = \frac{a}{r} \qquad olur. \quad O \quad zaman,$$

$$Herhangi \quad bir \quad t \quad anina \quad iliskin \quad yaricap,$$

$$R_{\Theta} = \frac{\overline{R_{\Theta}}}{\frac{r}{a}} \qquad dir. \quad \overline{R_{\Theta}}(aci) = 16' \qquad Yani,$$

$$R_{\Theta}(aci) = \frac{16'}{\frac{r}{a}} \qquad ile \quad acisal \quad yaricapi \quad bulunur.$$

$$r \quad veya \quad \frac{r}{a} \quad onceden \quad hesaplanabilir.$$

MEVSİM HESABI

Günlerin en uzun ve en kısa olduğu "Gün dönümleri" ile gecenin gündüze eşit olduğu "ılım günleri", bir yılı dört bölüme ayırır. Bunların her birine "Mevsim" denir. Kuzey (φ >0) enlemlerde Gün dönümleri 22 Haziran ve 22 Aralıkta, ılım günleri ise 21 Mart ve 23 Eylül de olur.

21 Mart – 22 Haziran arası İlkbahar,

22 Haziran – 23 Eylül arası Yaz

23 Eylül – 22 Aralık arası Sonbahar

22 Aralık – 21 Mart arası Kış

Güney (φ<0) yarıkürede ise,

21 Mart – 22 Haziran arası Sonbahar

22 Haziran – 23 Eylül arası Kış

23 Eylül – 22 Aralık arası İlkbahar

22 Aralık – 21 Mart arası Yaz

olur. Bu tanımlara göre mevsim başlangıçları λ_o =0^o , 90^o, 180^o ve 270^o boylamlarda olacaktır. Mevsim hesabında da sorun, Güneş'in bu boylamlara geldiği günleri bulmaktır.

Bunun için iki yol vardır :

1- Elde çizelge veya Almanak var ise, bunlardan yararlanmak,

2- Almanak veya çizelge yok ise aşağıdaki adımları izleyerek hesap yapmak ;

İlkbahar başlangıcı için $\lambda_o = 0^o$

Yaz başlangıcı için $\lambda_o = 90^o$

Sonbahar başlangıcı için $\lambda_o = 180^o$

Kış başlangıcı için $\lambda_o = 270^o$

alarak t anını bulmak için,

$$\lambda_\Theta = \lambda_o + M + C(t) \qquad idi \quad \Rightarrow \quad \lambda_\Theta = \lambda_o + v$$

$$M = \frac{360^o}{P_\Theta}(t - t_o)$$

1^o) $\lambda_o = 281^o \quad 13' \quad 15''.0 + 6189''.03 \quad T + 1''.63 \quad T^2 + 0''.012 \quad T^3$

$T = 1900.0$ *den sonra gecen yuzyil sayisi*

$t = 2009$ *icin* $T = 1.09$

Buradan λ_o *bulunur.*

2^o) $v = \lambda_\Theta - \lambda_o$ *dan* v *bulunur.*

3^o) $e = 0.01675104 - 0.00004180 \quad T \quad \Rightarrow e$ *bulunur ve,*

$$\tan\frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\tan\frac{u}{2} \qquad \Rightarrow \quad u \quad bulunur.$$

4^o) $M = u - e\sin u \qquad \Rightarrow \quad M$ *bulunur.*

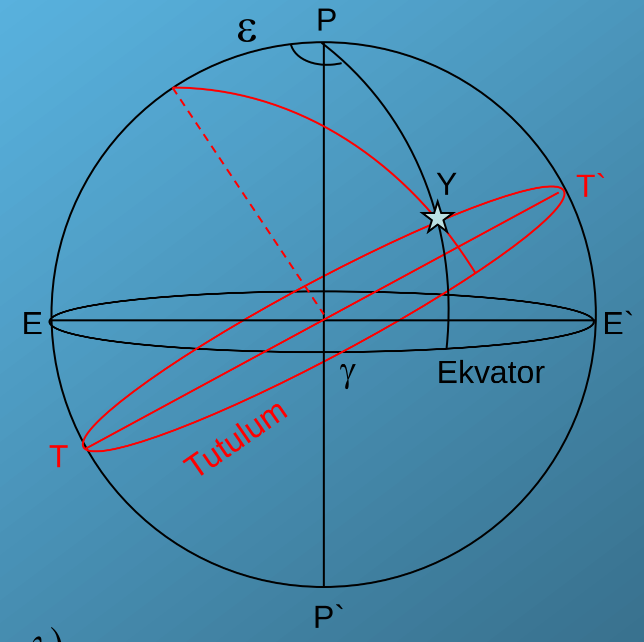
5^o) $M = \dfrac{360^o}{P_\Theta}(t - t_o) \qquad \Rightarrow \quad (t - t_o)$: *Mevsim suresi bulunur.*

6^o) *Eger* t_o *bilinirse* $(t - t_o)$ *dan* t *bulunur.*

Her yil icin Gunes'in gunberiden gecme zamani t_o *yilliklarda verilir veya formulu kullanilarak hesapla bulunabilir.*

Mevsim hesabı ile ilgili örnek çizelge verilecek!

Güneş'in Ekvator (Eşlek) Konsayıları :



QPY *kuresel ucgeninde (durum ucgeni)*,

$\sin$ *teo.*:

$$\frac{\sin(90-\delta)}{\sin(90-\lambda)}=\frac{\sin(90-\beta)}{\sin(90+\alpha)}$$

$$\frac{\cos\delta}{\cos\lambda}=\frac{\cos\beta}{\cos\alpha} \quad \Rightarrow \quad \cos\alpha=\frac{\cos\beta\cos\lambda}{\cos\delta} \qquad ...(1)$$

$\sin(kenar)\cos(aci)$ *formulu*;

$$\sin a\cos B=\cos b\sin c-\sin b\cos c\cos A$$

$$\sin(90-\delta)\cos(90+\alpha)=\cos(90-\beta)\sin\varepsilon-\sin(90-\beta)\cos\varepsilon\cos(90-\lambda)$$

$$-\cos\delta\sin\alpha=\sin\beta\sin\varepsilon-\cos\beta\cos\varepsilon\sin\lambda \qquad ...(2)$$

Gunes icin $\beta=0^o$, (1) *ve* (2) *yi Gunes icin yazarsak*,

$$(1) \quad \Rightarrow \quad \cos\alpha_\Theta=\frac{\cos\lambda_\Theta}{\cos\delta_\Theta} \qquad ...(3)$$

$$(2) \quad \Rightarrow \quad +\cos\delta_\Theta\sin\alpha_\Theta=+\cos\varepsilon\sin\lambda_\Theta$$

$$\sin\alpha_\Theta=\frac{\cos\varepsilon\sin\lambda_\Theta}{\cos\delta_\Theta} \qquad ...(4)$$