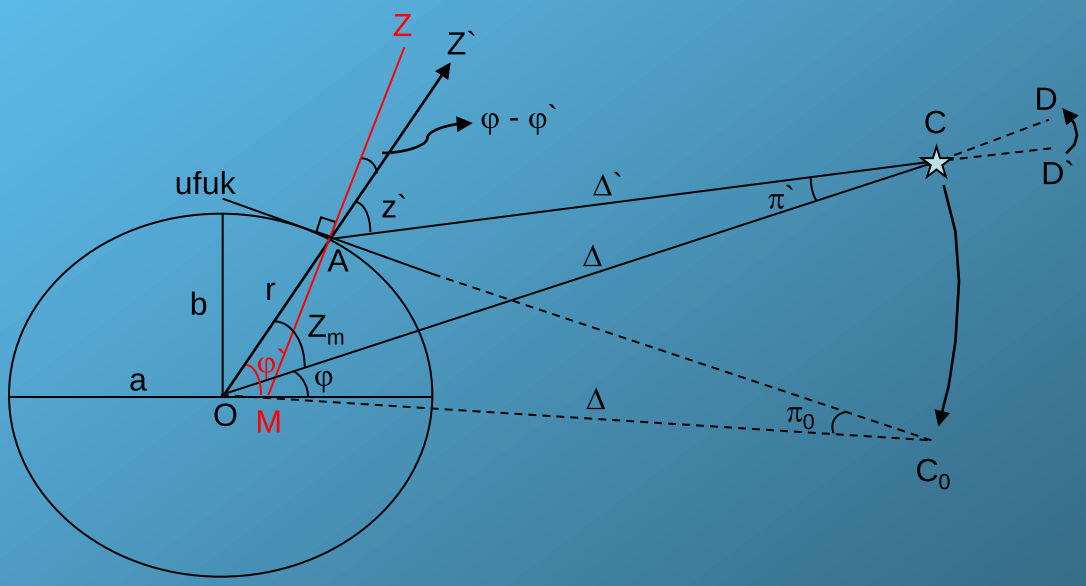
1. b)Yer merkezli paralaks (Günlük paralaks) düzeltmesi veya indirgemesi :

Yer merkezli paralaks, Gök cisminden Yer küresi yarıçapını gören açıdır. Bu günlük paralaks düzeltmesi Ay, Güneş ve gezegenler gibi yakın cisimler için kullanılır. Yar kürenin yarıçapı sabit olan yıldızların uzaklıklarına göre çok küçük olduğu için, yıldızlar için bu düzeltme gereksiz olur. Yer merkezli paralaks düzeltmesi Yer kürenin dönmesinden kaynaklanmaktadır. Gözlemcinin Yer küresi üzerindeki yeri, Yer kürenin dönmesinden dolayı uzaydaki konumu bakımından değişir. Gözlemcinin bulunduğu noktadan günün çeşitli zamanlarında belirlenmiş olan gözlem doğrultuları Yer merkezine indirgenerek, Gözlem yerine ve zamana bağlı etkiler giderilmiş olur. Böylece gözlem yeri ve zamandan bağımsız koordinatlar elde edilmiş olur.

A noktasında bulunan bir gözlemci C cismine bakıyor olsun. Gözlemci Yer kürenin O merkezinde olsaydı cismi, artık AC doğrultusunda değil OC doğrultusunda görecekti. Cismin A gözlem yeri için düşey zeniti ZAC = z dir (olağan zenit uzaklığı).Oysa cismin A gözlem yeri için merkezsel zeniti ise Z’AC = z’ olur ki bu da yüzey-merkezli (toposantrik) zenit uzaklığıdır.



Gözlenen cismin O noktasındaki merkezsel zeniti Z'OC = z_m dir (yermerkezli yani geosantrik zenit uzaklığıdır).
Gözlenen cismin A ve O noktalarına göre doğrultu kayması ise

$$ACO = \pi'$$

dır. Burada zenit uzaklığı için düşey doğrultuya göre değil de, merkez doğrultusuna göre ölçülecek olan z' merkezsel zenit kullanılmıştır. Çünkü bu zenit uzaklığı, formül çıkarılışında kolaylıklar sağlamaktadır. Burada π', gözlem yerinin r merkez uzaklığına ve z' zenit uzaklığına, yani cismin ufuktan olan yüksekliğine bağlıdır. Bu nedenle π' e "yükseklik paralaksı" denir. Eğer gözlem anındaki π' paralaksı bilinirse , ölçülen z' zenit uzaklığının Yer merkezine indirgenmiş değeri

$$z_m = z' - \pi' \quad \text{.....(1)}$$

olur (Dış açı, komşu olmayan açıların toplamına eşittir. Yani $z' = z_m + \pi'$). Bu durumda sorun π' nin bilinmesinde ortaya çıkmaktadır. Bunun için zenit uzaklığına bağlı olmayan ve bilinen bir paralaksa gereksinim vardır. Zenit uzaklığına bağlı olmayan en uygun konum ufuk düzlemi üzerinde bulunan konumdur :

$z' = 0^o$ için $\pi' = 0^o$ "en küçük değer"

$z' = 90^o$ için $\pi' = \pi_o$ "en büyük değer"

Buradaki π_o' a "ufuk paralaksı" denir. Bu paralaks, yalnız gözlemcinin ve cismin Yer merkezinden olan uzaklığına bağlıdır ve

$$\sin \pi_o = \frac{r}{\Delta} \qquad \ldots(2)$$

değerindedir. Diğer taraftan OAC üçgeninden, sin teoremini uygulayarak,

$$\frac{r}{\Delta} = \frac{\sin \pi'}{\sin z'} \qquad \ldots(3)$$

yazılabilir. (2) ve (3) den,

$$\sin \pi' = \sin \pi_o \sin z' \qquad \ldots\ldots(4)$$

elde edilir. (2) den görüleceği gibi A daki gözlemci için π_o ufuk paralaksı r ye bağlıdır. A nın coğrafi enlemi φ, bu gözlem noktasının h denizden yüksekliği bilinirse şöyle hesaplanabilir :

$$\tan \varphi' = (1 - f)^2 \tan \varphi$$

idi. Burada f = 0.0033523 Yer kürenin basıklığıdır.

Deniz düzeyi için göreli uzaklık ρ_o,

$$\rho_o = \frac{r}{a} = \left(\cos^2 \varphi' + \frac{a^2}{b^2} \sin^2 \varphi' \right)^{-1/2}$$

$$ve \quad Yer \quad küre \quad icin \quad \frac{a^2}{b^2} = 1.0067396 \quad dir.$$

Denizden h yuksekligi icin goreli uzaklik,

$$\rho = \frac{r}{a} = \rho_o + \frac{h}{a}$$

Ancak, herhangi bir gök cisminin herhangi bir ρ göreli uzaklığı için paralaksı yerine “a” ekvator yarıçapını gören paralaksı verilir. Buna ekvator-ufuk paralaksı denir ve

$$\sin \pi = \frac{a}{\Delta} \qquad \ldots(5)$$

olarak tanımlanır. (5) ve (2) den,

$$\sin \pi_o = \rho \sin \pi \quad \ldots.. (6)$$

olur.

İzlenen yollar :

Bilinenler

π paralaksı, φ enlemi, h denizden yükseklik ve

z_o zenit uzaklığı (ölçülen zenit uzaklığı)

1. Adım :

t sıcaklığı ve P basıncı belli,

$$\bar{z} = z_o + \bar{R}$$

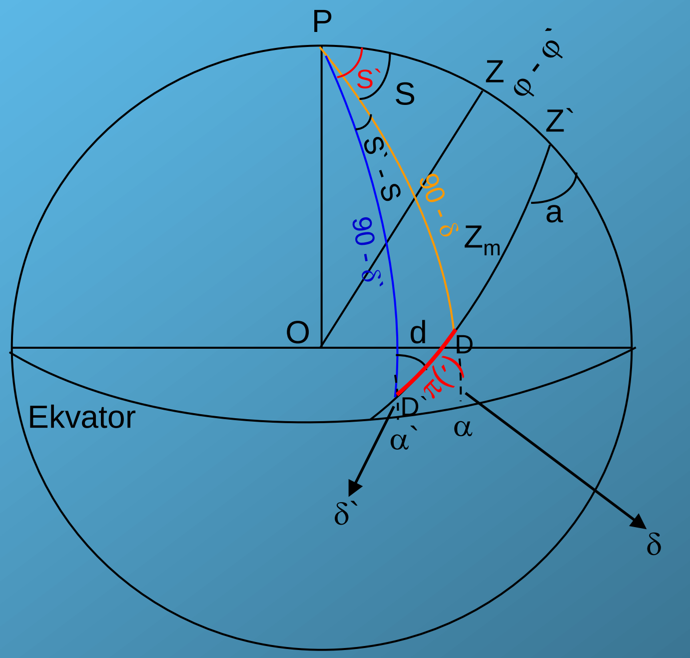
den düzeltilmiş ortalama zenit uzaklığı bulunur.

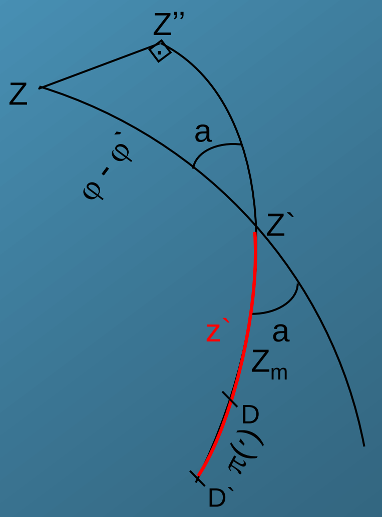
2. Adım :

Zenit gözlemleri AZ doğrultusuna göre belirlendiği için merkez doğrultusu bilinmez. Onun için önce φ' bulunur. Sonra

$$z' = \bar{z} - (\varphi - \varphi')\cos a \qquad ...(7)$$

den z' nin yaklaşık değeri bulunur. Burada a cismin azimutudur.





3. Adım :

Gözlem yerinin φ’ enlemine göre göreli merkez uzaklığı

$$\rho = \rho_o + \frac{h}{a} \qquad , \quad \rho_o = \frac{1}{\sqrt{\cos^2\varphi' + \frac{a^2}{b^2}\sin^2\varphi'}}$$

hesaplanir.

4. Adim :

$$\sin\pi' = \underbrace{\rho\sin\pi}_{\sin\pi_o}\sin z' \qquad ...(8)$$

den π' *yukseklik paralaksi bulunur.*

5. Adim :

$z_m = z' - \pi'$ *den Yer merkezli* z_m *zenit uzakligi bulunur.*

Yer kürenin basıklığından dolayı a azimutu da biraz etkilenir ama azimut değişimi boşlanabilecek kadar küçük olur.

Görüldüğü gibi (z, a) kon sayıları Yer merkezine (z_m , a_m) şeklinde indirgenir. Yer merkezli bütün kon sayılar π nin etkisinde olurlar. Ekvator kon sayıları da etkilenir. Şöyle ki,

C nin O merkezine göre yeri : Δ , α , δ

C nin A noktasına göre yeri : Δ' , α' , δ'

A nın O merkezine göre yeri : r , φ'

Burada sorun, gözlemlerle bulunan Δ' , α' , δ' değerlerinden Yer merkezli kon sayılar Δ , α , δ nın hesaplanmasıdır.

O merkezli gök küresini ele alalım. A noktasından bakan gözlemci

C cismini AC nin uzantısı olan D' noktasında,

O noktasından bakan gözlemci ise onu D noktasında görür.

Bu iki bakış doğrultusu gök küresi üzerinde D(α, δ) ve .

D'(α', δ') noktalarını gösterir. Şekilden görüleceği gibi OZ' ve D'D yayı aynı OAC düzlemindedirler. O zaman küre üzerinde z' Yer merkezli zenite D'D den geçen büyük çemberin öğlen çemberini kestiği nokta bulunabilir.

- MA düşey doğrultunun uzantısı olan z zeniti de PZ = 90 - φ ile bulunur.

- AZ ve AZ’ nin ikisi öğlen çemberi üzerindedir. Aralarındaki açı ise $\varphi - \varphi'$ dür.
- OAC düzlemi öğlen çemberinde değildir, onunla a azimut açısını yapar.
- D’ ve D noktalarının P uçlağından geçen saat çemberleri çizilirse, PD’D küresel üçgeni elde edilir. Buna sinüs teoremi uygulanırsa

$$\frac{\sin(s'-s)}{\sin \pi'} = \frac{\sin d}{\underbrace{\cos \delta}_{\sin(90-\delta)}}$$

Diğer taraftan $\sin \pi' = \sin \pi_o \sin z'$ idi. O zaman,

$$\sin(s'-s) = \frac{\sin d}{\cos \delta} \sin \pi_o \sin z'$$

yazılabilir. PD’Z’ küresel üçgenine sinüs teoremi uygulanırsa, $PZ' = 90 - \varphi'$, $D'Z' = z'$ olduğundan,

$$\frac{\sin d}{\cos\varphi'}=\frac{\sin s'}{\sin z'}$$

$$\sin d=\frac{\sin s'\cos\varphi'}{\sin z'}\qquad \textit{bunu}\quad \textit{yerine}\quad \textit{koyarsak,}$$

$$\sin(s'-s)=\sin\pi_o\cos\varphi'\sec\delta\sin s'$$

$$=\sin\pi_o\cos\varphi'\sec\delta\sin\underbrace{(s+(s'-s))}_{s'}$$

$$\{\sin(s+(s'-s))=\sin s\cos(s'-s)+\cos s\sin(s'-s)\ \}\quad \textit{hatirlayarak}$$

$$\sin(s'-s)=\sin\pi_o\cos\varphi'\sec\delta[\sin s\cos(s'-s)+\cos s\sin(s'-s)]$$

$$\frac{\sin(s'-s)}{\cos(s'-s)}=\sin\pi_o\cos\varphi'\sec\delta\sin s+\sin\pi_o\cos\varphi'\sec\delta\cos s\tan(s'-s)$$

$$\tan(s'-s)-\sin\pi_o\cos\varphi'\sec\delta\cos s\tan(s'-s)=\sin\pi_o\cos\varphi'\sec\delta\sin s$$

$$\tan(s'-s)[1-\sin\pi_o\cos\varphi'\sec\delta\cos s]=\sin\pi_o\cos\varphi'\sec\delta\sin s$$

ve,

$$\tan(s'-s)=\frac{\sin\pi_o\cos\varphi'\sec\delta\sin s}{1-\sin\pi_o\cos\varphi'\sec\delta\cos s}$$

elde edilir.

Şekilden görüleceği gibi,

$s' - s = \alpha - \alpha' \qquad O \quad zaman,$

$$\tan(\alpha-\alpha') = \frac{\sin\pi_o \cos\varphi' \sec\delta \sin s}{1-\sin\pi_o \cos\varphi' \sec\delta \cos s} \qquad \ldots(9)$$

$olur. \quad PD'Z' \quad kuresel \quad ucgenine \quad \cos \quad teoremi \quad uygulanir$
$ve \quad ara \quad hesaplar \quad yapilirsa,$

$$\tan(\delta-\delta') = \frac{(\sin\pi_o \sin\varphi' \cos ec\gamma)\sin(\gamma-\delta)}{1-(\sin\pi_o \sin\varphi' \cos ec\gamma)\cos(\gamma-\delta)} \qquad \ldots(10)$$

$bulunur. \quad Burada,$

$$\tan\gamma = \frac{\tan\varphi' \cos\dfrac{\alpha-\alpha'}{2}}{\cos\left(s+\dfrac{\alpha-\alpha'}{2}\right)} \qquad \ldots(11)$$

$dir. \quad \Delta' \quad topografik \quad uzaklik \tan \quad \Delta \quad Yer$
$merkezli \quad uzaklıza \quad gecmek \quad icin \quad AOC$
$ucgenine \quad \sin \quad teoremi \quad uygulanirsa,$

$$\frac{r}{\sin\pi'} = \frac{\Delta'}{\sin z_m} \quad \Rightarrow \quad \Delta' = \frac{r\sin z_m}{\sin\pi'}$$

$$\frac{r}{\sin\pi'} = \frac{\Delta}{\sin(180-z')} = \frac{\Delta}{\sin z'} \quad \Rightarrow \quad \Delta = \frac{r\sin z'}{\sin\pi'}$$

$Buradan,$

$$\Delta - \Delta' = \frac{r}{\sin\pi'}(\sin z' - \sin z_m) \qquad \ldots(12)$$

Hesaplamalarda (9) ve (10) no'lu denklemlerde zorluklar vardır. Bu nedenle seriye açarak bulunan aşağıdaki yaklaşık denklemler kullanılır :

$$\alpha - \alpha' = \frac{r}{\Delta} \frac{\cos\varphi' \sin s}{\cos\delta} \qquad \ldots(13)$$

$$\delta - \delta' = \frac{r}{\Delta}\left(-\sin\delta\cos\varphi'\cos s + \cos\delta\sin\varphi'\right) \qquad \ldots(14)$$

olur. Burada r ve Δ nın birimleri aynı olmalıdır. Eğer r için a birimindeki değeri ρ, ve Δ için A.B. Birimindeki değeri u = Δ / A alınırsa bu denklemler,

$u\,\pi_\alpha = 0^s.587\,\rho\cos\varphi'\sin s\sec\delta$ …(15)

$u\,\pi_\delta = 8''.80\,\rho\sin\varphi'\cos\delta - 8''.80\,\rho\cos\varphi'\cos s\sin\delta$ …(16)

şeklinde olurlar. Burada

$1A = a / \sin\pi_o$, $\sin\pi_o = 8''.80 \sin 1''$, $(\alpha-\alpha')^s = \pi_\alpha$, $(\delta-\delta')'' = \pi_\delta$

dır. Özel olarak $u\,\pi_\alpha$ ve $u\,\pi_\delta$ niceliklerine "Günlük paralaks çarpanları" denir. Denklemlerin sağ yanları u = 1 A.B uzaklığa karşılık gelen π_α , π_δ kaymalarını verir. Bu yüzden u uzaklığı için bu değerler u ya bölünmelidir.

1. c) Işık sapıncı (Aberasyon) :

Işık hızı sonlu bir değere sahiptir. Gözlenen cisimler ile gözlemci birbirlerine göre hareket halindedirler. Bu nedenle onların görünürdeki doğrultuları gerçekte biraz kaymış olur. Bu kaymaya ışık sapıncı (aberasyon) denir. Tıpkı yağmur altında koşan birinin, yağmur doğrultusunu hareketinden dolayı farklı gözlemesinde olduğu gibi. Sapma miktarı, hem yağmurun ve hem de koşan kimsenin hızlarına bağlıdır. Yani sapınç, iki cismin birbirlerine göre olan hareketinden kaynaklanır.

Gök cisimlerinin belli zamanlarındaki yerleri saptanırken gözlemler benzer bir olayın etkisinde kalır. Yani gök cisminden gelen ışığın yolu Yer'in yörüngesi üzerindeki hareketinden dolayı biraz sapar. Bu doğrultu kayması gök cisminin (örneğin yıldızın) gerçekteki konumunun saptanmasını etkiler. Işık hızı c = 300 000 km / s değeri ile sınırlıdır.

Herhangi bir anda Güneş'in gök küresi üzer,indeki yerini saptamak istersek ;

- Yer, yörüngesi üzerinde ortalama V = 30 km/s lik hızla ilerler,
- Işık, Güneş'ten bize ~ 8^{dk} da varır (Δt = 498.38 saniye),

Yani şu an bize Güneş'ten gelen ışık, Güneş'ten $\Delta t=498^s.38$ önce çıkmış. Bu süre içimde Yer

$\Delta s = 498^s \times 30$ km/s = 14940 km

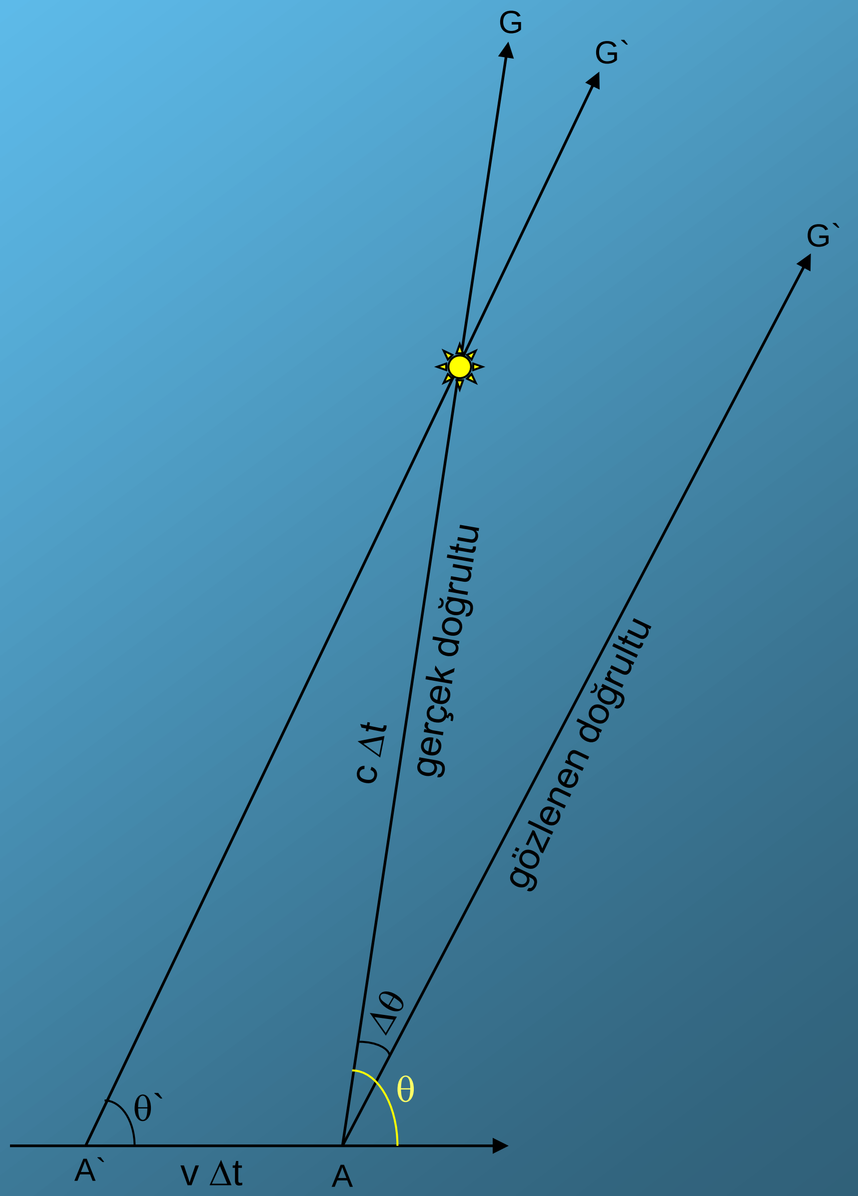
geride bulunmaktaydı. Yanı ışık c Δt lik bir yol alırken, gözlemci V Δt kadar ilerlemiş oluyor.

Bundan dolayı gözlenen doğrultu gerçek doğrultuya göre $\Delta\theta$ kadar sapar. Bu açıyı hesaplayacak olursak,

- t anında A dan Güneş'i θ açısındaki AG doğrultusunda görmekteyiz.
- Güneş'ten gelen ışık t_i = t - Δt zamanında Güneş'ten çıkmıştır.
- Bu arada Yer, yani ti = t - Δt zamanında A' de idi.

AA' = V Δt , o zaman A' den gözlenen doğrultu θ' ise $\Delta\theta$ sapıncı,

$\Delta\theta = \theta - \theta'$, ve üçgende sinüs teoreminden,



$$\frac{\sin \Delta\theta}{V\Delta t} = \frac{\sin \theta'}{c\Delta t} \qquad ; \quad \theta' = \theta - \Delta\theta \quad oldugundan,$$

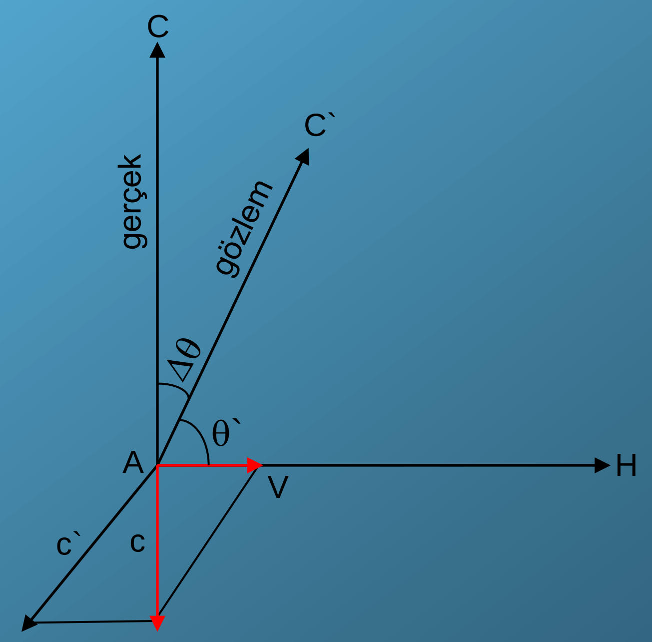
$$\sin \Delta\theta = \frac{V}{c}\sin\left(\theta - \Delta\theta\right) \qquad \ldots(1)$$

olur.

(1) Den görüleceği gibi bu sapınç, cismin uzaklığına bağlı değildir. Yalnız V/c oranı ile θ doğrultusuna bağlıdır. Bu sapınç bütün gök cisimleri için geçerlidir. Bu nedenle buna "Yıldız sapıncı" da denir.

Eğer gezegenler gibi yakın cisimler söz konusu ise, bunların kendi hızlarından kaynaklanan sapınç ta söz konusu olur. Bu nedenle bu sapınca "gezegen sapıncı" denir. Çizimle bu sapınç doğrultuları vektörel bileşenlere ayrılır.

Δθ sapıncı V/c göreli hızına bağlıdır. Yer'in ortalama yörünge hızı alınırsa V/c ~ 0.0001 gibi sabit bir değer bulunur. Buna sapınç (aberasyon) sabiti denir. Bu sabit küçük olduğundan, Δθ da çok küçük olur. O zaman Δθ nın (1) ifadesi seriye açılabilir :



$$\Delta\theta = a\sin\theta - \frac{1}{2}a^2\sin 2\theta + a^3\left(\sin\theta\cos^3\theta - \frac{1}{3}\sin^3\theta\right) \qquad ...(2)$$

$$Burada \qquad a = V/c \cong 0.0001 \;\; rad = 20''.47 \;\; (= sapinc \;\; sabiti)$$

$$a^2 = 0''.002 \;\; ve \;\; a^3 = 0''.2x10^{-6} \qquad dir.$$

Ucuncu terim cok kucuk oldugundan boslanabilir.

O zaman, sapinc duzeltmesi icin,

$$\Delta\theta = a\sin\theta - \frac{1}{2}a^2\sin 2\theta \qquad ...(3)$$

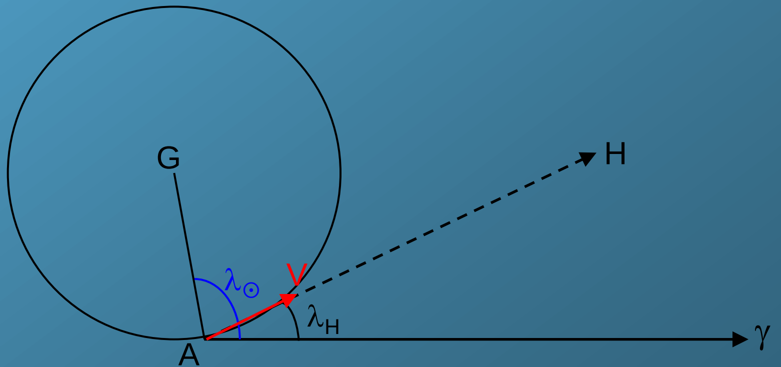
yaklasimi yeterli olur.

Güneş, Ay ve gezegenlerin yılın ardışık günleri için gök küresindeki konumları tayin edilirken sapınç düzeltmesi yapılır. Bu işlem için (3) denklemi doğrudan kullanılamaz. Bunun yerine, sapınçtan kaynaklanan konsayılardaki gereken düzeltmeler bulunmalıdır. Şimdi bunlara bakalım :

- Yer'in V hız vektörü AH doğrultusunda ve boylam başlangıcı olan γ noktasının A ya göre yeri Aγ doğrultusundadır. O zaman,

Güneşin tutulum boylamı $\lambda_{\odot}$ = GAγ

H hedef tutulum boylamı λ_H = HAγ olur. GAH = 90^o olduğundan,



$$\lambda_H = \lambda_\odot - 90^o \qquad \ldots(4)$$

yazılabilir. λ_H nin yıl boyunca değişimi $0^o < \lambda_H < 360^o$ aralığındadır.

λ_H dan dolayı θ açısı ve dolayısıyla Δθ sapıncı her bir gök cismi için yıl boyunca değişir. İşte Yer'in yörünge hareketinden ileri gelen bu olaya "Yıllık sapınç" denir. Benzer şekilde,

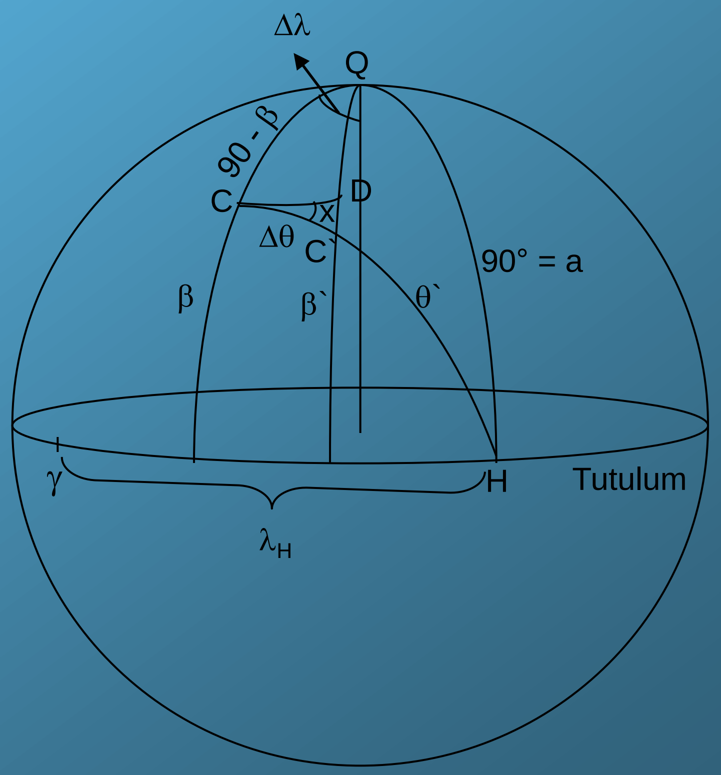
Yer'in kendi ekseni etrafında dönmesinden kaynaklanan

günlük sapınç = 0".318

Güneş'in uzay hareketinden ($V_\odot$ = 20 km/s) kaynaklanan

yüzyıllık sapınç = 13".75

dir.



Sapıncın konsayılara olan etkisi :

Şekilden görüleceği gibi,

C nin tutulum kon sayıları (λ, β)

C' nin tutulum kon sayıları (λ + Δλ), (β + Δβ)

H hedefinin tutulum kon sayıları ($\lambda_\odot$– 90°), 0°

dir.

AC, AC’ ve AH doğrultularının gök küresini deldiği noktalara göre ; Δλ nin küçük olduğunu dikkate alarak,

$$CD = \Delta\lambda \cos\beta \quad , \quad DC^{'} = -\Delta\beta \quad ve,$$

$$CD = \Delta\theta \cos x \quad , \quad DC^{'} = \Delta\theta \sin x \quad oldugundan,$$

$$\Delta\lambda \cos\beta = \Delta\theta \cos x$$

$$\ldots(5)$$

$$-\Delta\beta = \Delta\theta \sin x$$

$$olur. \quad Burada \quad x \quad icin \quad QCH \quad ucgeninden,$$

$$CQH = \lambda_H - \lambda = \lambda_\Theta - 90^o - \lambda$$

$$QCH \cong 90^o + x \quad , \quad CH = \Delta\theta + \theta^{'} = \theta$$

$$olduguna \quad gore,$$

$$\frac{\sin\left(\lambda_\Theta - 90^o - \lambda\right)}{\sin\theta} = \frac{\sin\left(90^o + x\right)}{\sin 90^o} \quad ve,$$

$$\sin\left(\left[\lambda_\Theta - \lambda\right] - 90^o\right) = -\cos\left(\lambda_\Theta - \lambda\right) \quad ile,$$

$$\sin\theta \cos x = -\cos\left(\lambda_\Theta - \lambda\right) \quad \ldots(6)$$

$a=90^o,\ \ b=\theta,\ \ c=90-\beta,\ \ A=90+x\ \ ve\ \ B=\lambda_\Theta-90^o-\lambda$ *olan bir ABC kuresel ucgenine* $\sin(kenar)\cos(açı)$ *formulu uygulanirsa,*

$\sin b\cos A=\cos a\sin c-\sin a\cos c\cos B$ *idi,*

$$\sin\theta\cos(90+x)=\cos 90^o\sin(90-\beta)-\sin 90^o\cos(90-\beta)\cos(\lambda_\Theta-90^o-\lambda)$$

$$\sin\theta\sin x=-\sin\beta(-\sin(\lambda_\Theta-\lambda))$$

$$\sin\theta\sin x=\sin\beta\sin(\lambda_\Theta-\lambda)\qquad ...(7)$$

bulunur. Sapinc icin $\Delta\theta=a\sin\theta$ *yaklasik değeri alinirsa,*

(5), (6) *ve* (7) *den su sonuclar elde edilir:*

$$\Delta\lambda=-a\cos(\lambda_\Theta-\lambda)\sec\beta$$

...(8)

$$\Delta\beta=-a\sin(\lambda_\Theta-\lambda)\sin\beta$$

Burada $\Delta\lambda=\lambda'-\lambda$ *ve* $\Delta\beta=\beta'-\beta$ *dir.*

(8) *denklemleri, sapincin kon sayilara olan etkilerini veren temel denklemlerdir.*

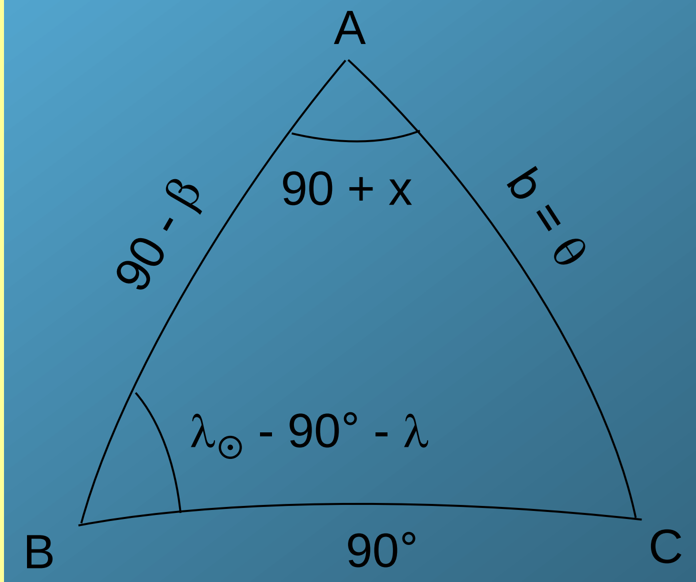
Bu değisimler tutulum – ekvator donusumune uygulanirsa,

$$\Delta\alpha=-a\sec\delta(\cos\alpha\cos\lambda_\Theta\cos\varepsilon+\sin\alpha\sin\lambda_\Theta)$$

...(9)

$$\Delta\delta=-a\cos\lambda_\Theta(\sin\varepsilon\cos\delta-\cos\varepsilon\sin\alpha\sin\delta)-a\cos\alpha\sin\delta\sin\lambda_\Theta$$

elde edilir.



Burada cismin gerçek yeri C(α, δ) , gözlenen yeri ise C'(α', δ') olmak üzere,

$$\alpha = \alpha' - \Delta\alpha \quad \text{ve} \quad \delta = \delta' - \Delta\delta$$

olacaktır.

Bir gezegenin kütlesi = m

Uzaklığı = d

Yörüngesindeki açısal hızı = n

Boylamı λ = 0 alınırsa, bu gezegen için dinamik olarak (9) denklemleri bulunabilir ancak, a yerine gezegen için,

$$\frac{n''md}{c} = k'md\,\frac{n}{n(Yer)}$$

gibi sabit bir çarpan söz konusu olur. Bu çarpan, her bir gezegen için belirli bir değere sahiptir. Örneğin, Çoban ve Yer için 0".0001 değerinde olurken Satürn için 0".0019 ve Jüpiter için 0".0086 değerindedir.

1. d) Gün merkezli (Yıllık) Paralaks :

Yıldızların gözlenen doğrultuları gökyüzünde küçük elipsler çizer. Bu elipslerin dönemi 1 yıldır. Çapları açı saniyesinin kesri mertebesindedir. Yer merkezinden Güneş'e doğru çizilen doğrultuda ölçülebilir bir doğrultu sapması kaydedilebilir. Bu paralaktik açı,

a) Gözlenen doğrultunun Güneş merkezine indirgenmesi, ve

b) Gök cisminin uzaklığının bulunması

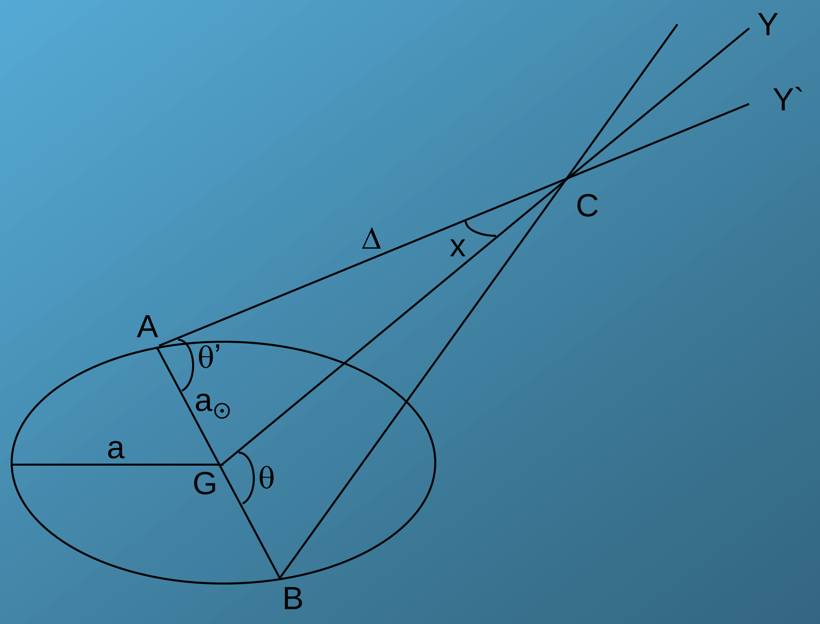
bakımından önemlidir.

Uzaklığı Δ olan bir C yıldızı olsun. Yer, herhangi bir gün için A da olsun. Gözlemci bu anda yıldızı Y' doğrultusunda görecektir. Güneş merkezinden bakmış olsaydı Y doğrultusunda görecekti. Bu doğrultuların AG ye göre yaptıkları açılar θ' ve θ olsun. O zaman, x sapması

$$x = \theta - \theta' \quad \ldots\ldots (1)$$

olur. Bu x doğrultu sapması Δ uzaklığına ve Yer'in yörüngedeki A noktasına yani gözlem tarihine bağlıdır.

x bir yıl boyunca sürekli değişir. Bu nedenle bir kenarı Δ ve $\theta = 90^o$ olan sanal üçgenin tepe açısı "paralaks" olarak tanımlanır ve π ile gösterilir.



Gözlemci A da iken Yer – Güneş uzaklığı $a_{\odot}$ olsun. AGC üçgenine sinüs teoremi uygulanırsa,

$$\sin x = \frac{a_{\Theta}}{\Delta}\sin\theta \qquad \ldots(2)$$

elde edilir. Burada $\frac{a_{\Theta}}{\Delta}$ *orani cok kucuktur:*

En yakin yildiz α *CMa icin,*

$$\frac{a_{\Theta}}{\Delta} = \frac{0.375}{206265} = 1.8x10^{-6}$$ *dir. Dolayisiyle*

$\sin x = x(rad)$ *alinabilir.* $a_{\Theta} = a$ *(ortalama Yer – Gunes uzakligi: 1 A.B)* *olmak uzere,*

$$x(rad) = \frac{a}{\Delta}\sin\theta \qquad \ldots(3)$$

yazilabilir. Burada $\theta = 90^{o}$ *icin x 'in aldigi deger* $\pi(rad)$, *"Gun merkezli paralaks" veya "yillik paralaks" olur.*

$$Yillik \quad paralaks = \pi(rad) = \frac{a}{\Delta} \qquad \ldots(4)$$

Aci saniyesi birimindeki degeri ise,

$$\pi'' = 206265''\frac{a}{\Delta} \qquad \ldots(5)$$

1 pc tanımı buradan gelir. 1 pc, yıllık paralaksı π = 1" olan uzaklıktır. O zaman,

$$1 \text{ pc} = 206265 \times 149.6 \times 10^{6} \text{ km} = 3.0857244 \times 10^{13} \text{ km}$$

Işık yılı (ıy) ise,

$$1 \text{ ıy} = c \times 1 \text{ yıl} = 299792.5 \text{ km/s} \times 31556925^{s}.9747$$

$$= 9.46 \times 10^{12} \text{ km}$$

ve buradan, 1 pc = 3.261682 ıy olduğu görülür.

206265 x a = 1 pc ve Δ / 1 pc = r alınırsa,

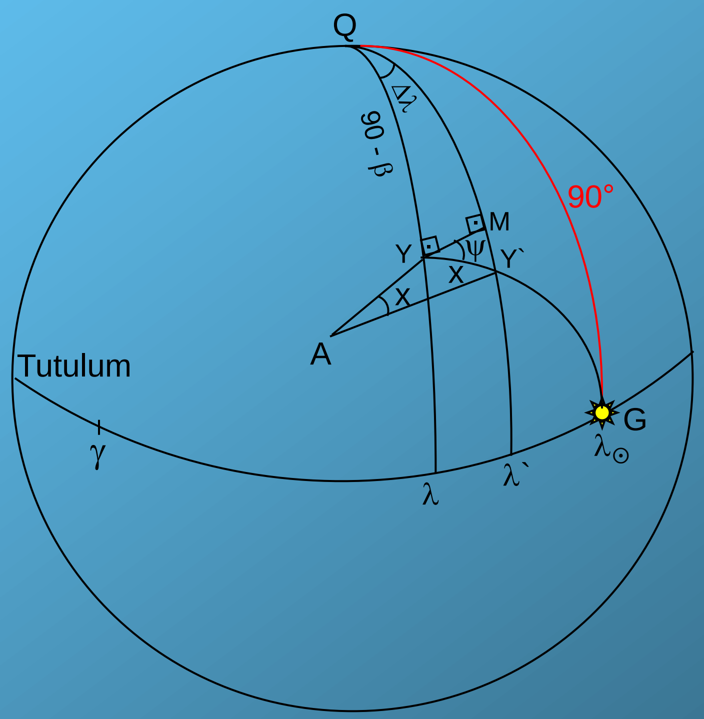
$$\pi'' = 1 / r(pc) \quad \ldots.(6)$$

şeklinde basit bir bağıntı bulunur. Yani, paralaksın açı saniyesi birimindeki değeri, uzaklığın pc birimindeki değerinin tersine eşittir. (3) ve (4) den,

$$x = \pi \sin \theta \quad \ldots(7)$$

bulunur. Her ne kadar bu bağıntı basit gibi görünüyor ise de, ne x ve ne de π doğrudan ölçülemediği ve θ da ölçülemediği için pratikte pek uygun bir bağıntı değildir. Ayrıca θ' de ölçülebilir görünse de geceleyin Güneş doğrultusu gözlenemediği için bu θ' açısı da ölçülemez. Yani (7) denklemi pratikte uygun olan bir bağıntı değildir.

Eğer paralaksın (λ, β) ya da (α, δ) kon sayıları üzerindeki neden olduğu sapmalara ilişkin bağıntılar bulunabilirse, gözlemler ile sapmalar bulunur ve ilgili formüller aracılığıyla paralaks hesaplanabilir.



Paralaks için temel formüller ve gün merkezine indirgeme :

Şekilden görüleceği gibi,

Y : yıldızın Güneş merkezli yeri,

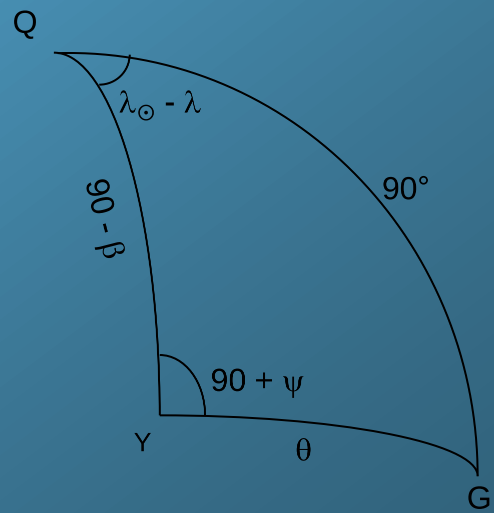
Y’ : yıldızın Yer merkezli yeri,

λ, β : Y nin tutulum kon sayıları,

λ', β' : Y’ nün tutulum kon sayıları,

YM yayı : Tutuluma paralel küçük çember

$\Delta\lambda = \lambda - \lambda'$, $\Delta\beta = \beta - \beta'$



YMY’ üçgeninde $\rightarrow$ $x \cos \Psi = (-\Delta\lambda) \cos \beta$

$x \sin \Psi = \Delta\beta$

dir. (7) den bu ifadeler

$\pi \sin\theta \cos\psi = (-\Delta\lambda)\cos\beta$

...(8)

$\pi \sin\theta \sin\psi = \Delta\beta$

olur. Diger taraf tan $Q\overset{\Delta}{Y}G$ *dik kenarli ucgende,*

$$\frac{\sin\theta}{\sin(\lambda_\Theta - \lambda)} = \frac{\sin 90^o}{\sin(90^o + \psi)}$$

$\sin\theta \cos\psi = \sin(\lambda_\Theta - \lambda)$

Yine $Q\overset{\Delta}{Y}G$ *ucgeninde,*

$\sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A$ *teoremi uygulamirsa,*

$\sin\theta \cos(90 + \psi) = \underbrace{\cos 90}_{0} \sin(90 - \beta) - \sin 90^o \cos(90 - \beta)\cos(\lambda_\Theta - \lambda)$

$\sin\theta \cos(90 + \psi) = -\sin\beta \cos(\lambda_\Theta - \lambda)$

$-\sin\theta \sin\psi = -\sin\beta \cos(\lambda_\Theta - \lambda)$

$\sin\theta \sin\psi = \sin\beta \cos(\lambda_\Theta - \lambda)$ *bulunur.*

Bulunan $\cos\psi$ *ve* $\sin\psi$ deg*erleri* (8) *de konur ve*

$(\lambda_\Theta - \lambda)$ *yerine* $-(\lambda - \lambda_\Theta)$ *alinirsa,*

$\Delta\lambda = \pi \sin(\lambda - \lambda_\Theta)\sec\beta$

...(9)

$\Delta\beta = \pi \cos(\lambda - \lambda_\Theta)\sin\beta$

elde edilir. Boylece bu (9) *denklemleri ile tutulum konsayilarinin Yer merkezinden gün merkezine indirgeme veya bu isle*min *tersi olan indirgeme hesabi yapilabilir. Söyleki;*

1-) Belli bir tarih için $\lambda_\odot$ ya hesaplanır veya yıllıktan alınır,

2-) Eğer bir yıldızın (λ', β') konsayıları gözlemle bulunmuşsa, bu değerler (9) denklemlerindeki (λ, β) yerine konularak $\Delta\lambda$, $\Delta\beta$ hesaplanır ve böylece,

$$\Delta\lambda + \lambda' = \lambda$$

$$\Delta\beta + \beta' = \beta$$

İle (λ, β) değerleri bulunabilir.

(9) denklemleri paralaktik hareketi gösterirler. (9) denklemlerinde $\lambda_\odot$ yok edilirse,

$$(\Delta\lambda\cos\beta)^2 = \pi^2\sin^2(\lambda-\lambda_\Theta)$$

$$(\Delta\beta)^2 = \pi^2\sin^2\beta\cos^2(\lambda-\lambda_\Theta)$$

$$\frac{(\Delta\lambda\cos\beta)^2}{\pi^2} = \sin^2(\lambda-\lambda_\Theta)$$

$$\frac{(\Delta\beta)^2}{\pi^2\sin^2\beta} = \cos^2(\lambda-\lambda_\Theta)$$

$+ \qquad +$

$$\frac{(\Delta\lambda\cos\beta)^2}{\pi^2} + \frac{(\Delta\beta)^2}{\pi^2\sin^2\beta} = 1 \qquad \ldots(10)$$

elips denklemi bulunur. Bu elipsin gok kuresi uzerinde belirttigi kapali egriye "paralaks elipsi" denir. Bu elipsin yari-buyuk ekseni π, *yari-kucuk ekseni de* $\pi\sin\beta$ *buyuklugundedir.*

Yalnız, eğer $\beta = 0$ ise bu denklem geçerli olmaz. Bu durumda (9) ifadelerinin sadece birincisi kullanılabilir. Bu denklem de

$$\Delta\lambda = \pi \sin(\lambda - \lambda_\odot)$$

şeklinde kısalır. Burada $\lambda_\odot$ değişkendir. Denklem de bir doğru denklemidir.

Paralaksın (α, δ) konsayıları üzerindeki etkisi :

Gözlenen kon sayılar : Y' (α' , δ')

İstenen kon sayılar : Y (α , δ) ise,

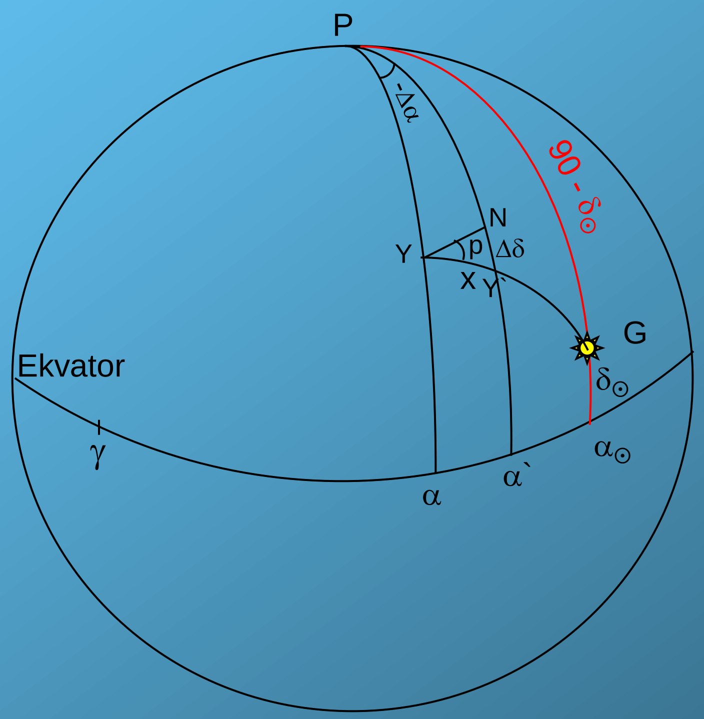
$$\left.\begin{aligned} \Delta\alpha &= \alpha - \alpha' \\ \Delta\delta &= \delta - \delta' \end{aligned}\right\} \quad \ldots(11)$$

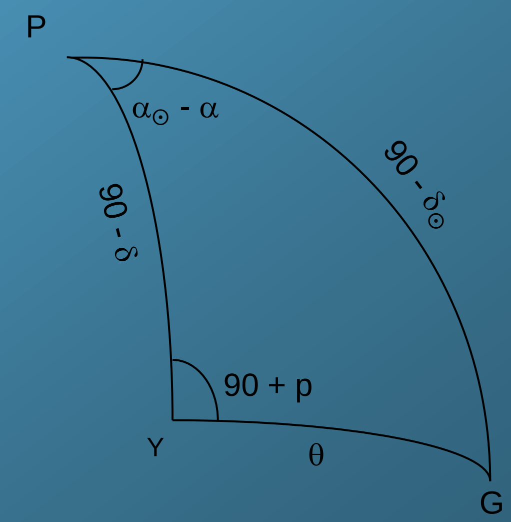
Gözlem anında Güneş G($\alpha_\odot$, $\delta_\odot$) 'de olsun.

Y den ekvatora çizilen paralel çemberin oluşturduğu YNY' üçgeni dikkate alınır ve

$$x = \pi \sin\theta$$

değeri kullanılırsa,





$x\cos p = (-\Delta\alpha)\sin(90-\delta)$

$x\sin p = \Delta\delta$

dan,

$\pi\sin\theta\cos p = (-\Delta\alpha)\cos\delta$

$\pi\sin\theta\sin p = \Delta\delta$

elde edilir. PYG ucgeninde,

$PYG = 90 + p \quad , \quad PG = 90 - \delta_\Theta \quad , \quad YG = \theta$ *olup*

sin *teoreminden,*

$$\frac{\sin\theta}{\sin(\alpha_\Theta - \alpha)} = \frac{\sin(90-\delta_\Theta)}{\sin(90+p)}$$

$\sin\theta\sin(90+p) = \cos\delta_\Theta \sin(\alpha_\Theta - \alpha)$

$\sin\theta\cos p = \cos\delta_\Theta \sin(\alpha_\Theta - \alpha)$

sin − cos *teoreminden,*

$\sin\theta\cos(90+p) = \cos(90-\delta_\Theta)\sin(90-\delta) - \sin(90-\delta_\Theta)\cos(90-\delta)\cos(\alpha_\Theta - \alpha)$

$-\sin\theta\sin p = \sin\delta_\Theta\cos\delta - \cos\delta_\Theta\sin\delta\cos(\alpha_\Theta - \alpha)$

Bu iki ifadeden $\sin p$ *ve* $\cos p$ *nin* deg*erleri yukaridaki ifadelerde yerlerine konursa,*

$\Delta\alpha\cos\delta = \pi\cos\delta_\Theta\sin(\alpha - \alpha_\Theta) = \pi P_\alpha$

...(12)

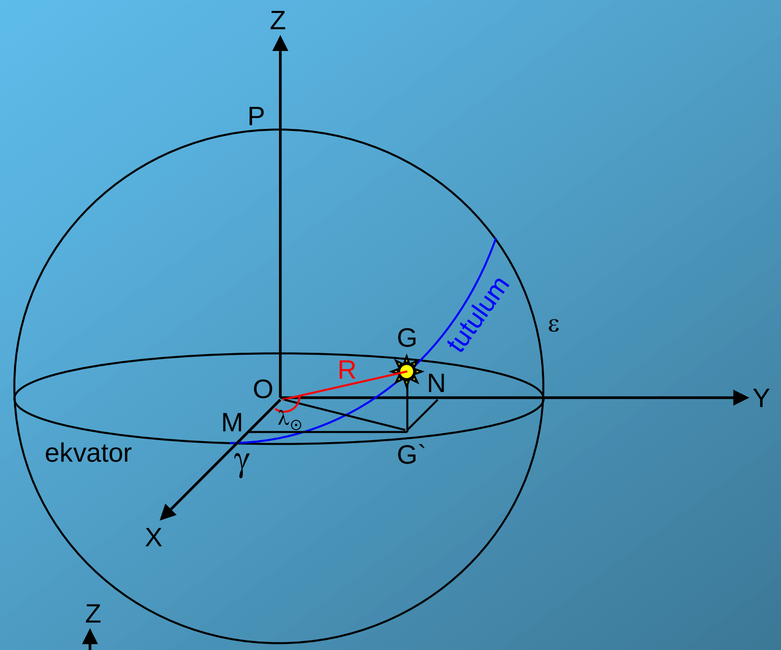
$\Delta\delta = \pi[-\sin\delta_\Theta\cos\delta + \cos\delta_\Theta\sin\delta\cos(\alpha - \alpha_\Theta)] = \pi P_\delta$

sonucu bulunur. Burada $(\alpha_\Theta - \alpha)$ *yerine* $-(\alpha - \alpha_\Theta)$ *alinmistir.* P_α *ve* P_δ *lara "yillik paralaks carpanlari" denir. Bu carpanlarin, bir yildiz icin istenen tarihteki* deg*erleri (12) denklemlerinden hesaplanabilirler.*

Bu denklemler aynı zamanda paralaks tayininde de kullanılır. Bu amaçla ilk denklemin kullanımı çözüm için yeterlidir. πP_α niceliği teleskopla çekilen fotoğraf plağı üzerindeki sapmanın Δx bileşenini, πP_δ de Δy bileşenini verecektir. Çeşitli zamanlarda çekilen plaklar üzerinde ölçülen Δx sapmalarında πP_α nın etkisi de vardır. Bu etkinin matematiksel ifadesi

$$\Delta x = C_x + \mu_x t + \pi P_\alpha$$

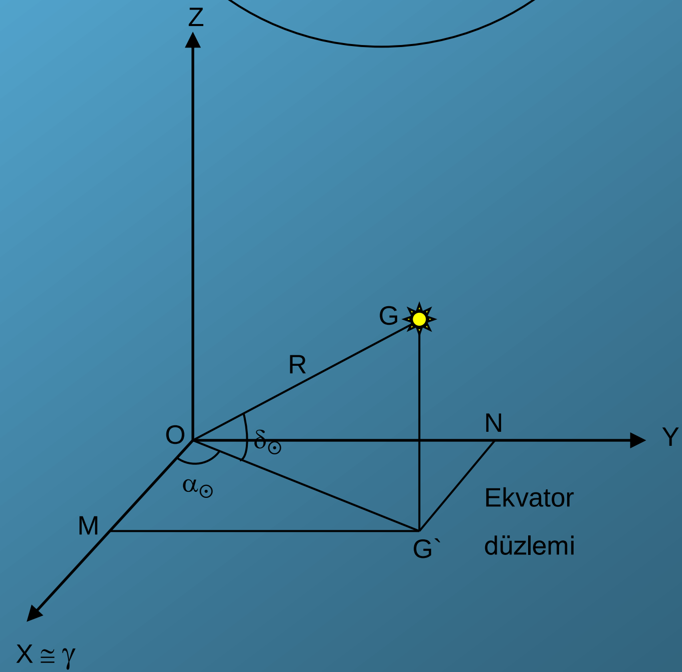
dir. t_i ye karşı Δx_i ler ölçülür ve en küçük kareler yöntemiyle C_x, μ_x ve π bilinmeyenleri bulunur. Bu şekilde bulunan π ye "**trigonometrik paralaks**" denir. Bu yöntem dolaysız yöntem olup yakın yıldızlar için çok iyi ve kullanışlı yöntemdir.



(12) denklemlerinin kullanımına ilişkin bir örnek :

Güneş'in $X_\odot$, $Y_\odot$, $Z_\odot$ dik kon sayılarını, tutulum ve ekvator kon sayılarına göre ifade edersek ;

OG = R = $a_\odot / a \approx 1$ (göreli Yer-Güneş uzaklığı)



$$X_\Theta = \overline{MO} \quad , \quad Y_\Theta = \overline{ON} \quad , \quad Z_\Theta = \overline{GG'} \quad , \quad GM = R\sin\lambda_\Theta$$

$Gunes'in \quad tutulum \quad enlemi \quad \beta \cong 0^o \quad dir.$

$$X_\Theta = \overline{OM} = R\cos\lambda_\Theta \qquad \Rightarrow \quad X_\Theta / R = \cos\lambda_\Theta$$

$$Y_\Theta = \overline{ON} = R\sin\lambda_\Theta \cos\varepsilon \quad \Rightarrow \quad Y_\Theta / R = \sin\lambda_\Theta \cos\varepsilon$$

$$Z_\Theta = R\sin\lambda_\Theta \sin\varepsilon \qquad \Rightarrow \quad Z_\Theta / R = \sin\lambda_\Theta \sin\varepsilon$$

$Yine \quad sekilden,$

$$X_\Theta = R\cos\delta_\Theta \cos\alpha_\Theta \quad \Rightarrow \quad X_\Theta / R = \cos\delta_\Theta \cos\alpha_\Theta$$

$$Y_\Theta = R\cos\delta_\Theta \sin\alpha_\Theta \quad \Rightarrow \quad Y_\Theta / R = \cos\delta_\Theta \sin\alpha_\Theta$$

$$Z_\Theta = R\sin\delta_\Theta \qquad \Rightarrow \quad Z_\Theta / R = \sin\delta_\Theta$$

$Bu \quad ifadelerden,$

$$\cos\lambda_\Theta = \cos\delta_\Theta \cos\alpha_\Theta$$

$$\sin\lambda_\Theta \cos\varepsilon = \cos\delta_\Theta \sin\alpha_\Theta \qquad \ldots(13)$$

$$\sin\lambda_\Theta \sin\varepsilon = \sin\delta_\Theta$$

(12) denklemlerinde sin(α - α_o) ve cos(α - α_o) değerleri kullanarak ve (13) denklemlerinde R = 1 alarak iki tür denklem elde edilir. Biri paralaks çarpanlarını veren denklem takımıdır. Diğer tür ise,

$X_o = \cos \lambda_o$, $Y_o = \sin \lambda_o$, $Z_o = \sin \lambda_o \sin \varepsilon$ alarak elde edilir.

Yıllık paralaks çarpanları :

$$P_\alpha = X_\Theta \sin\alpha - Y_\Theta \cos\alpha$$

$$...(14)$$

$$P_\delta = X_\Theta \cos\alpha \sin\delta + Y_\Theta \sin\alpha \sin\delta - Z_\Theta \cos\delta$$

Burada (α, δ) , gözlenen yıldızın ekvator kon sayılarıdır. X_o , Y_o ve Z_o değerleri almanaklarda her gün için verilir.

ÖZET :

-Bir yıldızın Yer merkezli (α' , δ') ekvator kon sayıları gözlemle saptanır.

-Bu yıldızın π paralaksı herhangi bir yoldan bilinir (alınır veya hesaplanır)

-(14) ifadelerinde önce (α, δ) yerine (α' , δ') alarak P_α ve P_δ çarpanları hesaplanır

-Sonra (12) ifadelerine göre,

$$\Delta\alpha = \pi\, P_\alpha \sec \delta$$
$$\Delta\delta = \pi\, P_\delta$$

ile $\Delta\alpha$ ve $\Delta\delta$ hesaplanır

-En sonunda

$$\alpha = \alpha' + \Delta\alpha$$
$$\delta = \delta' + \Delta\delta$$

ile Gün merkezli kon sayılar bulunur.

2. a) PRESESYON :

Presesyon, ilkbahar ılımının tutulum üzerinde batı yönde sürekli olarak ilerlemesidir. Bu nedenle buna "ekinoksların presesyonu" da denir.

İznik'li Hipokrat (M.Ö. 129), Batlamyus (M.S. 137) ve Uluğ Bey'in (M.S. 1437) katalogları ve daha sonraki yıldız katalogları incelenirse yıldızların konsayılarının değişimi ile ilgili iki önemli sonuç fark edilir :

1- Yıldızların tutulum enlemleri zamanla önemli bir değişim göstermezler ama,
2- Tutulum boylamları ise yılda ~ 50" kadar artmaktadır.

Bunun olabilmesi için γ koç noktasının batı yönde hareket etmesi gerekir.