-Sonra (12) ifadelerine göre,

$$\Delta\alpha = \pi\, P_\alpha \sec \delta$$

$$\Delta\delta = \pi\, P_\delta$$

ile $\Delta\alpha$ ve $\Delta\delta$ hesaplanır

-En sonunda

$$\alpha = \alpha' + \Delta\alpha$$

$$\delta = \delta' + \Delta\delta$$

ile Gün merkezli kon sayılar bulunur.

2. a) PRESESYON :

Presesyon, ilkbahar ılımının tutulum üzerinde batı yönde sürekli olarak ilerlemesidir. Bu nedenle buna "ekinoksların presesyonu" da denir.

İznik'li Hipokrat (M.Ö. 129), Batlamyus (M.S. 137) ve Uluğ Bey'in (M.S. 1437) katalogları ve daha sonraki yıldız katalogları incelenirse yıldızların konsayılarının değişimi ile ilgili iki önemli sonuç fark edilir :

1- Yıldızların tutulum enlemleri zamanla önemli bir değişim göstermezler ama,
2- Tutulum boylamları ise yılda ~ 50" kadar artmaktadır.

Bunun olabilmesi için γ koç noktasının batı yönde hareket etmesi gerekir.

Yer'in yörünge düzlemi olan tutulum düzlemi sabit alınırsa, Gök ekvatorunun, dolayısıyla Yer ekvatorunun hareket etmesi gerekir ki γ noktası sürekli olarak öncelenmiş olsun yani batı yönde hareket edip ilerlesin. Aynı presesyonu Ω sonbahar noktası da yapar. Ancak ekvator düzleminin bu hareketinde onun tutulum düzlemi ile yapmış olduğu ε açısı değişmez. Yani göğün P kutbu tutulumun Q kutbu çevresinde ε yarıçaplı bir çember çizer. Bu hareketin dönemi de ~ 26000 yıldır.

γ nın bu presesyon hareketi nedeniyle, yıldızların herhangi bir tarihteki (α, δ) kon sayıları o yıl için γ nın ve ekvatorun konumuna bağlı olacaktır.

Herhangi bir yıla ilişkin α , δ lar gözlemle şöyle bulunabilir :

Önce o yıl için γ nın yeri şöyle saptanabilir ; Yaklaşık gündönümü tarihi olan 22 Hazirandan 10 gün önce ve 10 gün sonrasında Güneş tam meridyene geldiği andaki $z_{\circ}$ zenit uzaklığı ölçülür. O gün için $\delta_{\circ} = \varphi - z_{\circ}$ olur. Böylece Güneş'in bir seri $\delta_{\circ}$ değerleri elde edilir. Bu değerlerin günlere göre değişimi bir eğriyi verir. Bu eğrinin maksimumu ε değerini ve maksimumdaki tarih de Gündönümü tarihini verir. Benzer gözlemler 21 Mart ve 23 Eylül ılımları yöresinde de yapılır ve Güneş'in öğlen geçişlerindeki $z_{\circ}$ değerleri ölçülür ve daha sonra, Güneş tutulum üzerinde olacağından,

$$\sin \alpha_{\circ} = \cot g\, \varepsilon \tan \delta_{\circ} \ \ldots \ (1)$$

ile $\alpha_{\circ}$ hesaplanır. Burada $S_{\circ} = 0$ olacağından yıldız zamanı $T = \alpha_{\circ}$ olur.

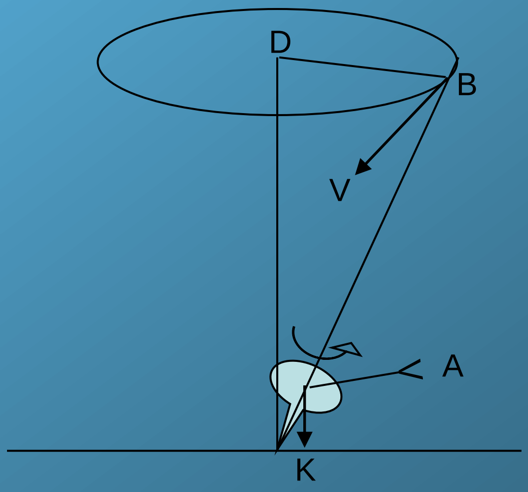
Bundan yararlanarak yıldız saati ayarlanır. Yıldız saati ayarlandıktan sonra gece gözlemlerine başlanır.

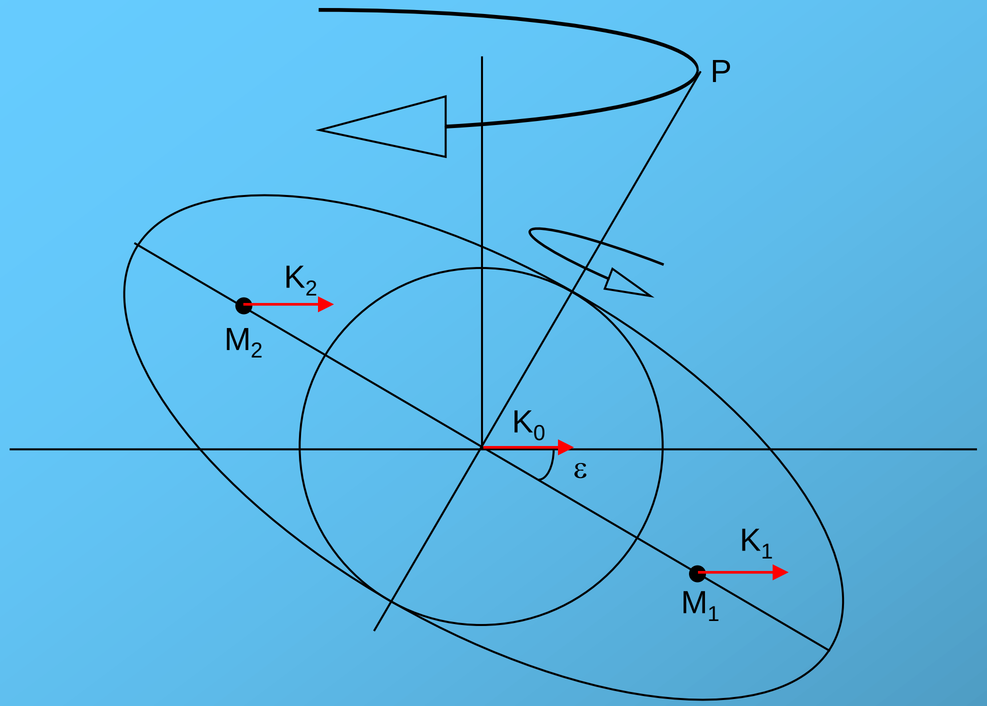
Yıldızların meridyen geçişlerinde onların z zenit uzaklığı ölçülür ve bu geçiş anına karşılık gelen T zamanı saptanır. Geçiş anındaki bu T zamanı yıldızın α sını verir ve $\delta = \varphi - z$ ile yıldızın δ sı bulunur. Bulunan bu değerler için zenit uzaklıkları kırılma etkisinden arındırılmış uzaklıklar olmalıdır.

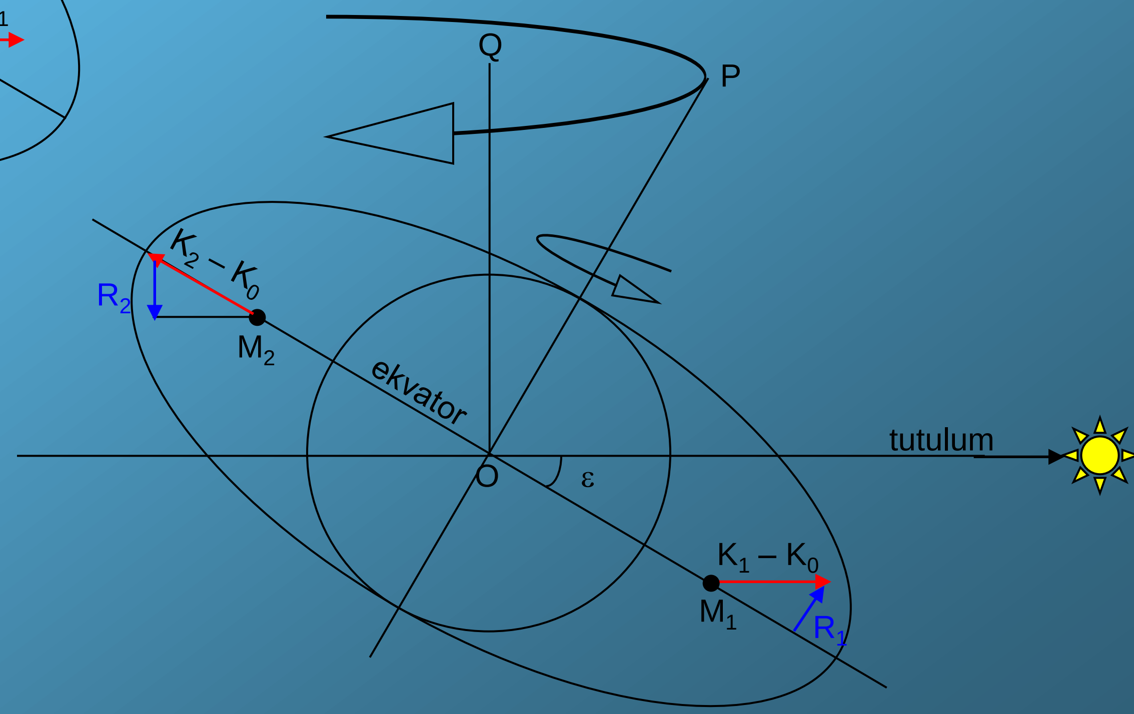
Şimdi presesyonun temelinde bulunan fiziksel olaya bakacak olursak;

Simetrik cisimler yeterince hızlı bir şekilde bir eksen etrafında dönerler ise, onların dönme eksenlerinin uzaydaki doğrultuları bir jiroskoptaki gibi sabit olur. Eğer bir cisim kendi dönme eksenine göre dengesiz veya bu eksene etki eden dış bir kuvvet var ise, dönme ekseninin doğrultusu uzayda artık sabit olmaz, bu eksen düzgün bir dairesel dönme hareketi yapmaya zorlanır. Tıpkı bir topacın hareketinde olduğu gibi.

Yer’in kendi ekseni etrafındaki dönme hareketinde benzer bir durum vardır. Eğer Yer tam bir küre olsaydı ve yeterince hızlı bir şekilde dönseydi onun dönme ekseni uzayda sabit olan aynı doğrultuya yönelmiş olacaktı. Oysa Yer küre kutuplardan biraz basık, ekvator boyunca şişkin bir yapıdadır.




P
K2
M2
K0
ε
K1
M1


Q
P
K2 – K0
R2
M2
ekvator
tutulum
O
ε
K1 – K0
M1
R1

Bu nedenle tutulum düzlemine paralel olan Güneş'in çekim kuvveti, Yer ekvatorunu tutuluma doğru eğmeye çalışmaktadır, yani Yer'in dönme eksenini daha dik hale getirmek için zorlama yapmaktadır. Yer'in iç küresindeki birim kütleye Güneş'in uyguladığı çekim kuvveti $\mathbf{K_o}$, Yer kürenin merkezine uygulanan çekim kuvvetidir. Yer'in Güneş'e yakın şişkin kısmındaki birim kütleye uygulanan $\mathbf{K_1}$ kuvveti $\mathbf{K_o}$ dan daha büyük değerdedir ve tutulumun yakınındaki M_1 kütle merkezine uygulanır. Karşıt yerde Yer'in Güneş'e uzak olan şişkin kısmındaki birim kütleye uygulanan $\mathbf{K_2}$ kuvveti ise $\mathbf{K_o}$ dan küçük bir değerdedir ve M_2 kütle merkezine uygulanır. M_1 noktasına uygulanan ($\mathbf{K_1} - \mathbf{K_o}$) kuvvet farkının ekvatora dik olan $\mathbf{R_1}$ bileşeni ile M_2 noktasına uygulanan ($\mathbf{K_2} - \mathbf{K_o}$) kuvvet farkının $\mathbf{R_2}$ bileşeni bir kuvvet çifti oluşturur. Bu kuvvet çifti Yer'in dönme eksenini daha dik yapmaya zorlar. Bu da doğu yönde dönen ekseni, OQ doğrultusu çevresinde batı yönünde bir koni hareketi yaptıracak şekilde harekete zorlar. Ay da tutulum yöresinde olduğu için aynı etkiyi yapar. Bu iki etkinin toplamı "Ay-Güneş presesyonu" nu oluşturur. Sonuçta P kutbu Q çevresinde ε yarıçaplı bir çember üzerinde hareket eder.

1950 de kutup yıldızı α UMi yöresinde bulunan P kutup noktası, 1950 + 13000 = 14950 yılında çaplamasına karşı taraftaki α Lyr (Vega) yıldızına yönelmiş olacaktır.

Aslında ε açısı sabit kalmaz, az da olsa değişir. En eski ölçümleri de dikkate alarak yapılan bir değerlendirme ile ε açısının zamanla azaldığı görülmektedir. Bu değişimi veren formül aşağıda verildiği gibi elde edilmiştir :

$$\varepsilon = 23^o\ 27'\ 08''.26 - 46''.845\ T - 0''.0059\ T^2 + 0''.00181\ T^3 \quad \ldots\ (2)$$

Burada T, 1900.0 den beri geçen yüzyıl sayısıdır. Bu eğim açısının yıllık azalması, ortalama olarak 0".5 yöresindedir. Ayrıca 1 yıl içerisinde 1" den küçük olan salınım şeklinde değişimler de olmaktadır. Ancak ε da sürekli azalmanın olmadığı da ön görülmektedir. Öyle ki bu azalmanın M.S 6000 yılına kadar süreceği tahmin edilmektedir. ε daki azalmanın yıllık değeri yaklaşık 4".68 kadardır. Bu değişimin temelinde, tutulumun gerçekte sabit olmaması onun da bir devinim içinde olması bulunmaktadır. ε daki bu azalma ya da "tutulumun presesyonu" denir. Bunun nedeni de gezegenlerin çekim kuvvetlerinin neden oldukları tedirginliktir. Bu nedenle buna "gezegen presesyonu" da denir.

Presesyonun kon sayılara etkisi :

Ay-Güneş presesyonu ile tutulumun presesyonu birlikte ele alınırsa, hem ekvator ve hem de tutulum azıcık dönecektir. Böylece belli bir tarihte γ da olan ılım noktası bir yıl sonra γ' gibi bir yerde olacaktır. Hareket, iki presesyonun bileşimi olan bir devinmedir. Bu nedenle buna "genel presesyon" denir.

Bir yıllık presesyon ile $\gamma \rightarrow \gamma'$ ye gelsin.

γD = Ψ : Yıllık Ay-Güneş presesyonu ; yalnız ekvatorun presesyonundan ileri gelen bileşendir.

γE = λ' : Yıllık gezegen presesyonu ; tutulumun presesyonundan ileri gelen bileşendir.

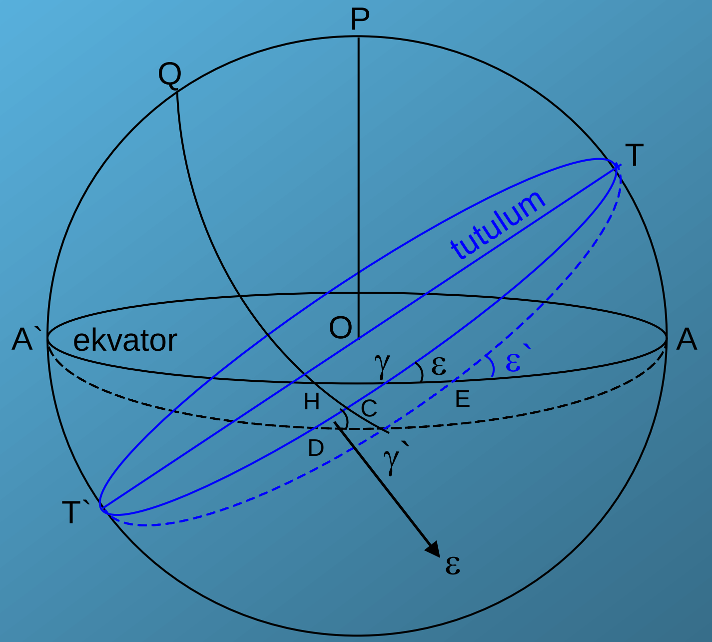
γC = p : Boylamda yıllık presesyon ; genel presesyonun tutulum üzerindeki bileşenidir.

HCγ üçgeninden,

p cos ε = m : sağ açıklıkta presesyon ; genel presesyonun α-bileşeni

p sin ε = n : dik açıklıkta presesyon ; genel presesyonun δ-bileşeni

Newcomb'a göre bu bileşenler (bkz. Kızılırmak, 1977) :



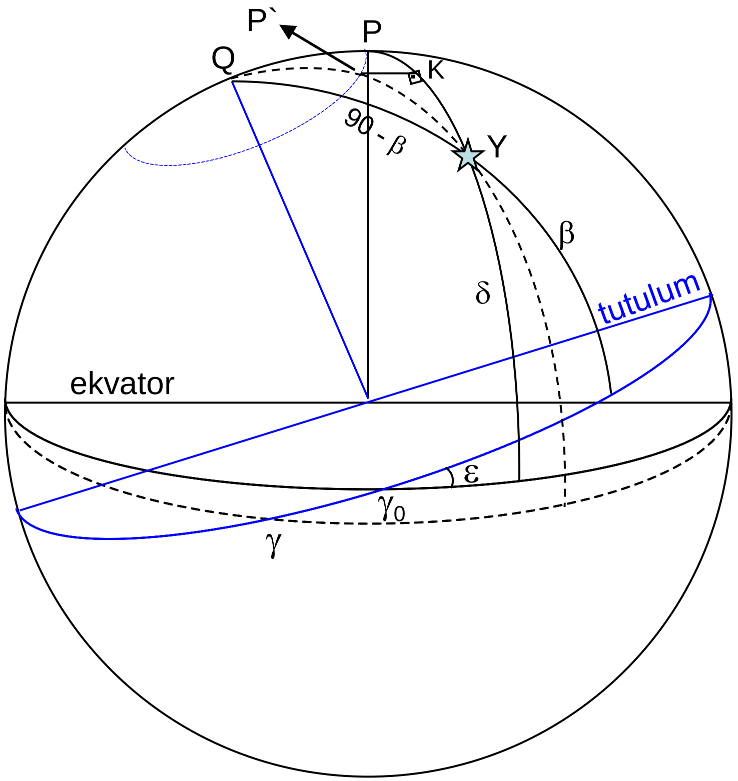
$$\psi = 50''.3708 + 0''.0050T$$

$$\lambda' = 0''.1247 - 0''.0188T$$

$$p = 50''.2564 + 0''.0222T$$

$$m = 3^s.07234 + 0^s.00186T$$

$$n = 20''.0468 - 0''.0085T$$



Bunlar bir yıllık bileşenlerdir. Bu değerler, indirgeme hesaplarında kullanılır. Ancak bunun için genel presesyona ait formüller gereklidir :

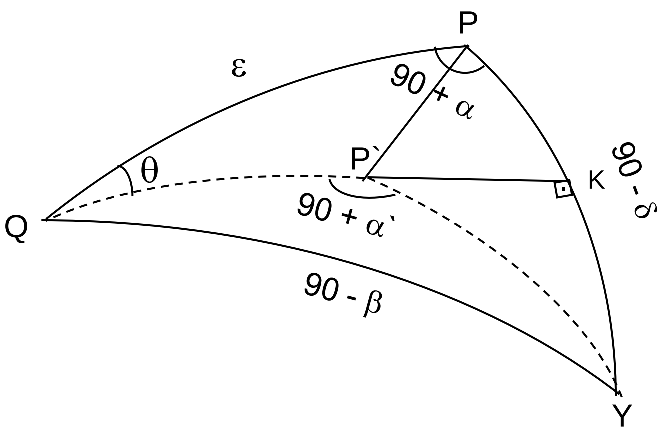
t_o tarihinde ılım noktasının yeri γ_o , Y yıldızının kon sayıları (λ, β) , (α , δ) olsun.

t_o + t tarihinde ise ılım noktası γ da ve Y yıldızının kon sayıları (λ' , β') , (α' , δ') olsun. t zamanında (yıl) γ_o 'ın boylamdaki presesyonu $\gamma_o\gamma = \theta$. Yani, boylamda t yıllık genel presesyon θ dır. O zaman,

$\lambda' = \lambda + \theta$, $\beta' = \beta$ …..(3)

$\alpha' = \alpha + \Delta\alpha$, $\delta' = \delta + \Delta\delta$ ….(4)

yazılabilir.



$$PY = 90 - \delta \quad , \quad Q\hat{P}Y = 90 + \alpha \quad , \quad KY = 90 - \delta^{'}$$

$$P'Y = 90 - \delta^{'} \quad , \quad Q\hat{P}^{'}Y = 90 + \alpha^{'} \quad , \quad PK = PY - KY$$

$$PK = (90 - \delta) - \left(90 - \delta^{'}\right)$$

$$PK = \delta^{'} - \delta = \Delta\delta$$

$$QY = 90 - \beta \quad , \quad P\hat{Q}Y = 90 - \lambda \quad , \quad Q\hat{P}P' = 90^{o}$$

$$P'\hat{Q}Y = 90 - \lambda^{'} \quad , \quad P'\hat{P}K \cong \alpha$$

Buna gore PP'K ucgeninden,

$$\cos\alpha = \frac{PK}{PP'} \quad \Rightarrow \Delta\delta = PK = PP'\cos\alpha$$

dir. θ *acisi kucuk oldugundan PQP' ucgeninden,*

$$\frac{\sin\varepsilon}{\sin 90} = \frac{\sin PP'}{\sin\theta} \quad \Rightarrow \quad \sin\varepsilon = \frac{PP'}{\theta} \quad \Rightarrow \quad PP' = \theta\sin\varepsilon$$

dolayisiyle,

$$\Delta\delta = \theta\sin\varepsilon\cos\alpha \qquad ...(5)$$

$\Delta\alpha = \alpha^{'} - \alpha$ *icin* ;

QPY ve QP'Y ucgenlerinden,

$$QY = 90 - \beta$$

$$\cos(90 - \beta) = \cos\varepsilon\cos(90 - \delta) + \sin\varepsilon\sin(90 - \delta)\underbrace{\cos(90 + \alpha)}_{-\sin\alpha}$$

$$\sin\beta = \cos\varepsilon\sin\delta - \sin\varepsilon\cos\delta\sin\alpha$$

$$\cos(90 - \beta) = \cos\varepsilon\cos\left(90 - \delta^{'}\right) + \sin\varepsilon\sin\left(90 - \delta^{'}\right)\cos\left(90 + \alpha^{'}\right)$$

$$\sin\beta = \cos\varepsilon\sin\delta^{'} - \sin\varepsilon\cos\delta^{'}\sin\alpha^{'}$$

Değişim çok küçük olduğundan şu yaklaşımlar yapılabilir :

$$\left[\sin(a+b)=\sin a\cos b+\cos a\sin b \quad oldugunu \quad hatirlayarak\right]$$

$$\sin\delta' = \sin(\delta+\Delta\delta)\cong\sin\delta+\Delta\delta\cos\delta$$

$$\left[\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b \quad oldugunu \quad hatirlayarak\right]$$

$$\cos\delta' = \cos(\delta+\Delta\delta)\cong\cos\delta-\Delta\delta\sin\delta \qquad ve$$

$$\sin\alpha' = \sin(\alpha+\Delta\alpha)\cong\sin\alpha+\Delta\alpha\cos\alpha$$

Bu yaklasimlardan yararlanarak,

$$\sin\beta=\cos\varepsilon(\sin\delta+\Delta\delta\cos\delta)-\sin\varepsilon(\cos\delta-\Delta\delta\sin\delta)(\sin\alpha+\Delta\alpha\cos\alpha)$$

$$=\cos\varepsilon\sin\delta-\sin\varepsilon\cos\delta\sin\alpha \qquad O \quad zaman,$$

$$\cos\varepsilon\sin\delta+\Delta\delta\cos\varepsilon\cos\delta-\sin\varepsilon(\cos\delta\sin\alpha+\Delta\alpha\cos\alpha\cos\delta-\Delta\delta\sin\alpha\sin\delta-\Delta\alpha\Delta\delta\cos\alpha\sin\delta)=$$
$$\cos\varepsilon\sin\delta-\sin\varepsilon\cos\delta\sin\alpha$$

sadelesme yaparak,

$$\Delta\delta\cos\varepsilon\cos\delta-\sin\varepsilon\cos\delta\sin\alpha-\Delta\alpha\sin\varepsilon\cos\alpha\cos\delta+\Delta\delta\sin\varepsilon\sin\alpha\sin\delta+\Delta\alpha\Delta\delta\sin\varepsilon\cos\alpha\sin\delta=$$
$$-\sin\varepsilon\cos\delta\sin\alpha$$

sadelesme yapip $\Delta\alpha\Delta\delta <<$ *oldugundan bu carpimi boslayarak,*

$$\Delta\delta\cos\varepsilon\cos\delta-\Delta\alpha\sin\varepsilon\cos\alpha\cos\delta+\Delta\delta\sin\varepsilon\sin\alpha\sin\delta=0$$

Buradan,

$$\Delta\delta(\cos\varepsilon\cos\delta+\sin\varepsilon\sin\alpha\sin\delta)=\Delta\alpha\sin\varepsilon\cos\alpha\cos\delta$$

$$\Delta\delta=\theta\sin\varepsilon\cos\alpha \qquad idi. \quad O \quad zaman,$$

$$\theta\sin\varepsilon\cos\varepsilon\cos\alpha\cos\delta+\theta\sin^2\varepsilon\sin\alpha\cos\alpha\sin\delta=\Delta\alpha\sin\varepsilon\cos\alpha\cos\delta$$

$$\sin\varepsilon\cos\alpha\cos\delta(\theta\cos\varepsilon+\theta\sin\varepsilon\sin\alpha\tan\delta)=\Delta\alpha\sin\varepsilon\cos\alpha\cos\delta$$

$$\Delta\alpha=\theta\cos\varepsilon+\theta\sin\varepsilon\sin\alpha\tan\delta$$

ve boylece,

$$\Delta\alpha=\theta(\cos\varepsilon+\sin\varepsilon\sin\alpha\tan\delta) \qquad \ldots(6)$$

bulunur.

Eğer (5) ve (6) denklemlerindeki θ yerine Ψ kullanılırsa, yıllık Ay-Güneş presesyonundan ileri gelen değişimler bulunur, p kullanılırsa, genel presesyondan ileri gelen değişimler bulunur. Uygulamada p yerine m ve n sayılarının kullanımı daha uygun olmaktadır. Bu durumda (5) ve (6) denklemleri yerine,

$$\left.\begin{aligned} \Delta\alpha &= m + n \sin\alpha \tan\delta \\ \Delta\delta &= m \cos\alpha \end{aligned}\right\} \quad \ldots(7)$$

genel presesyon formülleri kullanılır. Tutulum boylamı ise (3) e göre,

$$\lambda' = \lambda + t\,p \qquad \ldots(8)$$

olur.

2- b) Nütasyon (Yer'in dönme ekseninin salınımı) :

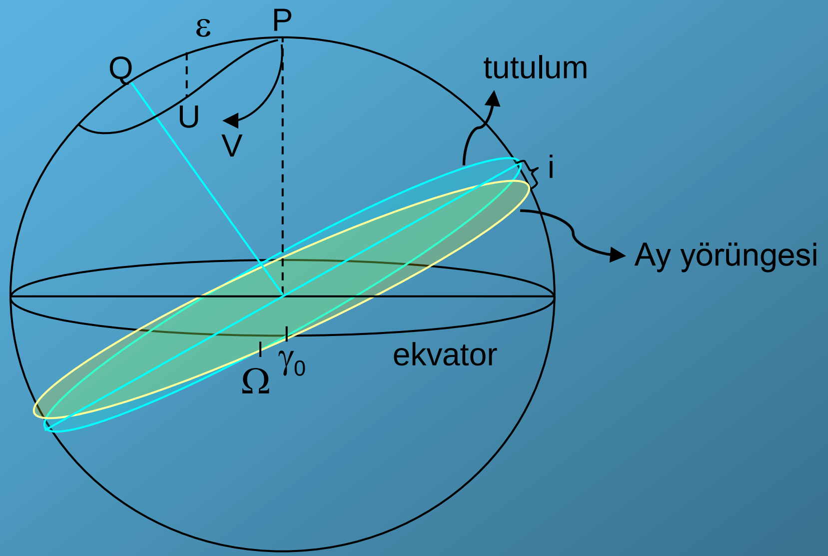
Ay ve Güneş'in çekim kuvvetleri yıl boyunca aynı kalsaydı P kutbuna ait presesyon yörüngesi bir çember olurdu. Ay-Güneş presesyonu yıl boyunca düzgün olurdu. Gerçekte tedirgin edici olaylar vardır. Bunlar, ve bu olayların etkileri şöyle sıralanabilir :

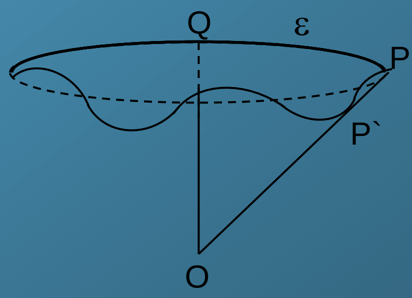
i) Güneş tutulum boyunca yıllık hareketini sürdürür. Bir yıldızıl yılda iki kez ekvatordan geçer (Mart ve Eylülde) ve $\mathbf{R_1}$ ile $\mathbf{R_2}$ yatırıcı kuvvetler sıfır olur. Yörünge elips olduğundan dolayı çekim kuvveti en beride maksimum en ötede ise minimum düzeydedir. Bu nedenle Güneş presesyonunu ikinci dereceden etkileyen bir terim olmalıdır. Bu terim, 6 ay içinde yinelenen ve Güneş'in λ_o boylamına bağlı olan bir terim olmalıdır. Bunun için en uygun fonksiyon sin $2\lambda_o$ dir.

ii) Ay için de aynı durum söz konusudur. Buradaki yineleme ½ yıldızıl ay dır. O zaman bu olaydan gelecek terim de sin $2\lambda_C$ olmalıdır. Burada λ_C , Ay'ın tutulum boylamıdır.

iii) Ay yörüngesi ile tutulum düzlemi arasındaki $i = 5^o\ 11'$ lık bir açı vardır. Dolayısıyla Ay yörüngesinin kutbu Q da değil, ondan i uzaklığında bir U noktasındadır.

O zaman Ay çekiminin şişkin Yer küresine uyguladığı çekim etkisi nedeniyle, eğer Güneş'in uyguladığı çekimi dikkate almazsak, P noktası U merkezli bir çember hareketi yapmalı. Bunun sonucunda,





- γ noktası yine batıya doru kayma hareketi yapar, Güneş'in oluşturduğu etki ile birlikte Ay-Güneş presesyonu olur ve bunun matematiksel ifadesi Ψ t idi. Burada t yıl biriminde zamandır.
- P nin Q ya uzaklığı sabit değil değişken olur. Yani tutulumun ε eğimi, $\varepsilon + \Delta\varepsilon$ gibi değerler alır. Burada ε = sabit, $\Delta\varepsilon$ değişir.
- Ayrıca U kutbu Q merkezli i = 5^{o} 11' yarıçaplı ve 18.6 yıl dönemli bir çember hareketi yapar. Bunun sonucu P nin yörüngesinde bir dalgalanma olur. Bu dalgalanma çıkış ve iniş düğümlerinin dikkate alınmasıyla sin Ω ve sin 2Ω lı terimleri gerektirir. Burada Ω çıkış düğümünün boylamıdır.

Bütün bu etkilerden iki önemli sonuç ortaya çıkar. Bunlar,

1- γ nın boylam hareketinin tam anlatımı

2- Tutulumun $\Delta\varepsilon$ değişimini veren bağıntı

bulunmuş oluyor. γ nın boylam hareketini veren ifade,

$$a\,t + b \sin \Omega + c \sin 2\Omega + d \sin 2\lambda_{\odot} + e \sin 2\lambda_{C} \quad \ldots(1)$$

olmalı. 1900.0 yılı Ocak 0, Greenwich gün ortası zamanına göre bu katsayılar (Kızılırmak, 1977),

a = Ψ = 50".3708 + 0".0050 T (Ay-Güneş presesyonu)

b = -17".2327 + 0".01737 T

c = + 0".2088 + 0".00002 T

d = - 1".2729 – 0".00013 T

e = - 0".2037 – 0".00002 T

İlk terim (a), boylamda Ay-Güneş presesyonudur. Diğer terimlerin toplamı olan,

$$\Delta\Psi = b \sin \Omega + c \sin 2\Omega + d \sin 2\lambda_{\odot} + e \sin 2\lambda_{C} \quad \ldots(2)$$

ifadesine de "boylamda nütasyon" denir. Yani genel anlamda, nütasyon, Ay-Güneş presesyonunun uğramış olduğu dalgalanmalar toplamıdır.

Tutulumun ε eğikliğinin $\Delta\varepsilon$ değişimini veren ifade ise, (2) ye benzer bir şekilde,

$\Delta\varepsilon = b_1 \cos \Omega + c_1 \cos 2\Omega + d_1 \cos 2\lambda_\odot + e_1 \sin 2\lambda_C$ …(3)

olmalıdır. Çünkü ε nun değişimi QP uzaklığının değişimidir. P ile γ arası 90^o olduğuna göre P nin bu değişimi γ ile aynı ama 90^o evre farkıyla olur. Bu nedenle kosinüslü terimler oluşur. Buradaki b_1 katsayısına "Nütasyon sabiti" denir. Woolard'a göre bu katsayıların değerleri (bkz. Kızılırmak, 1977) ;

b_1 = + 9".2100 + 0".00091 T : Nütasyon sabiti

c_1 = - 0".0904 + 0".00004 T

d_1 = + 0".5522 – 0".00029 T

e_1 = + 0".0884 – 0".00005 T

$\Delta\varepsilon$ nun (α , δ) kon sayılarına etkisi :

QPY küresel üçgeninde PY kenarına cos teoremi uygulanırsa,

$\cos (90 - \delta) = \cos (90 - \beta) \cos \varepsilon + \sin (90 - \beta) \sin \varepsilon \cos (90 - \lambda)$

$\sin \delta = \sin \beta \cos \varepsilon + \cos \beta \sin \varepsilon \sin \lambda$ …(4)