Tutulumun ε eğikliğinin $\Delta\varepsilon$ değişimini veren ifade ise, (2) ye benzer bir şekilde,

$$\Delta\varepsilon = b_1 \cos \Omega + c_1 \cos 2\Omega + d_1 \cos 2\lambda_{\odot} + e_1 \sin 2\lambda_{C} \quad \ldots(3)$$

olmalıdır. Çünkü ε nun değişimi QP uzaklığının değişimidir. P ile γ arası 90^o olduğuna göre P nin bu değişimi γ ile aynı ama 90^o evre farkıyla olur. Bu nedenle kosinüslü terimler oluşur. Buradaki b_1 katsayısına “Nütasyon sabiti” denir. Woolard’a göre bu katsayıların değerleri (bkz. Kızılırmak, 1977) ;

b_1 = + 9”.2100 + 0”.00091 T : Nütasyon sabiti

c_1 = - 0”.0904 + 0”.00004 T

d_1 = + 0”.5522 – 0”.00029 T

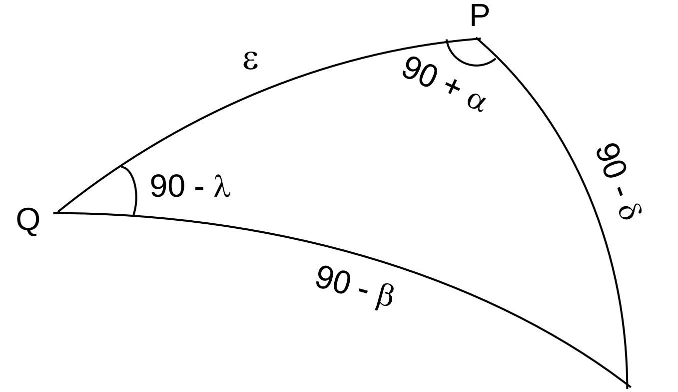
e_1 = + 0”.0884 – 0”.00005 T

$\Delta\varepsilon$ nun (α , δ) kon sayılarına etkisi :

QPY küresel üçgeninde PY kenarına cos teoremi uygulanırsa,

$$\cos (90 - \delta) = \cos (90 - \beta) \cos \varepsilon + \sin (90 - \beta) \sin \varepsilon \cos (90 - \lambda)$$

$$\sin \delta = \sin \beta \cos \varepsilon + \cos \beta \sin \varepsilon \sin \lambda \quad \ldots(4)$$



Burada sadece δ ile ε sabittir. (λ, β) lar ε na göre sabittir. Bunu dikkate alarak (4)'ün tam diferansiyeli alınırsa,

$$\cos\delta \quad \Delta\delta = -\Delta\varepsilon \sin\beta \sin\varepsilon + \Delta\varepsilon \cos\beta \cos\varepsilon \sin\lambda$$

$$= -\Delta\varepsilon(\sin\beta \sin\varepsilon - \cos\beta \cos\varepsilon \sin\lambda)$$

$$[\cos\delta \sin\alpha = -\sin\varepsilon \sin\beta + \cos\varepsilon \cos\beta \sin\lambda \qquad \textit{oldugunu} \quad \textit{hatirlayarak}] \quad \textit{ile},$$

$$\cos\delta\Delta\delta = -\Delta\varepsilon(-\cos\delta \sin\alpha)$$

$$= \Delta\varepsilon \cos\delta \sin\alpha \qquad \textit{ve} \quad \textit{buradan},$$

$$\Delta\delta = \Delta\varepsilon \sin\alpha \qquad ...(5)$$

bulunur. Yine QPY ucgenine sin *teoremi uygulanirsa,*

$$\frac{\sin(90-\delta)}{\sin(90-\lambda)} = \frac{\sin(90-\beta)}{\sin(90+\alpha)} \qquad \textit{dan},$$

$$\cos\alpha \cos\delta = \cos\lambda \cos\beta \qquad \textit{bulunur}.$$

Bunun tam diferensiyeli ise, $\lambda, \beta = \textit{sabit}$ *olmak uzere*

$$-\sin\alpha \cos\delta\Delta\alpha - \cos\alpha \sin\delta\Delta\delta = 0$$

Buradan,

$$-\sin\alpha \cos\delta\Delta\alpha = \cos\alpha \sin\delta \underbrace{\Delta\delta}_{\Delta\varepsilon \sin\alpha}$$

$$\Delta\alpha = \frac{\Delta\varepsilon \sin\alpha \cos\alpha \sin\delta}{-\sin\varepsilon \cos\delta \sin\alpha}$$

$$\Delta\alpha = -\Delta\varepsilon \cos\alpha \tan\delta \qquad ...(6)$$

bulunur.

İkincil değişimlere bakacak olursak ;

Daha önce (α , δ) nın belli bir yıl için değerleri sadece presesyondan ileri gelen değişimleri dikkate alınarak hesaplandı. Öyle ki o yıl için ortalama kon sayılar bulundu. Yılın belirli bir gününe ilişkin gerçek kon sayılar istenirse, $\Delta\Psi$ ve $\Delta\varepsilon$ nütasyon etkileri de dikkate alınmalıdır. Bu etkilerin sonucuna "ikincil değişimler" denir.

$\Delta\alpha = \theta$ (cos ε + sin ε sin α tan δ) …(7)

$\Delta\delta = \theta$ sin ε cos α …(8)

idi(daha önce presesyonda bulunmuştu). Burada θ yerine (p + $\Delta\Psi$) koyarak, bir yıllık değişim için,

p cos ε = m ve p sin ε = n olduğunu dikkate alarak

$\Delta\alpha$ = (m + n sin α tan δ) + $\Delta\Psi$ (cos ε + sin ε sin α tan δ)

$\Delta\delta$ = n cos α + $\Delta\Psi$ sin ε cos α

bulunur. Buradaki birinci terimler genel presesyondan ileri gelen değişimi, ikinci terimler ise $\Delta\Psi$ den ileri gelen ikincil değişimi verir. İkincil değişim olarak $\Delta\varepsilon$ nun etkisi olan (5) ve (6) değişimleri de göz önüne alınmalıdır. Böylece değişimin iki takımı elde edilmiş olur :

1°) Yıllık genel presesyon ;

$$\left.\begin{aligned} \Delta\alpha_1 &= (m + n \sin \alpha \tan \delta) \\ \Delta\delta_1 &= n \cos \alpha \end{aligned}\right\} \quad \dots(9)$$

2o) İkincil değişimler ;

$$\left.\begin{aligned} \Delta\alpha_2 &= \Delta\Psi (\cos \varepsilon + \sin \varepsilon \sin \alpha \tan \delta) - \Delta\varepsilon \cos \alpha \tan \delta \\ \Delta\delta_2 &= \Delta\Psi \sin \varepsilon \cos \alpha + \Delta\varepsilon \sin \alpha \end{aligned}\right\} \quad \dots(10)$$

Bu değişimler şöyle uygulanır :

Bir yıldızın 1900.0 için ortalama konsayıları (α_o , δ_o) verilmiş olsun. Bu yıldızın 2008 Temmuz 30 , UT = 12^{sa} için (α_1 , δ_1) kon sayılarının bulunması istense,

1- Önce zaman farkının yıl birimindeki değeri bulunur :

2008 – 1900.0 = 108 yıl,

Temmuz 30 – Ocak 0 = 2454678 – 2455567 = 211 gün = 0.5777 yıl

(12^{sa} -12^{sa} = 0^{sa} =0 gün)

O zaman zaman farkı t = 108.5777 yıl bulunur.

2°) İstenilen tarihe ait kon sayılar :

$$\left.\begin{aligned} \alpha_1 &= \alpha_o + t\,\Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2 \\ \delta_1 &= \delta_o + t\,\Delta\delta_1 + \Delta\delta_2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots(10)$$

olacaktır. Burada ($\Delta\alpha_1$, $\Delta\delta_1$) sadece (α_o , δ_o) 'a bağlıdır ve (9) dan (α_o , δ_o) değerleri kullanılarak hesaplanır.

($\Delta\alpha_2$, $\Delta\delta_2$) değerleri ise (10) ifadelerinde (α_o, δ_o) değerleri ve verilen gün için (2) ve (3) den verilen katsayılara göre $\Delta\Psi$ ve $\Delta\varepsilon$ değerleri bulunur.

T = JT 2415020.0 (1900.5 yıl) dan sonra geçen yüzyıl sayısı

d = JT 2415020.5 (1900.5 yıl) dan sonra geçen gün sayısı

olmak üzere,

$\Omega = 259^o.183275 - 0^o.0529539222\ d + 0^o.002078\ T^2$

$\lambda_C = 270^o.434164 + 13^o.1763965268\ d - 0^o.001133\ T^2$

$\lambda_o = 279^o.69668 + 0^o.9856473354\ d + 0^o.000303\ T^2$

dir (Kızılırmak, 1977).

Yıldızlar için ikincil değişimler genelde kullanılmaz. Güneş, Ay ve gezegenlerin gün gün konsayıları hesaplanırken $\Delta\alpha_2$ ve $\Delta\delta_2$ terimleri hesaba katılmalıdır.

3. Öz hareket (Yıldızların uzay hareketi)

Gerçekte her bir yıldızın bir uzay hareketi vardır. Bu hareketin neden olduğu yıllık açısal yer değişimi, onun özdevim bileşeni olur Bu da yıldızın konumunun sürekli olarak değişmesine neden olur.

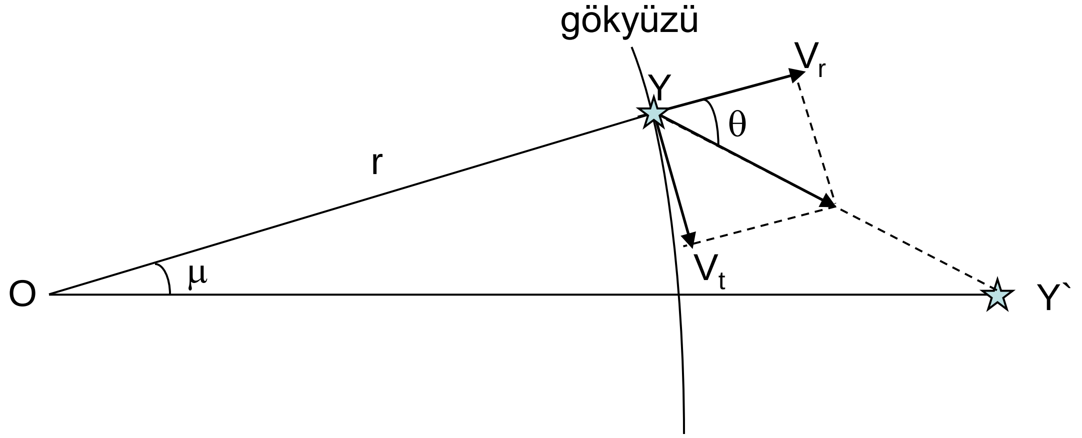
Uzaklığı r olan bir Y yıldızı olsun. Yıldız bir yıl sonra Y’ gibi bir doğrultuda görülürse, YY’ yü gören merkez açıya öz hareket (özdevim) denir. Bu açı μ ile gösterilirse, bu tanıma göre

$$\text{öz hareket} = \mu(\text{rad})\ \text{yıl}^{-1} \text{ ya da } \mu''\ \text{yıl}^{-1}$$

olur. Bu açı konum gözlemleri ile doğrudan saptanabilir.

Gözlem tekniği fotoğraf plakları ile yapılır. Plağın yatay kenarı teleskobun saat eksenine (Yer’in dönme ekseni) dik olup α sağ açıklık doğrultusu ve yönünü verir. Bu x-ekseni olarak alınır. Plağın düşey kenarı teleskobun saat eksenine paralel olup δ dikaçıklık doğrultusu ve kuzey yönünü gösterir. Bu da y-ekseni alınır.

Öz hareketin α sağaçıklığı ile δ dikaçıklığı doğrultularındaki bileşenleri μ_α ve μ_δ ise, x-ekseni ile y-ekseni bileşenleri,



$$\mu_x = \mu_\alpha \cos\delta$$

$$...(1)$$

$$\mu_y = \mu_\delta$$

$olur \quad [hatirlatma: \quad \Delta x = \Delta\alpha \cos\delta \quad ve \quad \Delta y = \Delta\delta \quad idi]$.

$\Delta x : x - ekseni \quad boyunca \quad yer \quad \deg istirme \quad miktari$

$\Delta y : y - ekseni \quad boyunca \quad yer \quad \deg istirme \quad miktari$

$olmak \quad uzere,$

$Yildizin \quad t_o \quad anindaki \quad yeri \quad C_x, C_y \quad ise$

$Gun \quad merkezli \quad \deg isme \quad miktarlari,$

$\Delta x = C_x + t\mu_x \qquad ve \qquad \Delta y = C_y + t\mu_y$

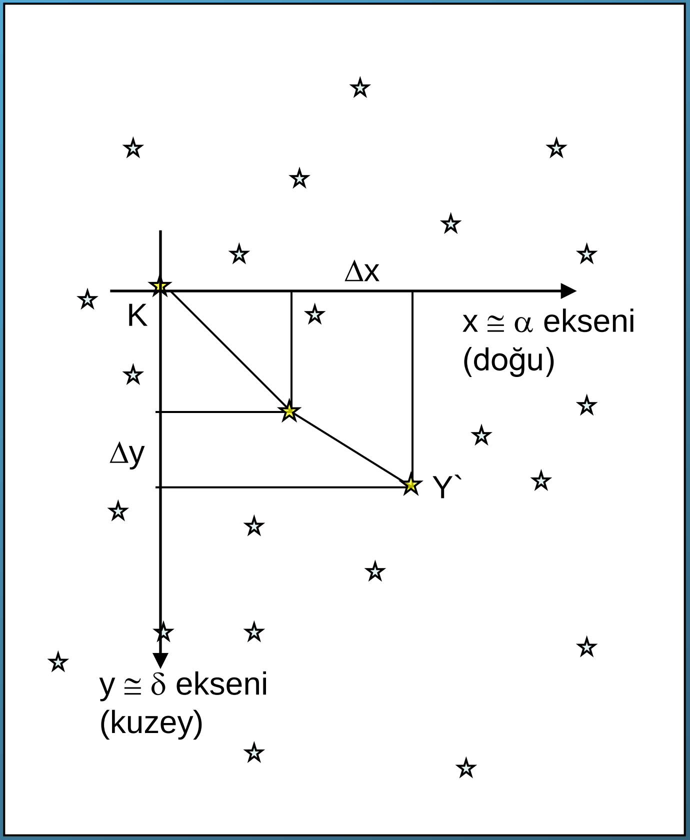
$Yer \quad merkezli \quad \deg isme \quad miktarlari \quad da,$

$$\Delta x = C_x + t\mu_x + \pi P_\alpha$$

$$...(2)$$

$$\Delta y = C_y + t\mu_y + \pi P_\delta$$

$olur.$



Burada (P_α , P_δ) yıldızın o tarihteki yıllık paralaks çarpanları ve π ise yıldızın göreli paralaksıdır. Çeşitli yıllarda (Δx , Δy) kaymaları yeterince çok sayıda ölçülür ve en küçük karelere yöntemiyle (C_x , C_y) , (μ_x , μ_y) ve π bilinmeyenleri hesaplanabilir. Çeşitli tarihlerdeki gözlemlerle (μ_x , μ_y) önce mm biriminde ölçülür sonra teleskobun odak uzaklığı f(mm) kullanılarak,

$$\mu_x'' = \frac{\mu_x(mm)}{f(mm)} x206265''$$

$$\mu_y'' = \frac{\mu_y(mm)}{f(mm)} x206265''$$

formullerinden (μ_x'' , μ_y'') deg*erleri ve daha sonra da* (1) *formullerinden* (μ_α'' , μ_δ'') deg*erleri hesaplanir. Sonra* μ,

$$\mu = \sqrt{\mu_x^2 + \mu_y^2} \qquad ...(3)$$

ile hesaplanir.

Öz hareketin uzay hızı ve paralaks ile ilşkisi de vardır :

V uzay hızının dikine hız bileşeni ; $V_r = V \cos \theta$

teğetsel hız bileşen ; $V_t = V \sin \theta$ …(4)

olduğu Şekilden de görülür. μ öz hareketi bir yıllık açı değişimi olduğundan,

V_t x 1 yıl = r μ(rad)

yazılabilir. Diğer taraftan aynı yıldızın paralaksı π(rad) = a / r idi. Buradan r = a / π ifadesi yerine konursa,

$$V_t = \frac{a}{1yil}\frac{\mu}{\pi} \qquad bag\,\mathrm{int}\,isi \quad elde \quad edilir.$$

Burada,

$$\frac{a}{1yil} = \frac{149.6x10^6 \quad km}{3.156x10^7\, s} = 4.74 \quad kms^{-1} \qquad ...(5)$$

dir. O zaman tegetsel hiz bileseni,

$$V_t = 4.74\frac{\mu}{\pi} \quad kms^{-1} \qquad ...(6)$$

olur.

Bir yıldızın μ öz hareketi ve π paralaksı bilinirse, o zaman, V_t teğetsel hızı bulunabilir. V_r dikine hızı ise, yıldızın tayfındaki çizgilerin Doppler kaymasından doğrudan ölçülebilir. Böylece uzay hızının sayı değeri ve doğrultusu,

$$V = \sqrt{V_r^2 + V_t^2}$$

$$\ldots(7)$$

$$\tan\theta = \frac{V_t}{V_r}$$

ile bulunabilir.

Bir yıldızın t_o tarihindeki kon sayıları (α_o , δ_o) olup t_o + t yılındaki (α , δ) kon sayıları isteniyorsa ;

Öz hareketten dolayı,

α-boyunca değişim μ_α t

δ-boyunca değişim μ_δ t

olacaktır. Burada μ_α zaman biriminde alınır yani, $\mu_\alpha = \mu_\alpha''$ /15 ile hesap yapıldıktan sonra kullanılır.

$$
\begin{aligned}
&Yani,\\
&\alpha = \alpha_o + t\Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2\\
&\delta = \delta_o + t\Delta\delta_1 + \Delta\delta_2\\
&denklemlerinde,\\
&\alpha = \alpha_o + t\Delta\alpha_1 + t\mu_\alpha\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad ...(8)\\
&\delta = \delta_o + t\Delta\delta_1 + t\mu_\delta\\
&olacaktir.
\end{aligned}
$$

Burada (α_o , δ_o) gözlem yanılgılarından (kırılma, sapınç, …v.b) kurtarılmış Gün merkezli ekvator kon sayılarıdır. Yani Gün merkezli paralaks indirgemeleri yapılmıştır. Bu nedenle burada P_α ve P_δ terimleri yoktur. Ancak ortalama kon sayılar değil de o yılın gününü de içeren kon sayıları istenirse, o zaman (8) denklemlerine

$$\Delta\alpha_2 = \Delta\Psi\ (\cos\varepsilon + \sin\varepsilon \sin\alpha \tan\delta) - \Delta\varepsilon \cos\varepsilon \tan\delta$$

$$\Delta\delta_2 = \Delta\Psi \sin\varepsilon \cos\alpha + \Delta\varepsilon \sin\alpha$$

terimlerini de eklemek gerekir.