

1. (G, \circ) bir grup olsun. \circ işlemi

$$a \in G, \forall x \in G \text{ için } a \circ x = x$$

ise G nin \circ işlemine göre etkisiz elemanın a olduğunu gösteriniz.

2. $G = \{a \in \mathbb{R} : -1 < a < 1\}$ ve $\forall a, b \in G$ için $a * b = \frac{a+b}{1+ab}$ işlemi tanımlansın. $(G, *)$ matematiksel sisteminin bir grup olduğunu gösteriniz.

3. \mathbb{R} reel sayılar cümlesi üzerinde bir $*$ işlemi;

$$a * b = \begin{cases} 2a - b & a < b \\ a^2 & a \geq b \end{cases}$$

şeklinde tanımlanıyor. Buna göre $(\mathbb{R}, *)$ matematiksel sisteminin bir grup olup olmadığını araştırınız.

4. \mathbb{Z} üzerinde bir $*$ işlemi $\forall a, b \in \mathbb{Z}$ için

$$a * b = a + b - 1$$

şeklinde tanımlanıyor. $(\mathbb{Z}, *)$ sisteminin bir değişmeli grup olup olmadığını araştırınız.

5. Bir G grubunda, $a \in G$ için bir tek a^{-1} ters elemanın var olduğunu ispatlayınız.

6. $G = \{a \in \mathbb{R} : -1 < a < 1\}$ ve $\forall a, b \in G$ için $a * b = \frac{a+b}{1+ab}$ işlemi tanımlansın.

$(G, *)$ matematiksel sisteminin bir grup olduğunu gösteriniz.

7. \mathbb{R} Reel sayılar cümlesi üzerinde bir $*$ işlemi

$$a * b = \begin{cases} 2a^2 - b & a < b \\ a + b & a \geq b \end{cases}$$

şeklinde tanımlanıyor. Buna göre $(\mathbb{R}, *)$ matematiksel sisteminin bir grup olup olmadığını araştırınız.

8.