

1. Bir A cümlesinde tanımlı simetrik ve geçişken bir bağıntı  $\beta$  olsun.  $\forall x \in A$  için  $x \in A \Rightarrow \exists y \in A \ni (x, y) \in \beta$

önermesi doğru ise,  $\beta$  bağıntısının yansıyan bir bağıntı olduğunu gösteriniz.

2.  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x_1, x_2) = x_1 - x_2$  fonksiyonu veriliyor.  $f$  fonksiyonunun birebir ve örten fonksiyon olup olmadığını araştırınız.
3.  $f : X \rightarrow Y$  bir fonksiyon olsun.  $X$  cümlesinde bir  $\beta$  bağıntısı,

$$\forall x_1, x_2 \in X \text{ için } x_1 \beta x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$$

biçiminde tanımlanıyor.  $\beta$  bağıntısının  $X$  de bir denklik bağıntısı olduğunu gösteriniz.

4.  $f : X \rightarrow Y$  ve  $g : Y \rightarrow Z$  iki fonksiyon olsun. Bu durumda,  $g \circ f$  birebir ise  $f$  nin de birebir olduğunu gösteriniz.

5.  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $f(x) = (x, 0)$  şeklinde tanımlanan fonksiyonun birebir ve örten fonksiyon olup olmadığını araştırınız. Buradan yararlanarak,  $f$  nin ters bağıntısının fonksiyon olup olmadığı hakkında ne söyleyebilirsiniz ?

6. A cümlesi üzerinde tanımlanan iki denklik bağıntısı  $\alpha$  ve  $\beta$  olsun.  $\alpha \cap \beta$  bağıntısının da A da tanımlı bir denklik bağıntısı olduğunu gösteriniz.

7.  $f : \mathbb{R}_x \rightarrow \mathbb{R}_y$ ,  $y = \text{Arcsin}(\log_{10} \frac{x}{10})$  fonksiyonunun tanım cümlesini bulunuz.

8. Bir A cümlesi üzerinde tanımlı simetrik ve geçişken bir bağıntı  $\beta$  olsun.

$$\forall x [x \in A \Rightarrow \exists y \in A, (x, y) \in \beta]$$

önermesi doğru ise,  $\beta$  bağıntısının yansıyan bir bağıntı olduğunu gösteriniz.

9.  $f : A \rightarrow B$  fonksiyon  $A_1 \subseteq A$  ise,

$$f(A_1) = \emptyset \Rightarrow A_1 = \emptyset$$

olduğunu gösteriniz.

10.  $f : A \rightarrow B$  bir fonksiyon ise

$$[\forall X, Y \subset A, f(X \cap Y) = f(X) \cap f(Y)] \Rightarrow f \text{ birebirdir}$$

gösteriniz.

11.  $N \times N$  cümlesinde  $\beta$  bağıntısı  $(a, b), (c, d) \in N \times N$  için

$$(a, b) \beta (c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c$$

biçiminde tanımlanan  $\beta$  bağıntısının denklik bağıntısı olduğu bilindiğine göre  $N \times N$  nin  $(a, b)$  elemanının denklik sınıfını yazınız. Parçalanma tanımını veriniz.

12.  $f : \mathbb{R}_x \rightarrow \mathbb{R}_y$ ,  $y = \frac{1}{\sqrt{|x|} - x}$  fonksiyonunun tanım ve görüntü cümlesini bulunuz.

13.  $f : X \rightarrow Y$  bir fonksiyon olsun.  $X$  cümlesi üzerinde bir  $\beta$  bağıntısı,  $\forall x_1, x_2 \in X$  için

$$x_1 \beta x_2 \Leftrightarrow f(x_1) = f(x_2)$$

biçiminde tanımlanıyor.  $\beta$  bağıntısının  $X$  de bir denklik bağıntısı olduğunu gösteriniz.

$$14. f : R \rightarrow R, \quad y = \sqrt{x-2} - 3$$

şeklinde tanımlanan f fonksiyonunun

- Tanım cümlesini bulunuz.
- Görüntü cümlesini bulunuz.

15.  $f : R \rightarrow R, f(x) = x^2 + x - 1$  şeklinde tanımlanan f fonksiyonunun birebir ve örten olup olmadığını araştırınız.

16.  $x, y \in Z$  olmak üzere,  $Z$  üzerinde bir  $\sim$  bağıntısı

$$x \sim y \Leftrightarrow x^2 + y = x + y^2$$

şeklinde tanımlanıyor.  $\sim$  bağıntısının bir denklik bağıntısı olup olmadığını araştırınız.

17.  $\beta = \{ (x, y) : x, y \in N \text{ ve } x < y \}$  olduğuna göre,  $\beta$  bağıntısının bir denklik bağıntısı olup olmadığını inceleyiniz.

18.

$$f : R - \{3\} \rightarrow R - \{1\}$$

$$x \rightarrow f(x) = \frac{x-1}{x-3}$$

fonksiyonunun bire-bir ve örten olup olmadığını araştırınız.

19.  $N$  Doğal sayılar cümlesini göstermek üzere,  $N \times N$  cümlesinde,

$$(a, b) \beta (c, d) \Leftrightarrow ad = bc$$

biçiminde tanımlanan  $\beta$  cümlesi bir denklik bağıntısı mıdır?

20.  $f : A \rightarrow B$  bir fonksiyon olsun.  $A_1 \subset A$  ise,  $f(A_1) = \emptyset \Leftrightarrow A_1 = \emptyset$  olduğunu gösteriniz.

21.  $f : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}^2, f(x) = (x, 0)$  şeklinde tanımlanan fonksiyonun birebir ve örten fonksiyon olup olmadığını araştırınız. Buradan yararlanarak,  $f$  nin ters bağıntısının fonksiyon olup olmadığı hakkında ne söyleyebilirsiniz ?

22. Denklik bağıntısı kavramını tanımlayınız ve

$$\beta = \{ (x, y) : x, y \in R \text{ ve } 1 - y^2 = 1 - x^2 \}$$

olduğuna göre,  $\beta$  bağıntısının bir denklik bağıntısı olduğunu gösteriniz. 1 sayısının denklik sınıflarını bulunuz.

23.  $f : A \subset R \rightarrow R$  fonksiyonu için

$$\text{sgn } f(x) = \begin{cases} 1, & f(x) > 0 \text{ ise} \\ 0, & f(x) = 0 \text{ ise} \\ -1, & f(x) < 0 \text{ ise} \end{cases}$$

ve  $\forall x \in A$  için  $\lceil x \rceil$ ,  $x$  sayısından büyük olmayan tamsayıların en büyüğünü göstermek üzere,

$$g(x) = \text{sgn} \left[ \frac{x-2}{\sqrt{\lceil x \rceil^2 - 9}} \right]$$

şeklinde tanımlanan  $g : A \subset R \rightarrow R$  fonksiyonunun tanımlı olduğu en geniş  $A$  kümesini bulunuz.

