Türev ve İntegral Alan Devreler

Basit bir RC süzgecinde verilen bir frekans bölgesinde ωRC<<1 koşulunu sağlayacak kadar küçükse

$I_p = \frac{V_p}{\sqrt{R^2+({}^1/_{\omega C^2})^2}}$ $=V_p \omega C$ olur. (1)

ve

$V_o = V_p \omega RC sin(\omega t + {}^{\pi}/_{2}) = V_p \cos \omega t$ (2)

bulunur.

Giriş işaretinin zamana göre türevi

$\frac{dv_i}{dt} = V_p coswt$ (3)

Denklem (2) ve (3)'in birleştirilerek

$$v_o = \mathrm{RC}\frac{dv_i}{dt} \qquad (4)$$

elde edilir.

ωRC$\ll$1 için RC süzgecinin çıkışı, girişin türevini alır.

Sığa üzerindeki gerilim akımın integralidir ve

Denklem 5 de verilmiştir..

$$v_c = \frac{1}{C}\int I_p \sin(\omega t + \phi)\, dt = -\frac{I_p}{\omega C}\cos(\omega t + \phi) \qquad (5)$$

ωRC$\gg$1 olduğunda ki bu durum Rve C’ nin büyütülmesi ile sağlanır.

$I_p = \frac{V_p}{R}$; ϕ=0 olur ve denklem (5)

$$v_c = -\frac{V_p}{\omega RC} cos\omega t \qquad (6)$$

Olur.

Bu eşitliğe giriş gerliminin integrali yerleştirilirse

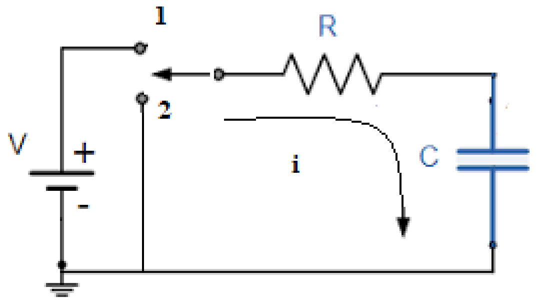
$$v_c = \frac{1}{RC}\int v_i \, dt \qquad (7)$$

Bu koşullar altında RC devresi integral almaktadır.

Geçici Akımlar
Zaman Sabiti

Şekil 1 de görülen bir batarya ve iki konumlu bir anahtar dan oluşan basit seri RC devresindeki geçici akımları incelemek faydalıdır.

Şekil 1



Anahtarın 1 ucuna bağlandığını varsayalım. Kondansatör yüklenecektir. Kirchhoff kuralını devreye uygularsak denklem 1 elde edilir.

$$V = Ri + \frac{q}{C} \qquad (1)$$

denklem 1'in t'ye göre türevi alınır

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{RC} i = 0 \qquad (2)$$

ve düzenlenirse

$$\frac{di}{i} = -\frac{1}{RC} dt \qquad (3)$$

denklemi elde edilir.

t=0’da anahtar kapanınca i=V/R olduğu başlangıç koşulu dikkate alınarak (3) diferensiyel denklemi çözülürse devredeki akım

$$i = \frac{V}{R} e^{-t/_{RC}} \qquad (4)$$

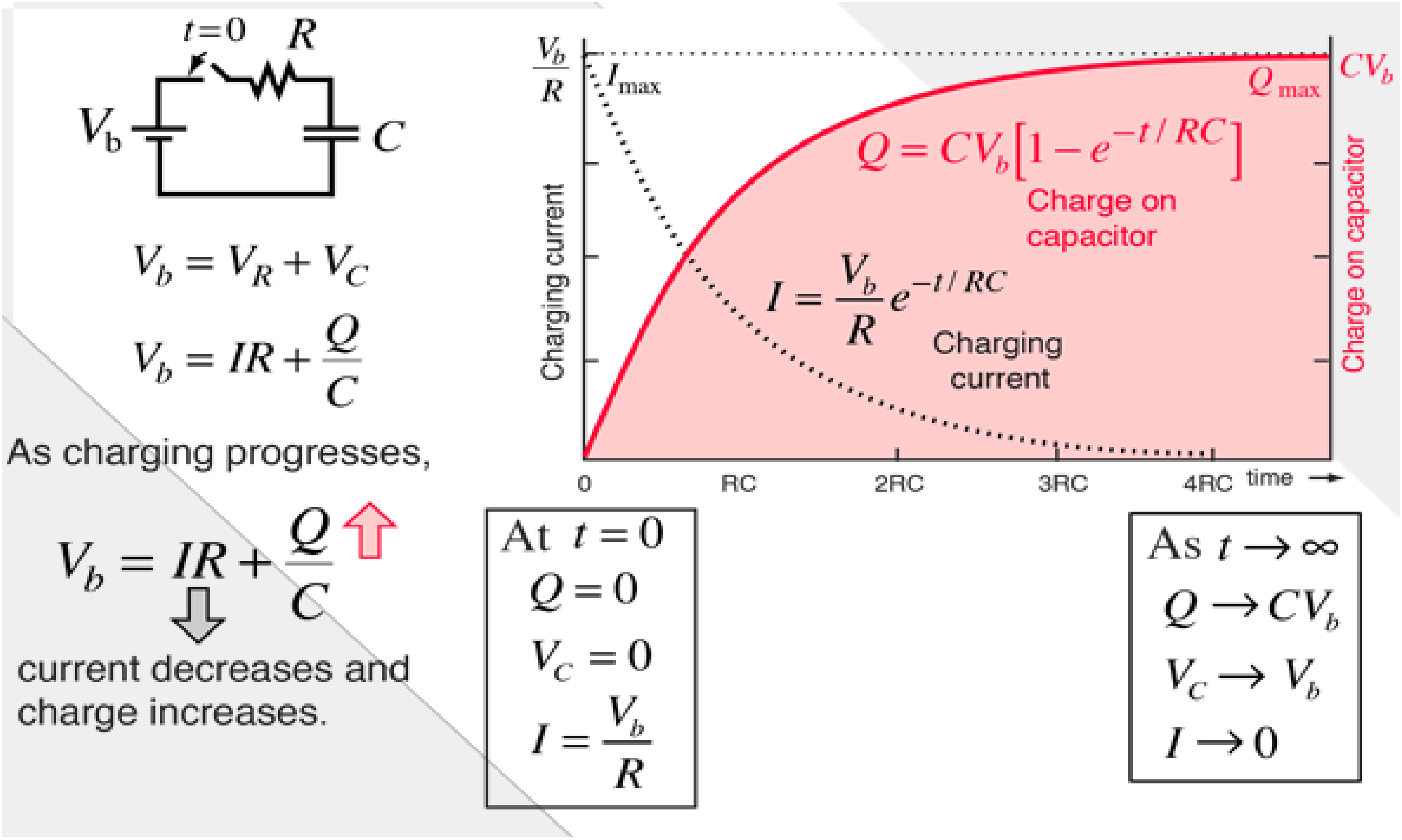
bulunur.

Denklem (4), RC devresinde anahtar 1 konumuna getirildiğinde akımın zamanla üstel olarak azalacağını göstermektedir. RC niceliğine devrenin zaman sabiti denir.

Kondansatör üzerindeki gerilim akımın integrali alınarak bulunur.

$$v_c = \frac{1}{c}\int_0^t idt = \frac{V}{RC}\int_0^t e^{-t/_{RC}}dt = V(1 - e^{-t/_{RC}}) \quad (5)$$

Şekil 2 Bir RC devresinde yükleme akımı ve kondansatördeki yük.



Anahtar 2 konumuna getirildiğinde kondansatörün direnç üzerinden boşalması sırasında akımın azalması denklem 6 ile verilen eşitliğe uyar.

$$Ri + \frac{q}{C} = 0 \quad (6)$$

Denklem düzenlenir

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = 0 \quad (7)$$

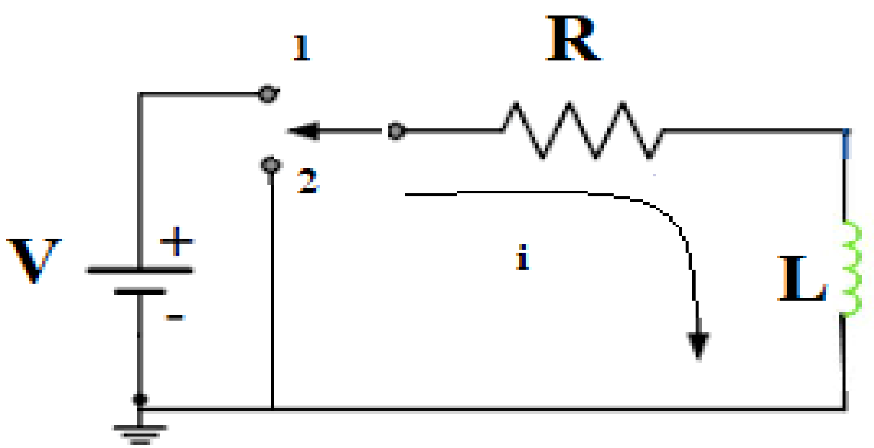
ve başlangıç koşulu olarak akımın V/R ve V=q/C olduğu dikkate alınarak çözüm yapılırsa kondansatördeki yük

$$q(t) = Qe^{-t/RC} \quad (8)$$

bulunur. Böylece kondansatör üzerindeki yük ve dolayısıyla devre akımı zamanla üstel olarak azalır.

Basit indüktif devre Şekil 3’dengörüldüğü üzere RC devresine benzerdir. Anahtarın 1 konumunda olmasına göre gerilim denklemi

Şekil 3



$$V = Ri + L\frac{di}{dt} \quad (9)$$

dır. Bu denklem çözülerek akım için

$$i = \frac{V}{R}(1 - e^{-tR/L}) \qquad (10)$$

Buradan indüktif devrede akımın L/R zaman sabiti ile üstel olarak arttığı görülmektedir.

Anahtar 2 konumuna getirildiğinde akımın azalması üsteldir. Çünkü bu durumda devrenin diferensiyel denklemi

$$Ri + L\frac{di}{dt} = 0 \quad (11)$$

dir ve $i = \frac{V}{R}e^{-tR/L}$ olarak bulunur.