

## Birinci Basamaktan Lineer Diferensiyel Denklemler

**Tanım:**

$$y' + p(x)y = q(x) \quad (1)$$

fonmündaki diferensiyel denklemlere birinci basamaktan lineer diferensiyel denlem denir.

(1) diferensiyel denklemini çözmek için öncelikle bu denkleme ait integral çarpamı bulunur.

(1) diferensiyel denkleminin integral çarpamı

$$\lambda(x) = e^{\int p(x)dx}$$

olarak bulunur. Denklem bu integral çarpamı ile çarpıldığında tam diferensiyel denklemler elde edilir.

(1) diferensiyel denkleminin genel çözümü

$$y(x) = \frac{1}{\lambda(x)} \int \lambda(x) q(x) dx + c$$

şeklinde elde edilir.

**Örnek.** Aşağıdaki diferensiyel denklemleri çözüünüz.

**a.**

$$y' - 7y = 14x$$

**Çözüm:**

$$\lambda(x) = e^{\int -7dx} = e^{-7x}$$

$$y(x) = 14e^{7x} \int e^{-7x} x dx + c$$

**b.**

$$\frac{dp}{dz} + \frac{2}{z}p = 4$$

**c.**

$$\frac{dN}{dt} + \frac{1}{t}N = t, \quad N(2) = 8$$

### Bernoulli Diferensiyel Denklemi

**Tanım.**  $n, 1$  den farklı bir reel sayı olmak üzere

$$y' + p(x)y = q(x)y^n$$

formundaki diferensiyel denklemlere Bernoulli diferensiyel denklemi denir. Bernoulli diferensiyel denklemleri nonlineerdir.

Bu denklemler

$$z = y^{1-n}$$

dönüşümü yardımı ile lineer diferensiyel denkleme dönüştürülerek çözümler.

**Örnek.** Aşağıdaki diferensiyel denklemleri çözümlü.

1.

$$y' + 2xy = e^{x^2} y^2$$

Çözüm.  $n=2$  için Bernoulli denklemdir.

$$z = y^{-1}$$

dönüşümü uygulanırsa,

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= -y^2 \frac{dz}{dx}, \\ \frac{dz}{dx} - 2xz &= e^{-x^2} \end{aligned}$$

lineer denklemi elde edilir.

Bu denklemin çözümü

$$z = (-x + c)e^{x^2}$$

dir. Verilen Bernoulli denkleminin çözümü,

$$y = \frac{-1}{(x + c)e^{x^2}}$$

olarak bulunur.

2.

$$\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = y^2$$

3.

$$\frac{dy}{dx} + \frac{1}{3}y = e^x y^4$$

4.

$$2\frac{dy}{dx} + y \tan x = \frac{(4x + 5)^2}{\cos x} y^3$$