verim 264,69 (10 kg/da) birim artacaktır. Gübre sabit tutulduğunda Eigs bir birim arttığında ortalama verim 42,18 (10 kg/da) birim artacaktır.

6.4.2.1. Çoklu Doğrusal Regresyon Modelinde Tahmin Değerlerinin Yorumu

Sabit terim, bağımsız değişkenlerin her birinin sıfır olması durumunda bağımlı değişken Y'nin alacağı değeri ifade eder. Bağımsız değişken katsayılarının negatif veya pozitif olması değişimin hangi yönde seyrettiğini ifade edecektir. X_1 değişkeninin değişmediği varsayımı altında, X_2 değişkeninin Y üzerindeki etkisi $\hat{\beta}_2$ birim olacaktır. X_2 değişkeninin değişmediği varsayımı altında, X_1 değişkeninin Y üzerindeki etkisi $\hat{\beta}_1$ birim kadar olacaktır (Dikmen, 2012).

Bu açıklamalar ışığı altında, sabit terim modelde $\hat{\beta}_0$ olarak bilinir ve tahmin edilen modeldeki değeri -439,9520'dir. Gübre ve Eigs sıfır olduğunda verim -439,9520'dir. Buna göre Eigs'i sabit tuttuğumuzda kullanılan gübre bir birim arttığında ortalama verim 264,6885 (10 kg/da) birim artacaktır. Gübre sabit tutulduğunda Eigs bir birim arttığında ortalama verim 42,17499 (10 kg/da) birim artacaktır.

6.4.3. Parametre Tahmincilerinin Varyansları

$\hat{\beta}$'nın varyans-kovaryans matrisi yardımı ile,

$$V(\hat{\beta}) = E(\hat{\beta} - \beta)(\hat{\beta} - \beta)'$$

$= \sigma^2 (X'X)^{-1}$ olarak yazılır. (k+1)*(k+1) boyutlu bir matrisin köşegen öğeleri katsayıların varyansını vermektedir. Bu da,

$V(b_j) = \sigma^2 (X'X)^{-1}_{jj}$ şeklinde gösterilir. Varyans-kovaryans matrisi şu şekilde,

$$V(\hat{\beta}) = \begin{bmatrix} V(\hat{\beta}_1) & Cov(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) & . & . & Cov(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_k) \\ Cov(\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_1) & V(\hat{\beta}_2) & . & . & Cov(\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_k) \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ Cov(\hat{\beta}_k, \hat{\beta}_1) & Cov(\hat{\beta}_k, \hat{\beta}_2) & . & . & V(\hat{\beta}_k) \end{bmatrix}$$

σ^2 varyansının bir kestiricisi artıkların kareler toplamı cinsinden aşağıdaki gibi,

$$AKT = (Y - \hat{Y})'(Y - \hat{Y})$$

$\hat{Y} = X\hat{\beta}$ olduğundan formülde yerine konup işlemler yapıldığında,

$AKT = Y'Y - \hat{\beta}'X'Y$ elde edilir. Buradan,

$\sigma^2 = AKO = \dfrac{Y'Y - \hat{\beta}'X'Y}{n-k}$ olarak bulunur. σ^2 kullanılarak varyanslar ve kovaryansları tahmin etmek mümkün olacaktır.

Örnek 6.3. 2001-2013 yılları arasındaki Şekerpancarı verimine etki eden Eigs ve kullanılan gübre miktarları verilmiştir. Parametre tahmini yapılan çoklu regresyon modelinin parametre tahmincilerinin varyanslarını hesaplayınız?

$$V(b_j) = \sigma^2 (X'X)^{-1}_{jj}$$

$$(X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 55,20 & -1,24 & -3,88 \\ -1,242 & 2,94 & -0,18 \\ -3,88 & -0,18 & 0,30 \end{bmatrix}$$

$$\sigma^2 = AKO = \frac{Y'Y - \hat{\beta}'X'Y}{n-k} = \frac{17682,46}{13-3} = 1768,25$$

$$V(b_j) = (1768,25)\begin{bmatrix} 55,20 & -1,24 & -3,88 \\ -1,24 & 2,94 & -0,18 \\ -3,88 & -0,18 & 0,30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 97600,34 & -2196,43 & -6853,21 \\ -2196,43 & 5202,69 & -310,15 \\ -6853,21 & -310,15 & 523,77 \end{bmatrix}$$

$V(\hat{\beta}_0) = S^2_{\hat{\beta}_0}$ =97600,34

$V(\hat{\beta}_1) = S^2_{\hat{\beta}_1}$ =5202,69

$V(\hat{\beta}_2) = S^2_{\hat{\beta}_2}$ =523,77

$S_{\hat{\beta}_0} = \sqrt{V(\hat{\beta}_0)}$ =312,41

$S_{\hat{\beta}_1} = \sqrt{V(\hat{\beta}_1)}$ =72,13

$S_{\hat{\beta}_2} = \sqrt{V(\hat{\beta}_2)}$ =22,89

6.4.4. Parametre Tahmincilerinin Aralık Tahmini

Çoklu doğrusal regresyondan elde edilen parametrelerin tahminlerini kullanarak aralık kestirimleri yapmak mümkündür. Regresyon çözümlemesinin de bir örnekleme çalışması olduğu düşünüldüğünde, elde edilen β_j'ler için güven aralıkları oluşturulabilir.

$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ varsayımı altında kitlenin aralık kestirimleri, 1-α güven düzeyi ile güven aralıkları bulunabilir. Örnek sayısı (n)'nin durumuna göre örnekleme dağılımı hakkında karar verilir. $n \geq 30$ ise örnekleme dağılımı normal dağılırken z sınaması, n<30 olduğunda ise örnekleme dağılımı t dağılımıdır (Dikmen, 2012).

Araştırmada belirlenen α hata payı ile normal dağılım Çizelgesi kullanılarak $z_{\alpha/2}$ ya da n-k serbestlik derecesi ile t dağılım çizelgesini kullanarak $t_{\alpha/2;n-k}$ değerleri bulunur. Buradan,

$P(\hat{\beta}_j - t_{\alpha/2;n-k} S_{\hat{\beta}_j} \leq \hat{\beta}_j \leq \hat{\beta}_j + t_{\alpha/2;n-k} S_{\hat{\beta}_j}) = 1 - \alpha$ bulunur.

Örnek 6.4. 2001-2013 yılları arasındaki Şekerpancarı verimine etki eden Eigs ve kullanılan gübre miktarları verilmiştir. Parametre tahmini yapılan çoklu regresyon modelinin parametre tahmincileri için α=0.05 hata payı ile aralık tahminini yapınız?

$P(\hat{\beta}_j - t_{\alpha/2;n-k} S_{\hat{\beta}_j} \leq \hat{\beta}_j \leq \hat{\beta}_j + t_{\alpha/2;n-k} S_{\hat{\beta}_j}) = 1 - \alpha$ buradan;

α=0.05 hata payı ile $\hat{\beta}_1$ için,

$P(\hat{\beta}_1 - t_{\alpha/2;n-k} S_{\hat{\beta}_1} \leq \hat{\beta}_1 \leq \hat{\beta}_1 + t_{\alpha/2;n-k} S_{\hat{\beta}_1}) = 1 - \alpha$

$t_{\alpha/2;n-k} = t_{0,025;10} = 2,23$

SD= n-k=13-3=10

$P(264,69 - (2,23)(72,13) \leq \hat{\beta}_1 \leq 264,69 + (2,23)(72,13)) = 0,95$

P(103,98< $\hat{\beta}_1$ <425,39)=0,95

α=0.05 hata payı ile $\hat{\beta}_2$ için,

$P(\hat{\beta}_2 - t_{\alpha/2;n-k} S_{\hat{\beta}_2} \leq \hat{\beta}_2 \leq \hat{\beta}_2 + t_{\alpha/2;n-k} S_{\hat{\beta}_2}) = 1 - \alpha$

$t_{\alpha/2;n-k} = t_{0,025;10} = 2,23$

SD= n-k=13-3=10

$$P(42{,}18-(2{,}23)(22{,}89) \le \hat{\beta}_2 \le (42{,}18+(2{,}23)(22{,}89)) = 0{,}95$$

$$P(-8{,}82 \le \hat{\beta}_2 \le 93{,}17) = 0{,}95$$

Aralık tahmin sonuçlarına göre, kitleden çekilecek olan örnek $\hat{\beta}_1$ katsayılarının %95'i 103,98 ile 425,39 arasında yer alırken, örnek $\hat{\beta}_2$ katsayılarının %95'i -8,82 ve 93,17 arasında yer almaktadır.

6.4.5. Çoklu Belirtme (Belirlilik, Determinasyon) Katsayısı

Regresyon denkleminin verilere uyumunun bir göstergesidir. Belirtme katsayısı, açıklanabilen değişimin toplam değişime oranlanmasıyla elde edilir. Aynı zamanda, bağımlı değişkendeki değişimin yüzde ne kadarının bağımsız değişken veya değişkenlerdeki değişimle açıklanabileceğini ifade etmektedir. Bu katsayı, k sayıda bağımsız değişkenin bağımlı değişkendeki değişimi açıklama miktarını vermektedir. Toplam değişim aşağıdaki gibi,

$KT_y = BKT + AKT$

Toplam Değişim = Açıklanabilen Değişim + Açıklanamayan Değişim formülü ile ifade edilir.

Bunu daha açık bir biçimde şöyle de yazmak mümkündür:

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2 = \sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i-\bar{y})^2 + \sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2$$

Bu eşitlikten hareketle çoklu belirtme katsayısı,

$$R^2 = \frac{BKT}{KT_y}$$

$$R^2 = \frac{\sum(\hat{y}_i-\bar{y})^2}{\sum(y_i-\bar{y})^2} = r^2$$

Veya

$$R^2 = 1-\frac{AKT}{KT_y}$$

$$R^2 = 1-\frac{\sum(y_i-\hat{y}_i)^2}{\sum(y_i-\bar{y})^2}$$

olarak da bulunur.

Basit doğrusal regresyon modellerinde olduğu gibi, çoklu regresyon modelleri için de $0 \le R^2 \le 1$ olacaktır.

Örnek 6.5. 2001-2013 yılları arasındaki Şekerpancarı verimine etki eden Eigs ve kullanılan gübre miktarları verilmiştir. Parametre tahmini yapılan çoklu regresyon modelinin determinasyon katsayısını hesaplayınız ve yorumlayınız.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}$$

$$R^2 = 1 - \frac{AKT}{KT_y} = \frac{\sum u_i^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2} = \frac{17682,46}{53275,69} = 0,67$$

KT_y = BKT + AKT

BKT = KT_y - AKT

BKT = 53275,69-17682,46=35593,23

$$R^2 = \frac{BKT}{KT_y} = \frac{35593,23}{53275,69} = 0,67$$

Sonuç olarak, her iki formüle göre hesaplanan R^2 değerlerinden aynı sonuca ulaşılmıştır.

$$R^2 = 1 - \frac{Y'Y - \hat{\beta}'X'Y}{Y'Y - n\,\bar{y}^2} = 1 - \frac{17682,46}{53275,69} = 0,67$$

6.4.6. Anlamlılık Testleri

Çoklu regresyonda genel itibariyle iki tür test kullanılmaktadır. Bunlar:

6.4.6.1. F testi

Çoklu doğrusal regresyonda sabit parametre hariç tutularak, parametrelerin tümünün anlamlılığı test edilir. Bu F testi, temel ve alternatif hipotez olarak kurulur. Bu testin yapılma amaçlarını iki başlık altında toplayabiliriz; Bunlardan birincisi, bir bağımlı değişkenin ve k sayıda bağımsız değişkence birlikte açıklanıp ya da açıklanmadığının incelenmesidir. Diğeri ise, aynı konu ile bağlantılı değişik regresyon denklemleri bu test sayesinde karşılaştırılır ve hangi denklemin daha uygun olduğu kararına varılabilir.

F testini, temel ve alternatif hipotez olarak aşağıdaki gibi yazarak,

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = ... = \beta_k = 0$

H_1 : En az bir β_j sıfırdan farklıdır.

Hipotezlerini test etmek mümkündür.

F testi sonucu şu şekilde yorumlanabilir:

1. Eğer H_0 kabul edilirse, bağımlı ve bağımsız değişkenler arasında doğrusal bir bağıntıdan bahsetmek mümkün değildir. Yani, tüm bağımsız değişkenlerin (X_i) lerin regresyon denklemine katkısı anlamlı değildir.

2. Eğer H_0 red edilirse, bağımlı ve bağımsız değişkenler arasında doğrusal bir bağıntıdan bahsetmek mümkündür yani bu değişkenler arasında bir bağıntı kurulabilir, k sayıda değişkenin regresyon modeline birlikte katkısının anlamlı olduğu sonucuna varılır.

3. Eğer H_1 kabul edilirse, bütün β_j ler sıfırdan farklıdır sonucuna varılmaz. Buradan, en az bir β_j 'nin anlamlı olduğu görülebilir.

H_0 temel hipotezinin testi için aşağıdaki çizelgeden yararlanılır:

Çizelge 11. Çoklu Bağlanımda Varyans Çözümleme Çizelgesi

Değişim Kaynağı (D.K.)	**Serbestlik Derecesi (S.D.)**	**Kareler Toplamı (KT)**	**Kareler Ortalaması (KO)**	**F**
Toplam Değişme (KT_y)	n-1	$\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\overline{Y})^2 = Y'Y - n\overline{y}^2$		$F = \dfrac{BKO}{AKO} = \dfrac{BKT\ /\ k-1}{AKT\ /\ n-k}$
Açıklanan Değişme (BKT)	k-1	$\sum_{i=1}^{n}(\hat{Y}_i-\overline{Y})^2 = \hat{\beta}X'Y - n\overline{y}^2$	$\sum_{i=1}^{n}(\hat{Y}_i-\overline{Y})^2\ /\ k-1$	
Açıklanamayan Değişme (AKT)	n-k	$\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\hat{Y}_i)^2 = Y'Y - \hat{\beta}'X'Y$	$\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\hat{Y}_i)^2\ /\ n-k$	

Çizelgeden hesaplanan F değeri, $F > F_{\alpha;k-1,n-k}$ Çizelge değeri ile karşılaştırılır.

$F > F_{\alpha;k-1,n-k}$ ise H_o hipotezi red edilir. Buna göre, doğrusal bağıntı anlamlıdır. Mevcut denklem belirli amaçlar için kullanılabilir.

$F > F_{\alpha;k-1,n-k}$ ise H_o hipotezi kabul edilmesi halinde, $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k$ 'ların modele katkısı önemsizdir.

Örnek 6.6. 2001-2013 yılları arasındaki Şekerpancarı verimine etki eden Eigs ve kullanılan gübre miktarları verilmiştir. Tahmin edilen çoklu regresyon modelinin bağımsız değişken katsayıları için 0,05 hata payı ile F testi yapılarak anlamlılık seviyesini inceleyelim.

$$\sum_{i=1}^{n}(\hat{Y}_i-\overline{Y})^2 = 35593,23$$

$$\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\hat{Y}_i)^2 = 17682,46$$

KT_y = BKT + AKT

KT_y = 35593,23+17682,46=53275,69

F testini, temel ve alternatif hipotez olarak aşağıdaki gibi yazarak,

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = ... = \beta_k = 0$

H_1 : En az bir β_j sıfırdan farklıdır.

$S.D_1$=k-1=3-1=2

$S.D_2$=n-k=13-3=10

$F_{\alpha;k-1,n-k} = F_{0,05;2;10} = 4,10$

Veya

$$F = \frac{n-k}{k-1}\frac{R^2}{(1-R^2)}$$

$$F = \frac{10}{2}\frac{0,67}{(1-0,67)} = 10,07$$

$F = 10,07 > F_{0,05;2;10} = 4,10$ olduğundan H_0 hipotezi reddedilir. Hesaplanan değerlere göre Varyans Çözümleme Çizelgesi aşağıdaki gibi oluşturulur.

Çizelge 12. Çoklu Bağlanımda Varyans Çözümleme Değerleri

Değişim Kaynağı	Serbestlik Derecesi	Kareler Toplamı	Kareler Ortalaması	F
Açıklanan Değişme	2	35593,23	17796,6	10,07
Açıklanamayan Değişme	10	17682,46	1768,25	
Toplam Değişme	12	53275,69		

$$\text{BKO}=\sum_{i=1}^{n}(\hat{Y}_i-\overline{Y})^2 / k-1$$

$$\text{AKO}=\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\hat{Y}_i)^2 / n-k$$

$$F=\frac{BKO}{AKO}=\frac{BKT\ /k-1}{AKT\ /n-k}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{Y}_i-\overline{Y})^2/k-1}{\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\hat{Y}_i)^2/n-k}$$

$F=\frac{17796,6}{1768,25}=10,07$ olacaktır. Buna göre $F=10,07>F_{0,05;2;10}=4,10$ olduğundan H_0 hipotezi reddedilir. Doğrusal bağıntı anlamlıdır. Güvenilirlik %95'dir. Elde edilen denklem istenilen amaçlar için kullanılabilir.

6.4.6.2. t testi

F testinde temel hipotez olarak verilen $H_0=\beta_1=\beta_2=....=\beta_k=0$ hipotezi red edilirse, bu durumda hangi β_j lerin veyahut bütün β_j lerin sıfırdan farklı olup olmadıklarına ilişkin aşağıdaki test incelenmektedir. Burada,

$H_0:\beta_j=0$

$H_1:\beta_j\neq 0$ hipotezinin testi yapılacaktır.

Regresyon katsayılarının t testi aşağıdaki amaçlar dahilinde yapılır:

-Regresyon denkleminde yer alan her bir değişken bağımlı değişkeni ne kadar açıklamaktadır.

-Regresyon denkleminde yer alan değişkenlerin bağımlı değişkeni açıklamada önemlilikleri nedir?

-Modeli kurmak

Parametrelerin anlamlılık testi için;

$t=\frac{\hat{\beta}_j-\beta_j}{S_{\hat{\beta}_j}}$ test istatistiği bu şekilde yazılır. Hipotezde β_j=0 olduğu ya da test edildiği için,

$t=\frac{\hat{\beta}_j}{S_{\hat{\beta}_j}}$ şekli ile son halini alacaktır.

Bu hesaplanan test istatistiği ile, $t_{\alpha;n-k}$ Çizelge değeri karşılaştırılır. Sonuç olarak,

-Eğer $H_0 : \beta_j = 0$ hipotezi red edilir ise, j. inci bağımsız değişkenin doğrusal regresyon denklemine katkısı anlamlıdır. Ayrıca, bağımsız değişken (X_j) belirtme katsayısı (R^2)'de anlamlı bir artış yaratmaktadır.

-Eğer $H_0 : \beta_j = 0$ hipotezi kabul edilir ise, bağımsız değişken (X_j) doğrusal regresyon denklemine katkısı anlamlı değildir. Yani, bağımsız değişken (X_j) belirtme katsayısı (R^2)'de anlamlı bir artış yaratmamaktadır.

Örnek 6.7. 2001-2013 yılları arasındaki Şekerpancarı verimine etki eden Eigs ve kullanılan gübre miktarları verilmiştir. Gübrenin etkisini değişmez tutarak Eigs'nin verim üzerindeki etkisini ve Eigs'yi değişmez tutarak gübrenin verim üzerindeki etkisini test ediniz.

$H_0 : \beta_1 = 0$

$H_1 : \beta_1 \neq 0$ hipotezinin testi yapılacaktır.

α =0,05

SD=n-k=13-3=10

$t_{0,05;10} = 2{,}23$

$$t = \frac{\hat{\beta}_1}{S_{\hat{\beta}_1}} = \frac{264{,}69}{72{,}13} = 3{,}67$$

$t = 3{,}67 > t_{0,05;10} = 2{,}23$ Gübre (X_1)'in doğrusal regresyon denklemine katkısı anlamlıdır. Ayrıca, bağımsız değişken (X_1), belirtme katsayısı (R^2)'de anlamlı bir artış yaratmaktadır.

$H_0 : \beta_2 = 0$

$H_1 : \beta_2 \neq 0$ hipotezinin testi yapılacaktır.

α =0,05

SD=n-k=13-3=10

$t_{0,05;10} = 2{,}23$

$$t = \frac{\hat{\beta}_2}{S_{\hat{\beta}_2}} = \frac{42{,}18}{22{,}89} = 1{,}84$$

$t = 1{,}84 < t_{0,05;10} = 2{,}23$ Eigs (X_2)'in doğrusal regresyon denklemine katkısı anlamsızdır. Ayrıca, bağımsız değişken (X_2), belirtme katsayısı (R^2)'de anlamlı bir artış yaratmamaktadır.

6.5. Esneklik

Esneklik, bağımsız değişkende meydana gelen %1'lik artışa bağlı olarak bağımlı değişkende meydana gelen artış veya azalışın yüzde değeridir. Tahmin edilen çoklu doğrusal regresyon modelimiz $\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_1 + ... + \hat{\beta}_k X_k$ şeklinde olsun. Çoklu doğrusal regresyon modelinde bağımsız değişkenlerin her biri bağımlı değişkeni ayrı ayrı etkilemektedir ve birbirlerinden bağımsızdır. Esneklik hesabı basit doğrusal doğrusal regresyonda olduğu gibi hesaplanır.

Ortalama esneklik, bağımlı ve bağımsız değişkenlerin birlikte kullanımı sonucunda aşağıdaki gibi,

$E_{XY} = \frac{dY}{dX}.\frac{X}{Y} = \hat{\beta}_i.\frac{\overline{X}}{\overline{Y}}$ olacaktır (Güriş ve Çağlayan, 2010) (Dikmen, 2012).

Örnek 6.8. 2001-2013 yılları arasındaki Şekerpancarı verimine etki eden kullanılan gübre miktarları verilmiştir. Ortalama esneklik değerini hesaplayınız.

$$E_{XY} = \frac{dY}{dX}.\frac{X}{Y} = \hat{\beta}_1.\frac{\overline{X}}{\overline{Y}}$$

$$E_{XY} = \hat{\beta}_1.\frac{\overline{X}}{\overline{Y}} = 264{,}69 * \frac{1{,}25}{473} = 0{,}70 \text{ olur.}$$

Gübrede %1 artış olması halinde, ortalama olarak şekerpancarı verimi %0.70 artmaktadır.

6.6. Çoklu Regresyonda Korelasyon Katsayısı Kavramı

6.6.1. Basit İlişki Katsayısı

Regresyon çözümlemesi ile değişkenler arasındaki ilişkinin yapısını ortaya koymak maksadıyla korelasyon (ilişki) kavramından bahsedilir. Basit regresyonda Bağımlı (Y) ve bağımsız (X) değişkenleri iki değişkenli normal dağılım özelliğini göstermek kaydıyla kitle (evren, popülasyon) ilişki katsayısını şu şekilde,

$\rho = \frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{V(X)V(Y)}}$ ile gösterilir. Bunun kestirimi olan örneklem ilişki katsayısı ise,

$$r = \frac{S_{XY}}{S_X S_Y} = \frac{ÇT_{XY} / n-1}{\sqrt{(KT_X / n-1)(KT_Y / n-1)}} = \frac{ÇT_{XY}}{\sqrt{KT_X KT_Y}} = \frac{\sum_{i=!}^{n}(X_i - \overline{X})(Y_i - \overline{Y})}{\sqrt{(\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2(\sum_{i=1}^{n}Y_i - \overline{Y})^2}}$$

elde edilir.

6.6.2. Kısmi İlişki Katsayısı

Genel olarak çoklu regresyonda bağımlı değişken ile bir bağımsız değişken (X_i) arasındaki kısmi ilişki incelenmektedir. Basit ilişki katsayısında öteki değişkenlerin etkisini düşünmeksizin iki değişken arasındaki ilişkiden bahsedilir. Kısmi ilişki katsayısında ise, öteki değişkenlerin etkisi yok edilerek iki değişken arasındaki ilişki gösterilir. Kısmi ilişki katsayıları çoklu regresyonda değişkenlerin seçimi için sık kullanılan değerlerdir.

Çoklu regresyonda iki bağımsız değişken için, X_2 değişmez (sabit) iken X_1 ile Y arasındaki kısmi ilişki katsayısı,

$$r_{1Y.2} = \frac{r_{1Y} - r_{12} r_{Y2}}{\sqrt{(1 - r_{12}^2)(1 - r_{Y2}^2)}}$$ ile gösterilir.

Formülde yer alan r_{1Y}, r_{Y2} ve r_{12} doğrusal korelasyon katsayıları olup, bu katsayılar aşağıdaki formüller vasıtasıyla hesaplanabilir.

$$r_{1Y} = \frac{\sum_{i=!}^{n}(X_i - \overline{X}_1)(Y_i - \overline{Y})}{\sqrt{(\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X}_1)^2(\sum_{i=1}^{n}Y_i - \overline{Y})^2}}$$

$$r_{Y2} = \frac{\sum_{i=!}^{n}(X_i - \overline{X}_2)(Y_i - \overline{Y})}{\sqrt{(\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X}_2)^2(\sum_{i=1}^{n}Y_i - \overline{Y})^2}}$$

$$r_{12} = \frac{\sum_{i=!}^{n}(X_i - \overline{X}_1)(X_i - \overline{X}_2)}{\sqrt{(\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X}_1)^2(\sum_{i=1}^{n}X_i - \overline{X}_2)^2}}$$ (Güriş ve Çağlayan, 2010) (Dikmen, 2012).

Örnek 6.9. 2001-2013 yılları arasındaki Şekerpancarı verimine etki eden Eigs ve kullanılan gübre miktarları verilmiştir. Tahmin edilen örnek için çoklu korelasyon katsayısını ve kısmi korelasyon katsayılarını hesaplayarak yorumlayınız?

$$r_{1Y} = \frac{\sum_{i=!}^{n}(X_i - \overline{X}_1)(Y_i - \overline{Y})}{\sqrt{(\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X}_1)^2(\sum_{i=1}^{n}Y_i - \overline{Y})^2}} = \frac{1103158}{\sqrt{(2907,38)(418601560)}} = 0,99996$$

$$r_{Y2} = \frac{\sum_{i=!}^{n}(X_i - \overline{X}_2)(Y_i - \overline{Y})}{\sqrt{(\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X}_2)^2(\sum_{i=1}^{n}Y_i - \overline{Y})^2}} = \frac{12235268}{\sqrt{(357660,7)(418601560)}} = 0,99994$$

$$r_{12} = \frac{\sum_{i=!}^{n}(X_i - \overline{X}_1)(X_i - \overline{X}_2)}{\sqrt{(\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X}_1)^2(\sum_{i=1}^{n}X_i - \overline{X}_2)^2}} = \frac{32244,89}{\sqrt{(2907,38)(357660,69)}} = 0,99994$$

Kısmi korelasyon katsayısı,

$$r_{1Y.2} = \frac{r_{1Y} - r_{12}r_{Y2}}{\sqrt{(1-r_{12}^2)(1-r_{Y2}^2)}} = \frac{0,99996 - (0,99994)(0,99994)}{\sqrt{(1-(0,99994)^2(1-(0,99994)^2)}} = 0,72$$

elde edilir.

Eigs (X_2) değişmez (sabit) iken gübre (X_1) ile şekerpancarı verimi (Y) arasındaki kısmi ilişki katsayısı 0.72’dır.