

Koch Kartanesi

İsveçli matematikçi **Niels Fabian Helge Von Koch** tarafından bulunmuştur.

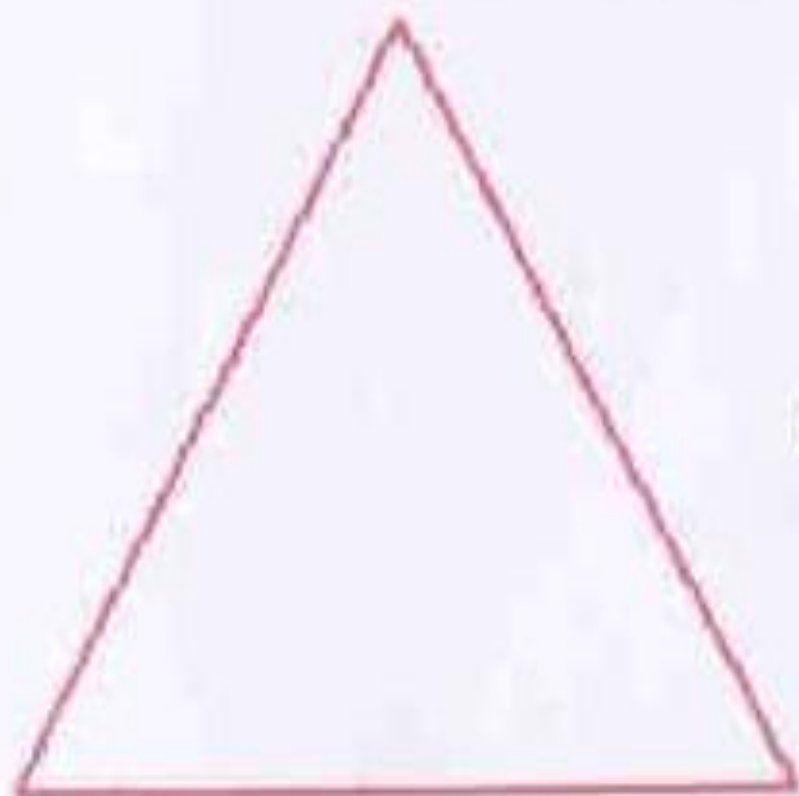
11 mart 1924'te İsveç'te vefat eden matematikçidir.

Matematik dünyasına armağan ettiği en önemli buluşu [Koch Kar Tanesi](#)'dir.

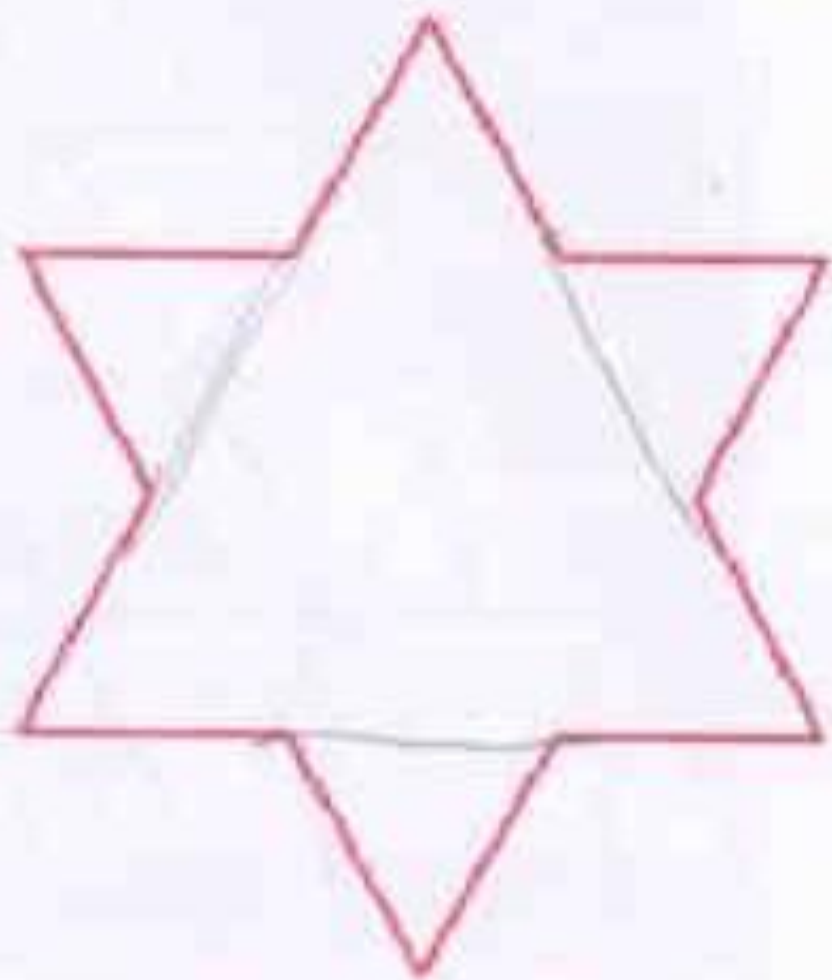
Alanı sonlu çevresi sonsuz olan, bir sürü üçgenin kar tanesi formunda üst üste dizilmesiyle oluşan bir şekildir.

Eşkenar bir üçgenin sürekli olarak uç kısımlarının, simetrik şekilde katlanmasıyla elde edilir. Şekli kar tanesini andığından bu adı almıştır.

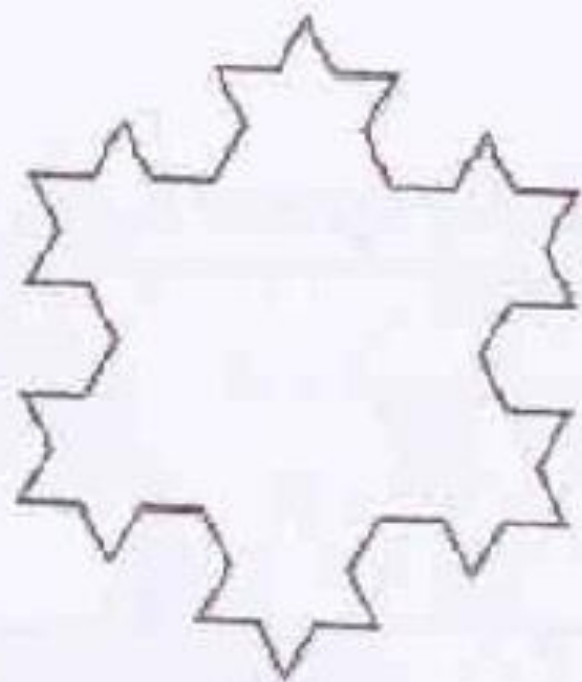
Şimdi Koch Kartanesinin adımlarını verelim.



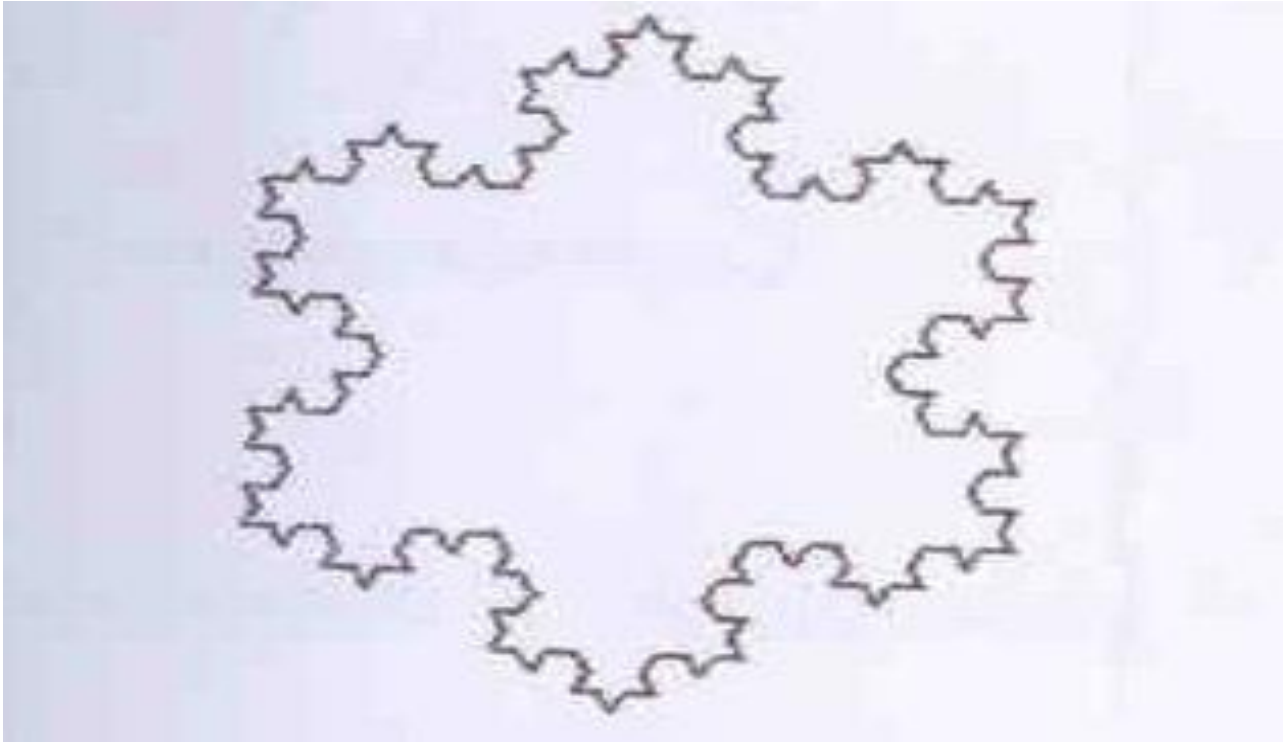
Original üçgen —

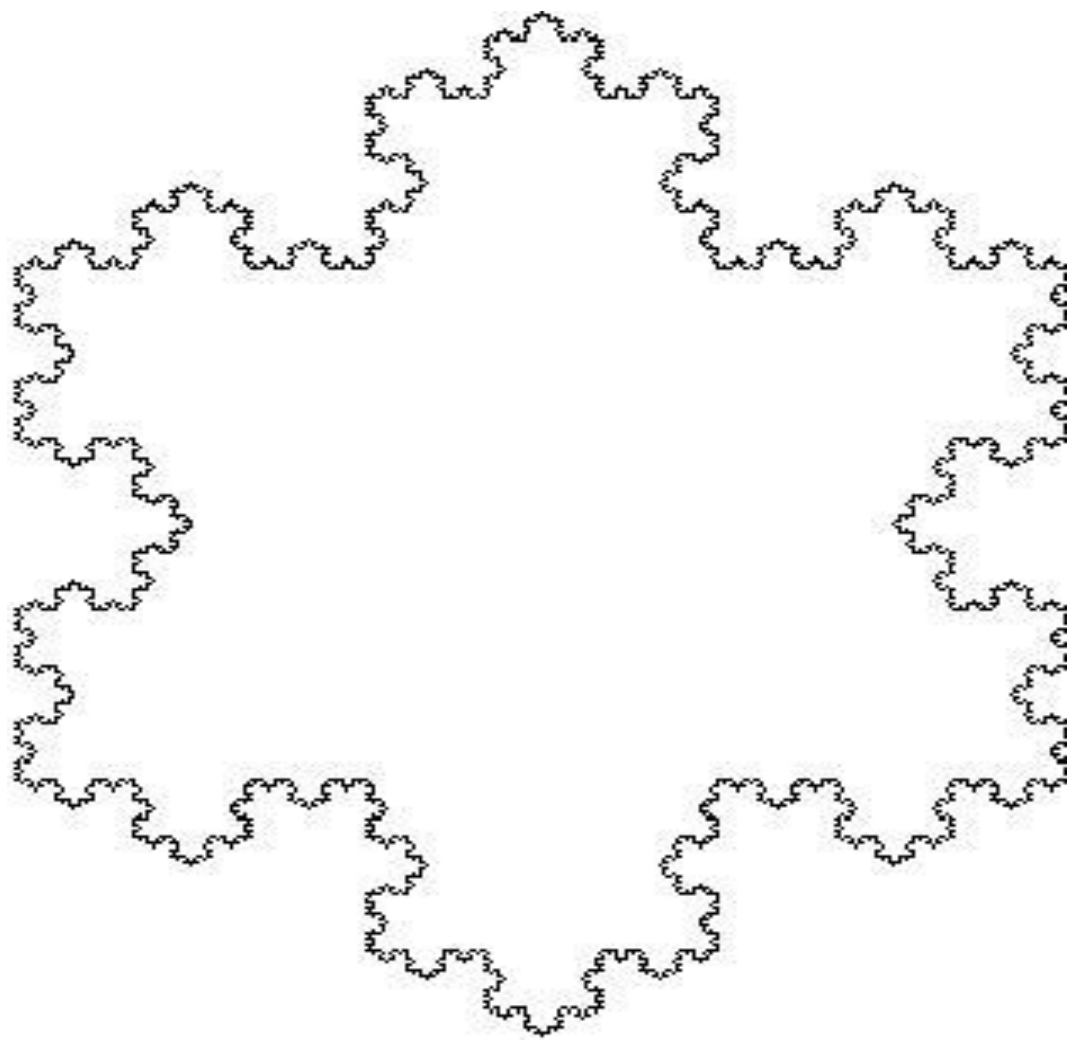


Yıldız
(birinci tekrar)



İkinci tekrar

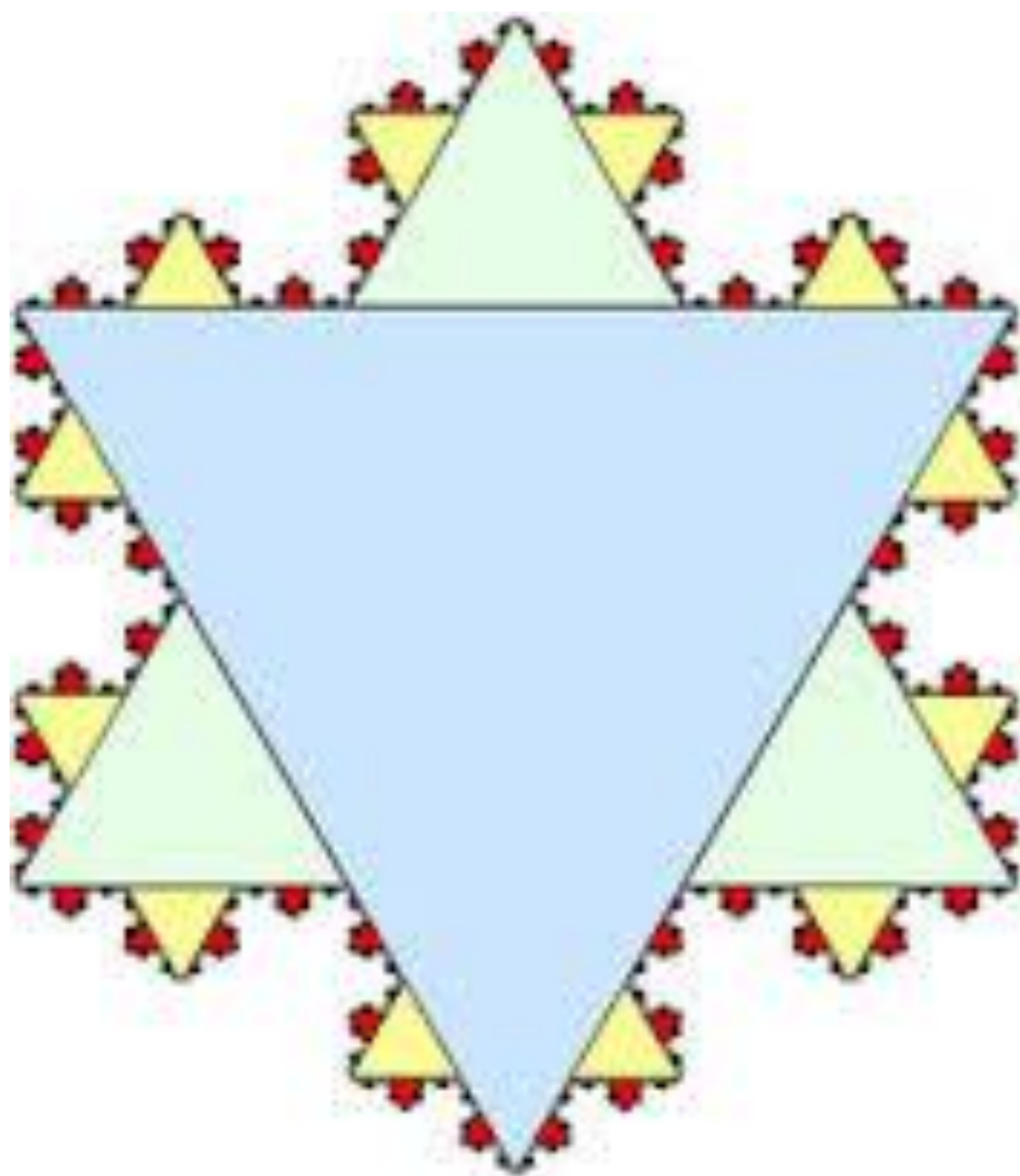


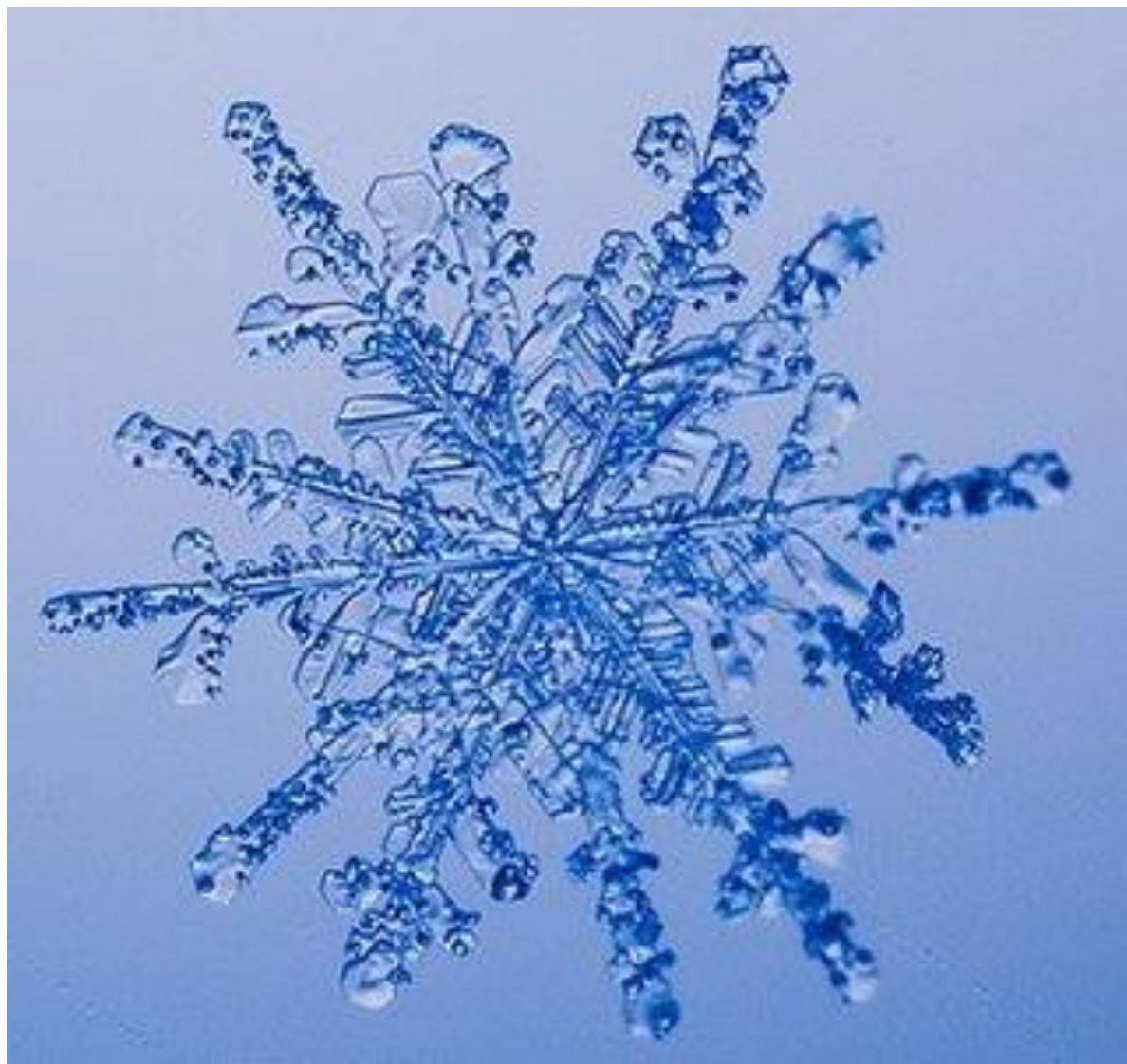


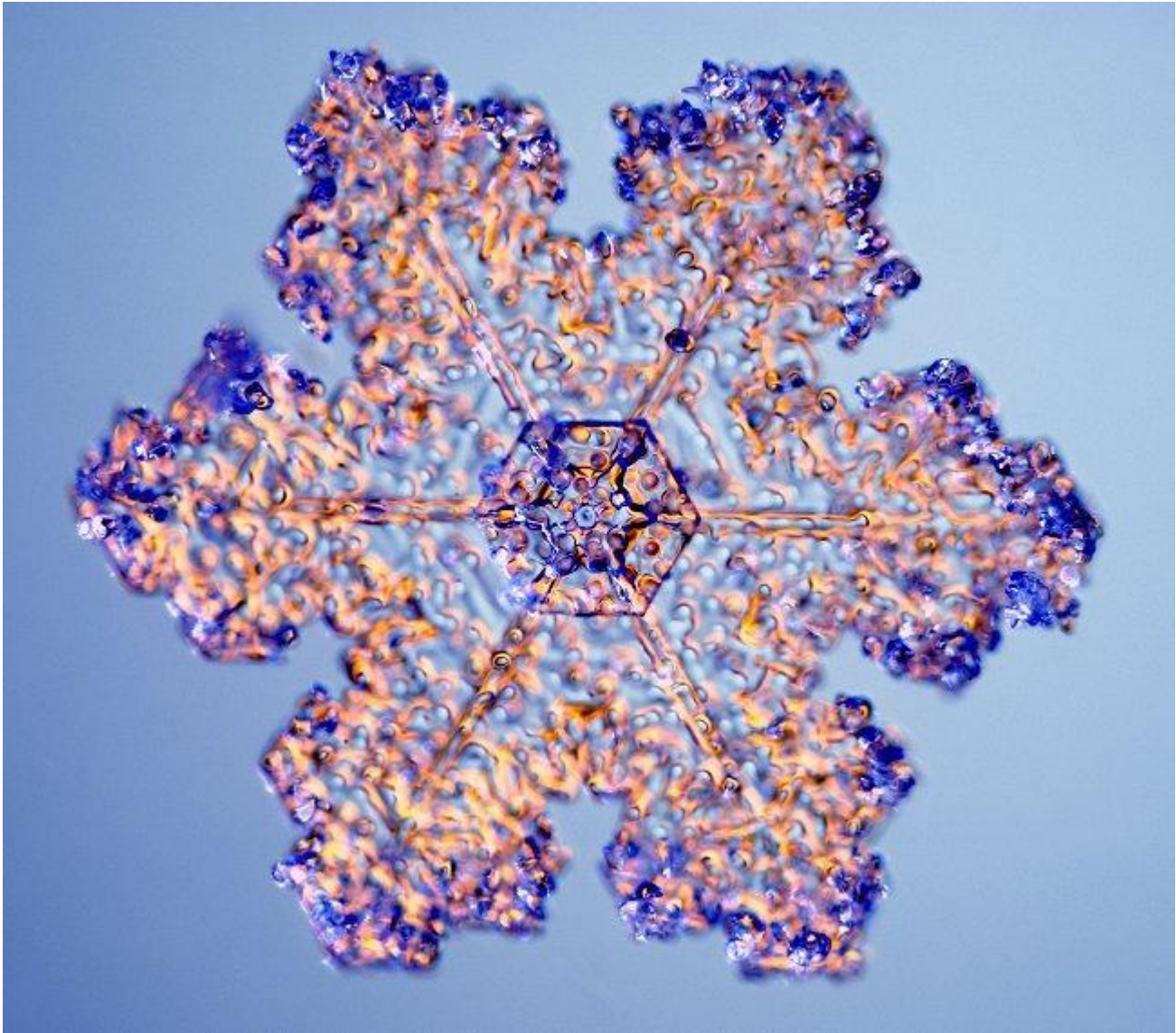
O halde Őu diziyi elde etmiŐ olduğ (kõŐe sayıları cinsinden)

6, 18, 54, 162, 486,.....
6.3 3 3 3

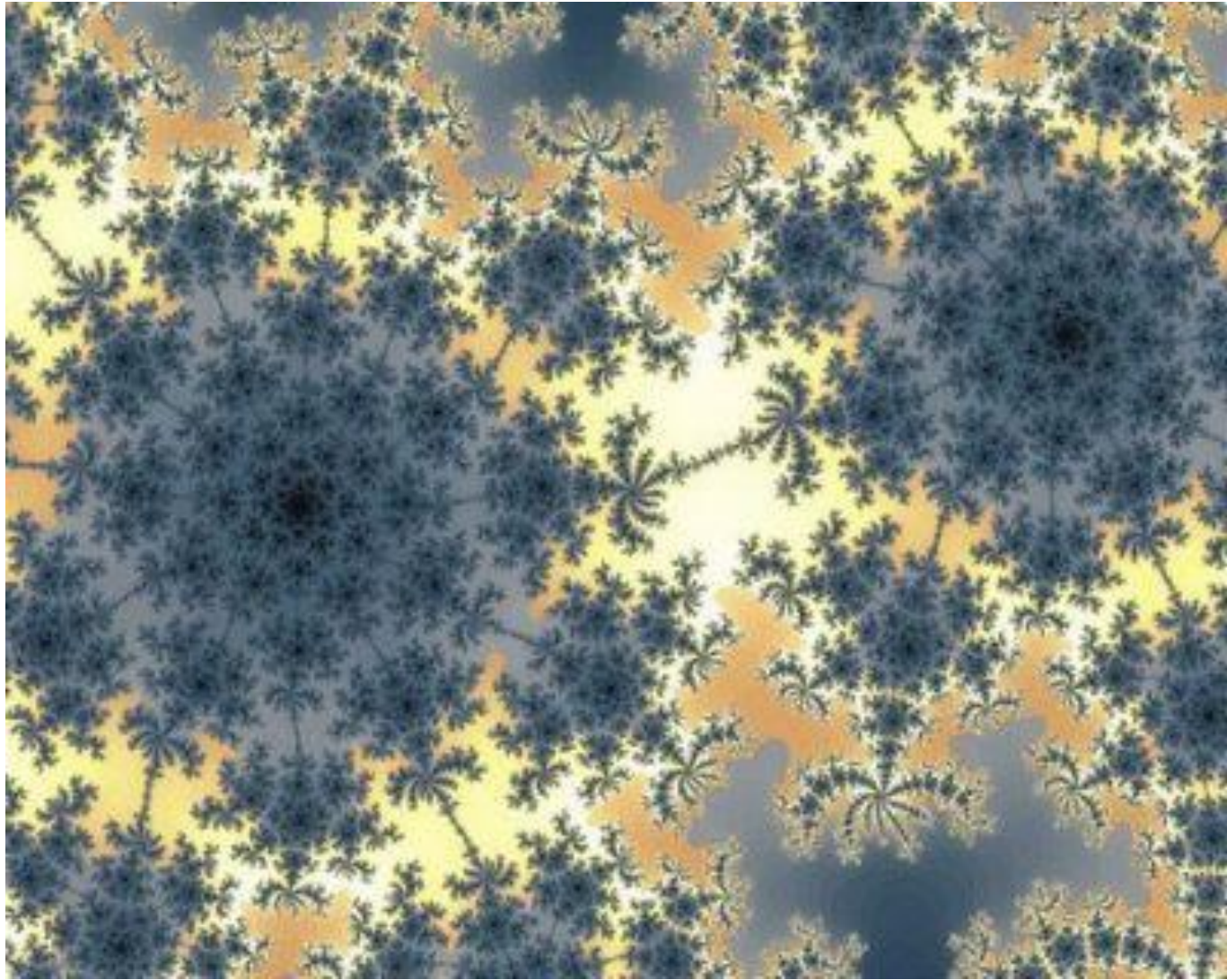
Bu iŐe devam edersek çevre uzunluğu sonsuz olan bir grafik elde ederiz. Őu halde **KOCH Kartanesinin** ilginç olan karakteristiği onun çevresidir. Normalde, bir geometrik Şeklin çevresini büyütürseniz alanını da büyütmiŐ olursunuz. EĐer çevresi çok uzun olan bir kare alırsanız alanı da çok büyük olan bir kare almıŐ olursunuz. Şimdi burada ne olduğuna bakalım:





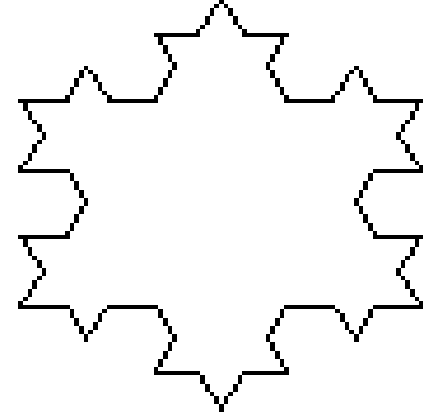
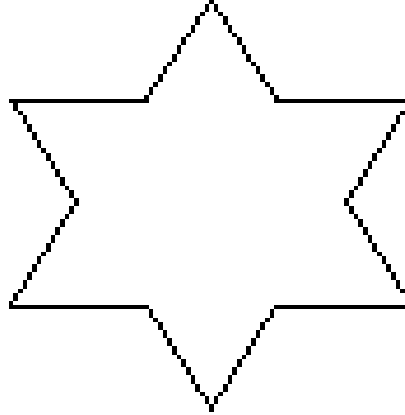
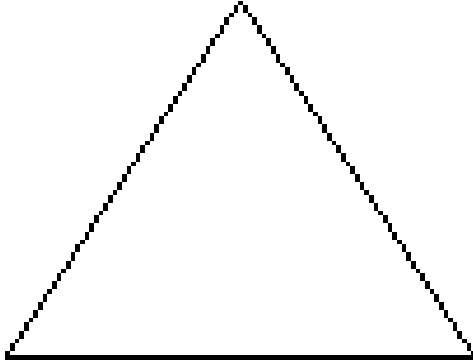








SORU:Çevre uzunluğu 9 br olan bir eşkenar üçgen ile başlarsak elde ettiğimiz diğer şekillerin çevre uzunluklar ne kadar olur ?



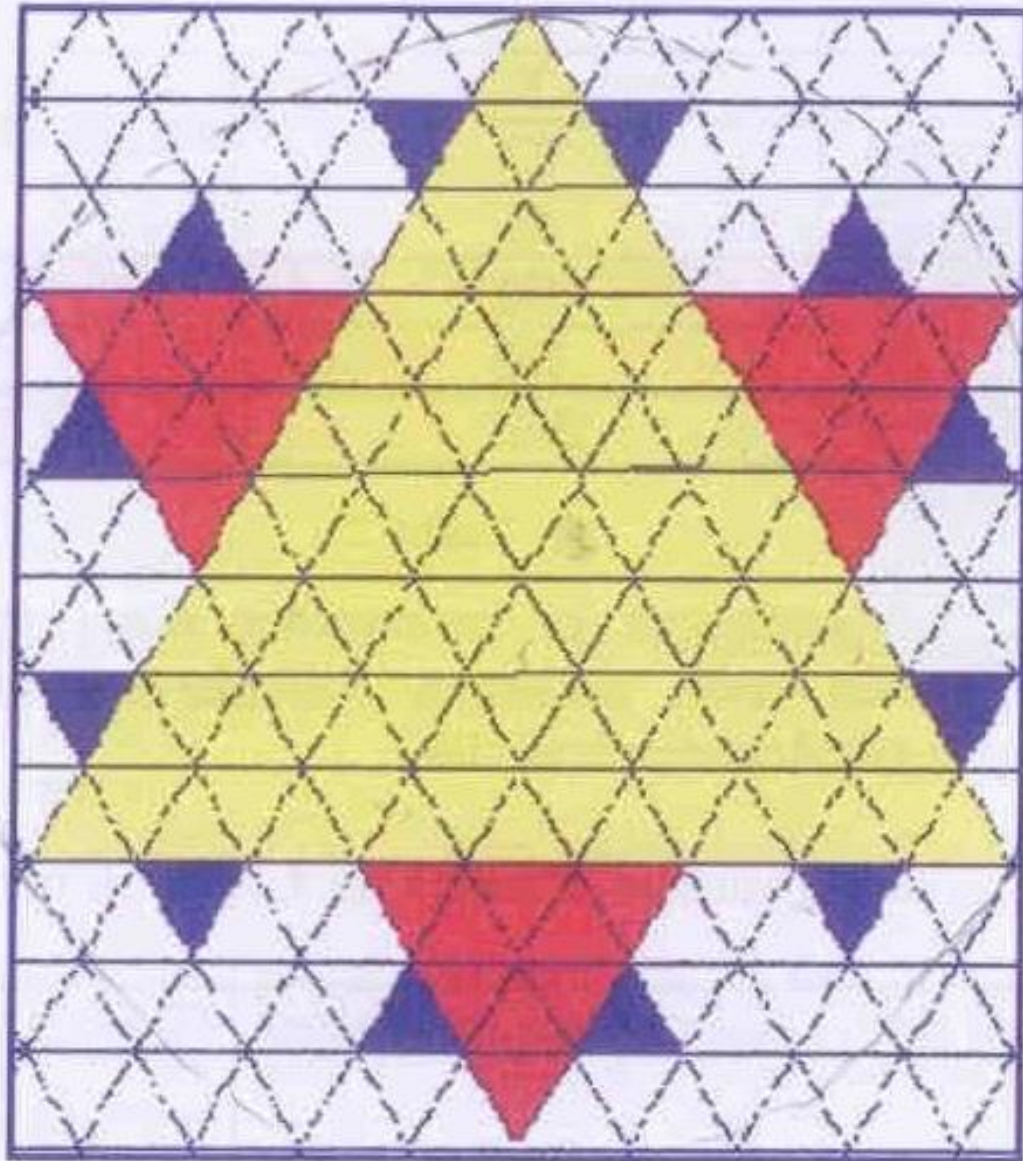
SORU: Burada bir algoritma var mıdır? Her şeklin çevresi bir önceki şeklin çevresinin bir katı mıdır ?

SORU: Eđer orijinal üçgenin çevresi 9 br ise kaç tekrardan sonra çevresinin uzunluğu 100 br olan veya 100 birime mümkün olduğu kadar yakın bir şekil elde ederiz?

SORU: Őimdi bu iŐi çok fazla tekrarladığımızı dűŐünelim. Çevrenin uzunluğu tekrarladıka büyüyecektir. Fakat alan ne olacak. Alanın orijinal üçgeni çevreleyen bir çemberin alanı ile sınırlı olduğunu söyleyebilir miyiz. Bu iŐi sonsuz çoklukta tekrarlırsak evre uzunluğu sonsuza giderken Őeklin alan değerinin orijinal üçgenin çevrel çemberiyle sınırlı kalacağını söyleyebilir miyiz?

Böylece diyebiliriz ki sonsuz uzunluklu bir çevre sonlu bir alanı sınırlar

O halde,koch kar tanesinde sonsuz uzunluklu bir çevre sonlu büyüklükte bir alanı çevreler.koch kar tanesinin çevresi her adımda büyürken çevrelediği alan sınırlı kalır.Orijinal üçgenin çevrel çemberini düşünelim.Çevre ne kadar büyük olursa olsun şeklin alanı çemberin içinde kalır.



Yukarıdaki alana bakalım. Koch Kartanesinin ikinci tekrardaki şeklini görüyorsunuz. Sarı renkli olarak görülen esas üçgene ilk tekrarda eklenen kırmızı renkli üç küçük üçgen ve ikinci tekrarda ortaya çıkan oniki mavi daha küçük üçgen kartanesini oluşturmaktadır. O zaman Koch Kartanesinin alanını hesaplama işi bir toplama işidir. Buna göre, önce esas üçgenin alanını buluruz ve buna ilk tekrarın mahsulü olan üç kırmızı üçgenlerin alanları toplamını ekleriz ve bu sonuca da ikinci tekrardan doğan oniki mavi üçgenin alanları toplamını eklemek yeter.

Alanın hesaplanmasında, üçgenlerin oluşturduğu kafesin üçgenlerini ele alalım. Esas sarı üçgenin içinde yer alan üçgenlerin sayısı 81 dir. Dolayısıyla, sarı üçgenin alanı 81 üçgen birimidir. Her bir kırmızı üçgenin alanı da 9 üçgen birimidir. Bunların toplamı da $3 \times 9 = 27$ üçgen birimi eder. Her bir mavi üçgenin alanı 1 üçgen birimi olduğuna göre oniki mavi üçgenin alanları toplamı 12 üçgen birimi eder. Bütün bu bilgileri bir tabloda gösterelim.

Tekrar No	Bir üçgenin alanı	Eklenen üçgenlerin sayısı	Eklenen alanların miktarı	Toplam Alan
-				81 üçgen birimi
1	9	3	27 üçgen birimi	108 üçgen birimi
2	1	12	12 üçgen birimi	120 üçgen birimi

Tablo 1

Bu tablodan görüyoruz ki, her "bir üçgenin alanı" bir önceki adımdakinin $\frac{1}{9}$ u dur. Eklenen üçgenlerin sayısı bir önceki sayının 4 katıdır. Gelecek adımları, bu tespite göre değerlendirebiliriz.

Tekrar no	Bir üçgenin alanı	Eklenen üçgenlerin sayısı	Eklenen alanların miktarı	Toplam alan
-				81
1	9	3	27	108
2	1	12	12	120
3	1/9	48	5.33	125.33
4	1/81	192	2.37	127.7
5	1/729	768	1.05	128.75
6	1/6561	3072	0.4682	129.21

Tablo 2

Bu ikinci tablodan görüyoruz ki kartanesinin alanı yavaş yavaş büyüyor. Alanın büyüklüğü bir sayıya yavaş yavaş yaklaşıyor (yakınsıyor), fakat hiçbir zaman o sayıyı aşamayacağı gibi o sayıyı yakalayamayacak bile.