Ters kartanesi (antisnowflake)

Koch Ters kartanesine geçmeden önce Koch kartanesini hatırlayalım :

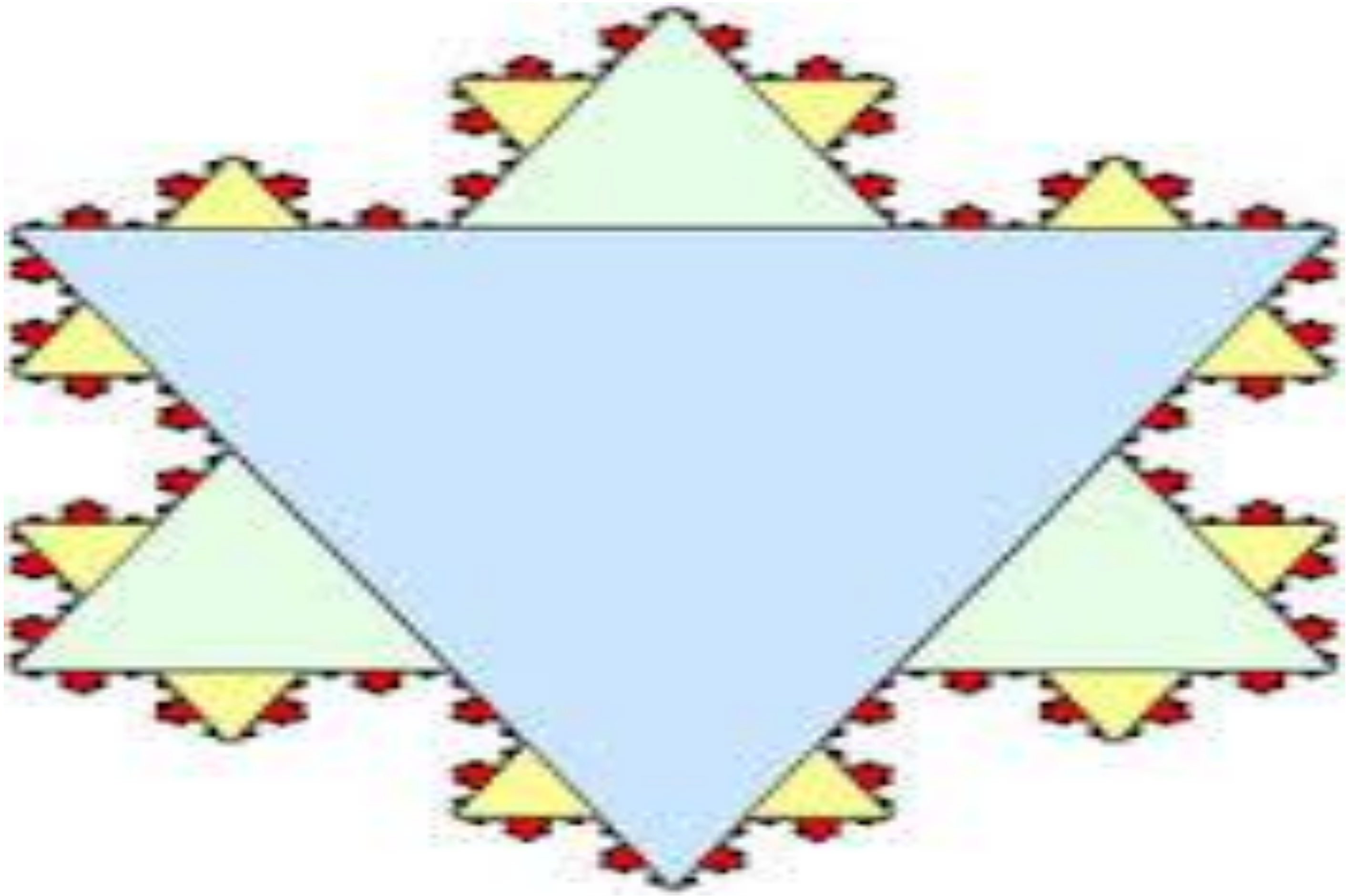
I. Adım: Geniş bir eşkenar üçgen çizelim.

II. Adım: Altı adet sivri köşesi olan bir yıldız elde etmek için:

1. Üçgenin bir kenarını üç eşit parçaya ayıralım ve ortadaki parçayı alalım.

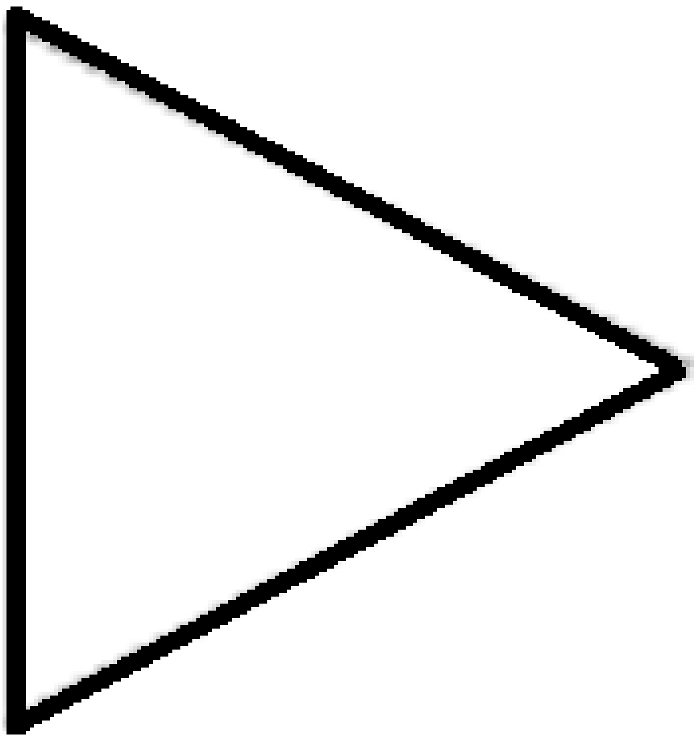
2. Boşta kalan iki uca aldığımız bu parçadan birer tane bağlayalım ve uçlarını üçgenin dış tarafında birleştirelim.

3. Bu işi eşkenar üçgenin diğer iki kenarı üzerinde de yapalım. Böylece eşkenar üçgenden altı köşeli bir yıldız elde etmiş oluruz.

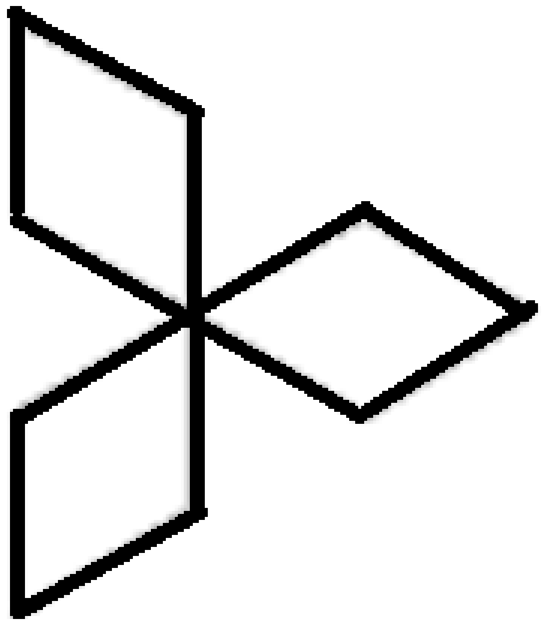


- Şimdi ise Koch kartanesinin farklı bir görünümü olan Ters kartanesine geçelim .

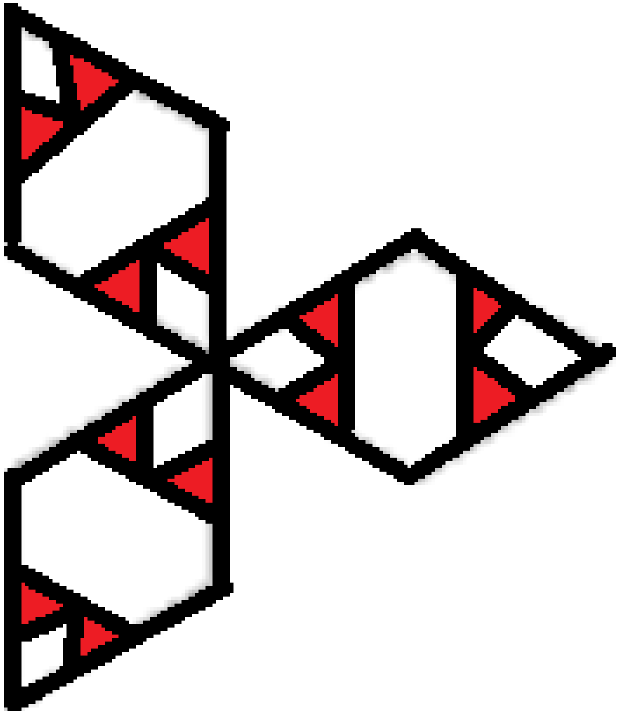
Büyük bir eşkenar üçgenle başlayalım.



I. ADıM: *Üçgenin bir kenarını üç parçaya bölelim ve ortadaki parçayı alalım.*
Bu parçalardan bir tane daha bularak V şeklinde ekleyip çıkardığımız yeni üçgenin içine doğru dolduralım.
Üçgenin geri kalan iki kenarına da aynı işlemi uygulayalım.
Böylece bir fırıldak şekli elde etmiş oluruz.

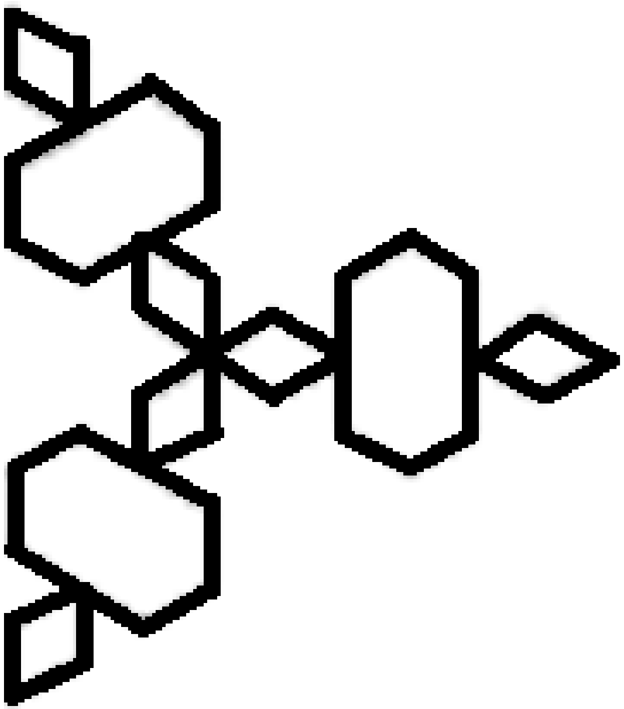


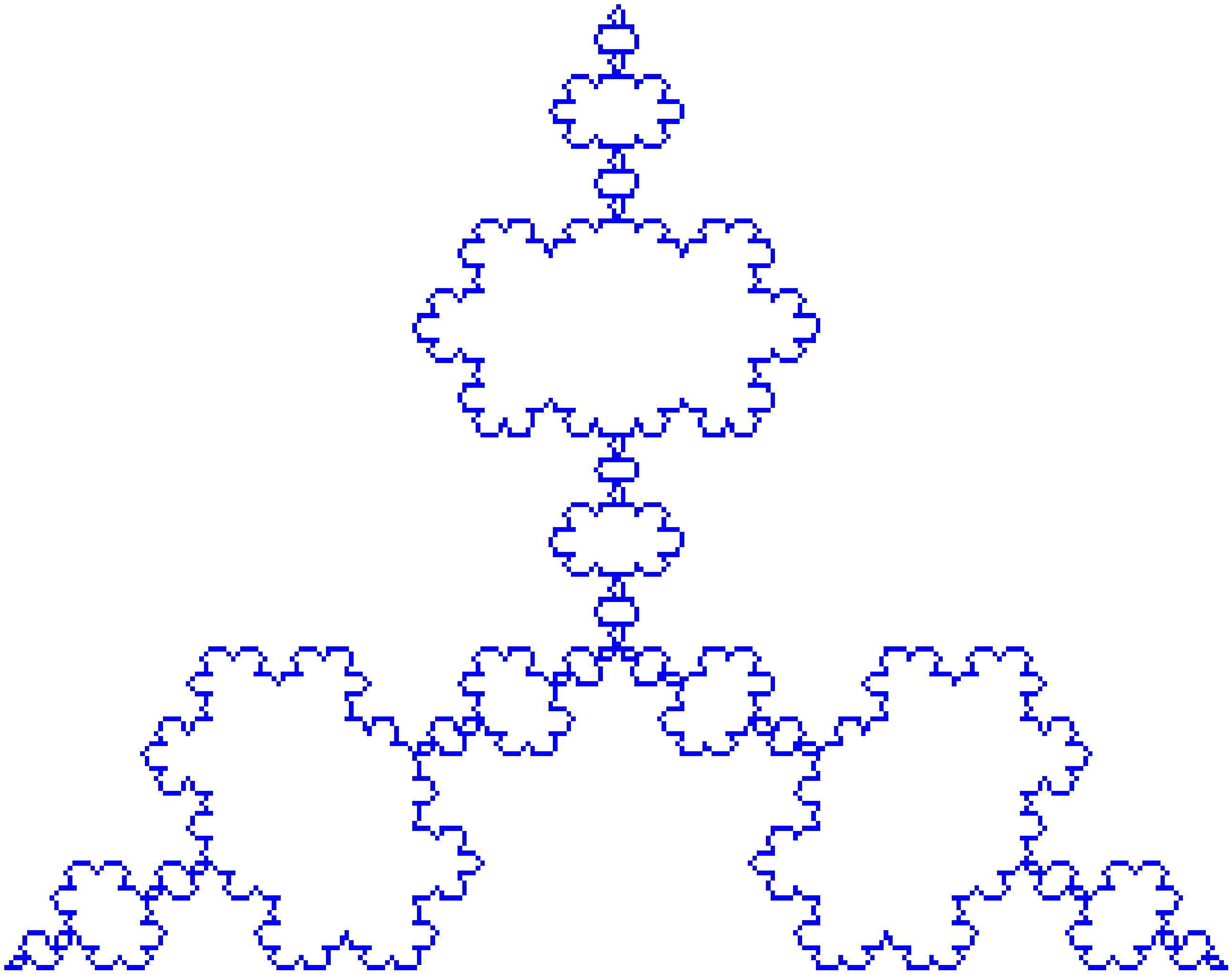
II. Adım: Bu metodu fırıldakta yer alan yeni üçgenlerle tekrarlayalım



(*FIRILDAKTAKİ ÜÇGENLER)*

Böylece aşağıdaki şekil elde edilir





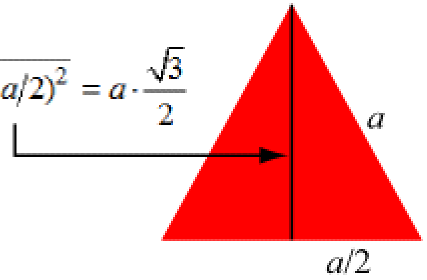
- Koch Terskartanesinin boyutu Koch kartanesinin boyutu ile aynıdır.(yani :1.2619)

- Doğadaki Koch Ters Kartanesi örnekleri ;

Koch Ters Kartanesinin Alanı

- Bir eşkenar üçgenin alanı

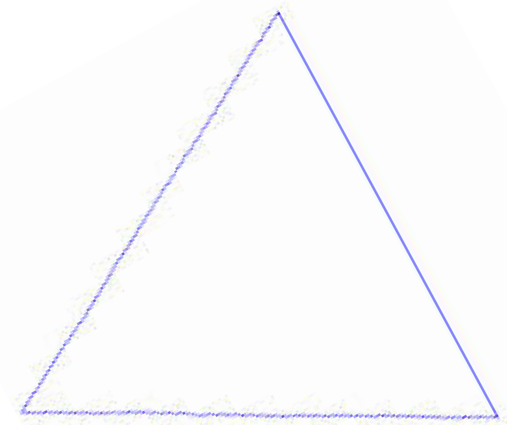
$$\sqrt{a^2-(a/2)^2}=a\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$$



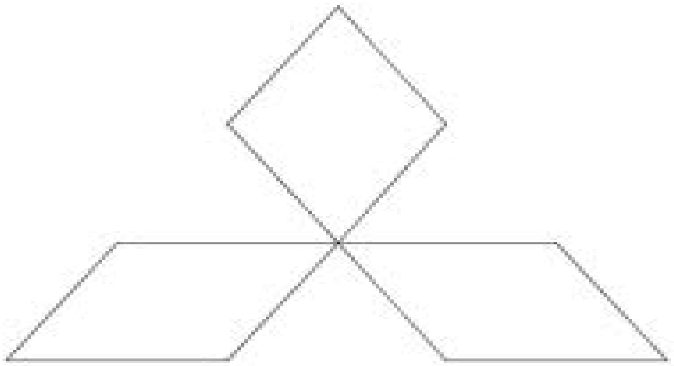
$$\frac{1}{2}\cdot a\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}a=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

Şekldeki üçgenin bir kenarının uunuğunu a birim kabul edersek üçgenin alanı :

$$\frac{\sqrt{3}}{4.}\,a^2$$

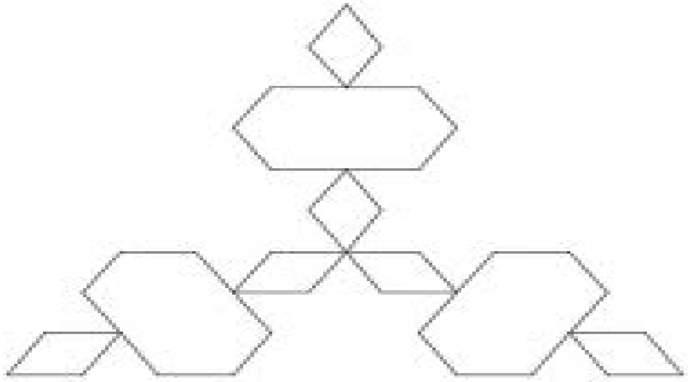


İkinci adımda oluşan şeklin alanı



$$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 - 3 \times \frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{a}{3}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2\left(1 - \frac{3}{9}\right)$$

Üçüncü adımda oluşan şeklin alanı



$$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2\left(1-\frac{3}{9}\right)-3\times 4\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{a}{9}\right)^2\right)=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2\left(1-\frac{3}{9}-\frac{3\times 4}{9^2}\right)$$

- Dolayısıyla biz k. adıma geldiğimizde alandaki azalma

$$3 \times 4^{k-1} \times \frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{a}{3^k}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}\,a^2 \times \frac{3 \times 4^{k-1}}{9^k}$$

- n.adım sonunda oluşan şeklin alanı

$$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \left(1-\sum_{k=1}^{n} \frac{3\times 4^{k-1}}{9^k}\right)$$

Buradaki parantez içi ortak çarpanı r=4/9 olan geometrik dizinin kısmı toplamıdır.kısmı toplamlar dizisi yakınsaktır dolayısıyla

$$\frac{\sqrt{3}}{4}\,a^2\left(1-\sum_{k=1}^{\infty}\frac{3\times 4^{k-1}}{9^k}\right)$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{4}\,a^2\left(1-\frac{\frac{3}{9}}{1-\frac{4}{9}}\right)=\frac{\sqrt{3}}{4}\,a^2\,\frac{2}{5}$$

Burada şunu görmekteyiz bir kenar uzunuğu a birim olan bir eşkenar Üçgenle başlarsak alanımız ilk üçgenin alanının 5te 2sine eşit olucaktır.