

## 7. Bernoulli Diferensiyel Denklemi

**Tanım.**

$$y' + p(x)y = q(x)y^n, \quad n \in \mathbb{R} \quad (1)$$

formundaki diferensiyel denklemlere Bernoulli diferensiyel denklemi denir.

**Uyarı.**  $n = 0$  ise, (1) denklemi birinci basamaktan lineer diferensiyel denklemdir.  $n = 1$  ise, (1) denklemi değişkenlerine ayrılabilen bir diferensiyel denklemdir.

$n \neq 0$  ve  $n \neq 1$  olmak üzere

$$z = y^{1-n}$$

dönüşümü ile (1) denklemi

$$\frac{dz}{dx} + (1-n)p(x)z = (1-n)q(x)$$

lineer diferensiyel denklemine indirgenir.

**Örnek.** Aşağıdaki diferensiyel denklemleri çöztünüz.

1)

$$y' + 2xy = e^{x^2}y^2$$

**Çözüm.**  $n = 2$  olmak üzere Bernoulli diferensiyel denklemdir. Verilen denkleme

$$z = y^{-1}$$

dönüşümü uygulanırsa

$$\frac{dz}{dx} - 2xz = -e^{x^2}$$

birinci basamaktan lineer diferensiyel denklem elde edilir. Lineer diferensiyel denklemin genel çözümü

$$z = (-x + c_1)e^{x^2}$$

dir. Verilen Bernoulli denkleminin çözümü,

$$y = \frac{-1}{(x + c)e^{x^2}}$$

olarak bulunur.

2)

$$\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = y^2$$

3)

$$\frac{dy}{dx} + \frac{1}{3}y = e^x y^4$$

4)

$$2\frac{dy}{dx} + y \tan x = \frac{(4x+5)^2}{\cos x} y^3$$