

Şekil 4

$\triangle O_1BT$ ve $\triangle O_2AT$ diküçgenlerinin benzerliğinden;

$$\frac{|O_2A|}{|O_1B|} = \frac{|O_2T|}{|O_1T|} \text{ yazılabilir. Burada,}$$

$$|O_1B| = R \quad \text{küresel ışık kaynağının yarıçapı,}$$

$$|O_2A| = r \quad \text{ışksız küresel cismin yarıçapı,}$$

$$|O_1O_2| = d \quad \text{ışık kaynağı ile ışksız cisim arası uzaklık,}$$

$$|O_2T| = h \quad \text{tamgölge konisinin yüksekliği ve}$$

$$|O_1T| = |O_1O_2| + |O_2T| = d + h \quad \text{olmak üzere benzerlik bağıntısından,}$$

$$\frac{r}{R} = \frac{h}{d+h} \text{ yazılabilmektedir. } h \text{ için düzenleyecek olursak tamgölge}$$

konisinin yüksekliğini veren ifade aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$h = \frac{r d}{R - r} \dots\dots\dots (1)$$

AY ve YER'İN TAMGÖLGE KONİLERİNİN ÖZELLİKLERİ

Yukarıdaki şekillerde ve tanımlarda aydınlanma ve gölge geometrisini incelediğimiz cisimlerin; Güneş ve Ay tutulmalarını temsil eden cisimler olması halinde formüllerde kullanacağımız nicelikler şunlar olacaktır:

Güneş Tutulması		Ay Tutulması	
$R = R_{\odot}$	Güneş'in yarıçapı	$R = R_{\odot}$	Güneş'in yarıçapı
$r = r_{\zeta}$	Ay'ın yarıçapı	$r = r_{\oplus}$	Yer'in yarıçapı
$d = d_{\zeta}$	Güneş-Ay uzaklığı	$d = d_{\oplus}$	Yer-Güneş uzaklığı
$h = h_{\zeta}$	Ay'ın tamgölge konisinin yüksekliği	$h = h_{\oplus}$	Yer'in tamgölge konisinin yüksekliği
$d_{\zeta} = \Delta_{\oplus} - \Delta_{\zeta}$		$d_{\oplus} = \Delta_{\oplus}$	

Burada Δ_{\oplus} ve Δ_{ζ} sırasıyla Yer-Güneş uzaklığı ve Yer-Ay uzaklığı olup zamana bağlı olarak değişim gösterdiklerini ifade etmektedirler. Hesaplamalarda $R_{\odot} = 695,700$ km (ekvator yarıçapı), $r_{\oplus} = 6,378.16$ km ve $r_{\zeta} = 1,738$ km olarak dikkate alınırlar.

Tutulma hesaplarında yukarıda verilen Yer'in ekvator yarıçapı birim olarak alınır. Buna göre $r_{\oplus} = 1$ olmak üzere;

$$R_{\odot} = \frac{695,700}{6,378.16} = 109.08 r_{\oplus} \quad \text{ve} \quad r_{\zeta} = \frac{1,738}{6,378.16} = 0.2725 r_{\oplus} \text{ olur.}$$

Yer'in Güneş etrafında, Ay'ın ise Yer etrafındaki yörüngelerinin birer elips olmasından dolayı, Δ_{\oplus} ve Δ_{ζ} nicelikleri sabit değerlere sahip değildirler. Yapılan duyarlı ölçümlerle bu niceliklerin en büyük (max) ve en küçük (min) değerleri

$$\Delta_{\oplus \min} = 147,100,000 \text{ km} = 23,063 r_{\oplus}$$

$$\Delta_{\oplus \max} = 152,100,000 \text{ km} = 23,847 r_{\oplus}$$

$$\Delta_{\zeta \min} = 361,800 \text{ km} = 56.72 r_{\oplus}$$

$$\Delta_{\zeta \max} = 407,000 \text{ km} = 63.81 r_{\oplus} \text{ olarak bulunmuştur.}$$

Bu bilgilerin ışığı altında bir Güneş tutulması için Ay'ın tamgölge konisi yüksekliğinin alabileceği uç değerleri belirleyelim. Herhangi bir anda Ay'ın tamgölge konisi yüksekliği veren bağıntı, yukarıda verilen tanımlara göre şu şekilde yazılır:

$$h_{\zeta} = \frac{d_{\zeta} r_{\zeta}}{R_{\odot} - r_{\zeta}} \dots\dots\dots (2)$$

Buna göre Ay'ın tamgölge konisi yüksekliğinin alabileceği uç değerleri (en küçük ve en büyük) belirleyebilmek için dört farklı durumu gözden geçirmemiz gerekmektedir:

1. DURUM: Yer ve Ay yörüngelerinin enberi noktasında:

$$h_{\zeta} = \frac{(\Delta_{\oplus \min} - \Delta_{\zeta \min}) r_{\zeta}}{R_{\odot} - r_{\zeta}} = \frac{(23063 - 56.72)0.2725}{109.08 - 0.2725} = 57.62 r_{\oplus}$$

2. DURUM: Yer ve Ay yörüngelerinin enöte noktasında:

$$h_{\zeta} = \frac{(\Delta_{\oplus \max} - \Delta_{\zeta \max}) r_{\zeta}}{R_{\odot} - r_{\zeta}} = \frac{(23847 - 63.81)0.2725}{109.08 - 0.2725} = 59.56 r_{\oplus}$$

3. DURUM: Yer yörüngesinin enberi, Ay ise enöte noktasında:

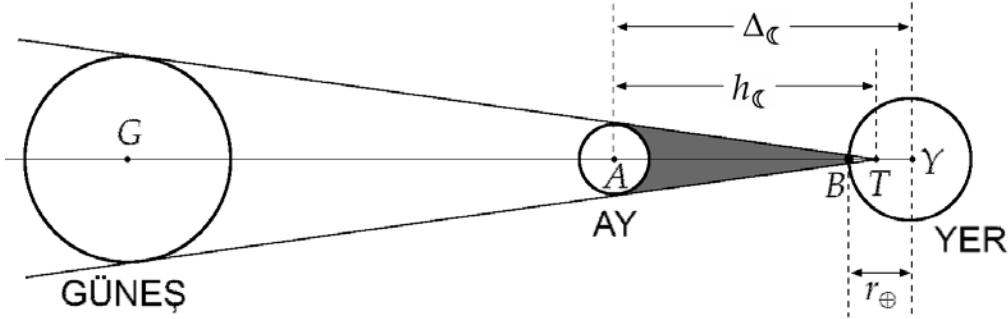
$$h_{\zeta} = \frac{(\Delta_{\oplus \min} - \Delta_{\zeta \max}) r_{\zeta}}{R_{\odot} - r_{\zeta}} = \frac{(23063 - 63.81)0.2725}{109.08 - 0.2725} = 57.60 r_{\oplus}$$

4. DURUM: Yer yörüngesinin enöte, Ay ise enberi noktasında:

$$h_{\zeta} = \frac{(\Delta_{\oplus \max} - \Delta_{\zeta \min}) r_{\zeta}}{R_{\odot} - r_{\zeta}} = \frac{(23847 - 56.72)0.2725}{109.08 - 0.2725} = 59.58 r_{\oplus}$$

Buna göre Ay'ın tamgölge konisi yüksekliğinin alabileceği sınır değerler için $57.60 r_{\oplus} \leq h_{\zeta} \leq 59.58 r_{\oplus}$ yazılabilir. Sonuç olarak, bir Güneş tutulması için Ay'ın gölge konisi yüksekliği, en büyük değerine, Yer yörüngesinin enöte, Ay ise enberi noktasında iken ulaşırken, en küçük değerini ise, Yer yörüngesinin enberi, Ay ise enöte noktasında bulunurken alabilmektedir.

Bir tam Güneş tutulmasının oluşabilmesi için, Şekil 5'ten de görüleceği gibi, Ay'ın tamgölge konisi yüksekliğinin, Ay-Yer yüzeyi arasındaki uzunluktan ($|AB|$) daha büyük olması gerekmektedir. Buna göre;



Şekil 5

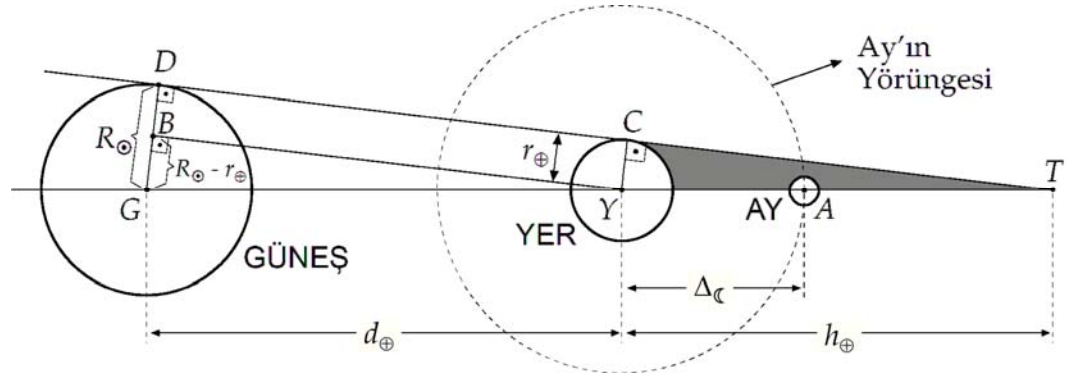
$$|AY| = \Delta_{\zeta}, |BY| = r_{\oplus} = 1, |AB| = \Delta_{\zeta} - r_{\oplus} = \Delta_{\zeta} - 1, |AT| = h_{\zeta}$$

Daha önce $\Delta_{\zeta \min} = 56.72 r_{\oplus}$ ve $\Delta_{\zeta \max} = 63.81 r_{\oplus}$ olduğunu göstermiştik. Bu durumda $|AB|$ uzaklığı için uç değerler $|AB|_{\min} = \Delta_{\zeta \min} - 1 = 55.72 r_{\oplus}$ ve $|AB|_{\max} = \Delta_{\zeta \max} - 1 = 62.81 r_{\oplus}$ olmaktadır. Bu değerleri Ay'ın tamgölge konisi yüksekliği h_{ζ} için hesapladığımız uç değerlerle karşılaştıralım. h_{ζ} 'in en

büyük değeri $59.58 r_{\oplus}$, $|AB|$ uzunluğu için hesapladığımız en büyük değer $62.81 r_{\oplus}$ 'den daha küçüktür. Bu koşul altında $(h_{\zeta \max} , |AB|_{\max})$ bir tam Güneş tutulması gerçekleşmeyeceği açıktır, çünkü Ay'ın tamgölge konisi Yer yüzeyine kadar ulaşamamaktadır. h_{ζ} 'in en küçük değeri $57.60 r_{\oplus}$ ise, $|AB|$ için belirlediğimiz en küçük değer $55.72 r_{\oplus}$ 'den daha büyük olduğundan, diğer tutulma koşullarının da sağlanması halinde bir tam Güneş tutulması oluşabilecektir.

Bu irdelemelerden görülüyor ki, Ay'ın Yer ile Güneş arasından her geçişinde bir Güneş tutulması meydana gelmez ve belirli koşulların sağlanması halinde tutulmalar oluşabilir.

Şimdi de Yer'in tamgölge konisinin yüksekliğini (h_{\oplus}) veren ifadeyi bulalım:



Şekil 6

Şekil 6'da görüldüğü gibi, Yer merkezinden $|DT|$ teğetine bir paralel çizelim. Böylece oluşan $\triangle BYG$ diküçgeni ile $\triangle CYT$ diküçgeni benzer olduklarından $\frac{|YT|}{|GY|} = \frac{|CY|}{|BG|}$ yazılabilir. Burada;

$$|GY| = d_{\oplus} \quad \text{Yer-Güneş uzaklığı,}$$

$$|CY| = r_{\oplus} \quad \text{Yer'in ekvator yarıçapı,}$$

$|YT| = h_{\oplus}$ Yer'in tamgölge konisi yüksekliği,

$|BG| = R_{\odot} - r_{\oplus}$ dir. Benzerlik bağıntısında yerine koyacak olursak;

$$\frac{h_{\oplus}}{d_{\oplus}} = \frac{r_{\oplus}}{R_{\odot} - r_{\oplus}} \text{ ve düzenlersek Yer'in tamgölge konisinin yüksekliğini}$$

veren bağıntıyı aşağıdaki şekilde elde ederiz:

$$h_{\oplus} = \frac{d_{\oplus} r_{\oplus}}{R_{\odot} - r_{\oplus}} \dots\dots\dots (3)$$

Yer'in tamgölge konisi yüksekliği, yalnızca Yer-Güneş arası uzaklığa bağlı olarak değişeceğinden, alabileceği uç değerler iki durumda karşımıza çıkacaktır. Buna göre;

1. DURUM: Yer yörüngesinin enberi noktasında:

$$h_{\oplus \min} = \frac{\Delta_{\oplus \min} r_{\oplus}}{R_{\odot} - r_{\oplus}} = \frac{23063 \times 1}{109.08 - 1} = 213.4 r_{\oplus}$$

2. DURUM: Yer yörüngesinin enöte noktasında:

$$h_{\oplus \max} = \frac{\Delta_{\oplus \max} r_{\oplus}}{R_{\odot} - r_{\oplus}} = \frac{23847 \times 1}{109.08 - 1} = 220.6 r_{\oplus}$$

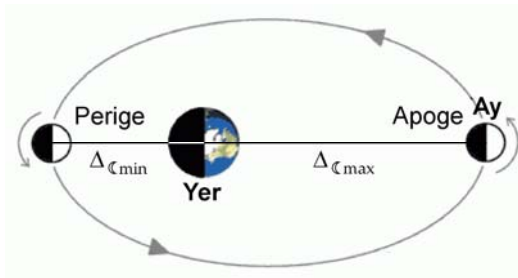
Buna göre Yer'in tamgölge konisi yüksekliğinin alabileceği sınır değerler için $213.4 r_{\oplus} \leq h_{\oplus} \leq 220.6 r_{\oplus}$ yazılabilir. Görüldüğü gibi, Yer-Güneş uzaklığının en küçük olduğu durumda bile, Yer'in tamgölge konisi yüksekliği, Yer-Ay uzaklığının en büyük değerinden ($\Delta_{\zeta \max} = 63.81 r_{\oplus}$) daha büyük olmaktadır. Bu durumda diğer tutulma koşulları sağlandığı sürece Yer'in Güneş ile Ay

arasından geçişinde, Yer-Ay uzaklığına bağlı olmaksızın mutlaka bir Ay tutulması gerçekleşebilecektir.

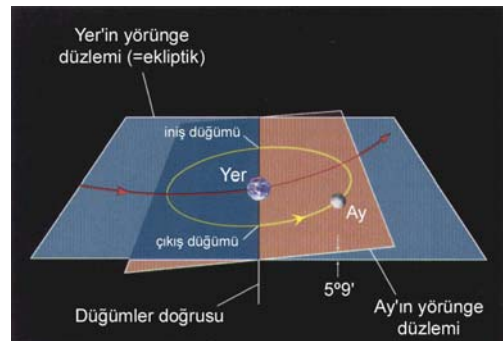
Tutulmaların oluşma koşulları açısından şu ana kadar Yer'in ve Ay'ın tamgölge konisi yüksekliklerinden gelen kısıtlamaları gördük ve geriye kalan durumları "*diğer tutulma koşulları*" olarak dile getirdik. Diğer koşullar temelde Ay'ın Yer etrafındaki yörünge düzleminin, Yer'in Güneş etrafındaki yörünge düzlemi (ekliptik-tutulum) ile çakışık olmamasından kaynaklanmaktadır. Ay ve Güneş tutulmalarının oluşma koşullarını doğru bir biçimde ortaya koyabilmek için, Ay'ın yörünge özelliklerini ve görünürdeki hareketlerini iyi kavramak gerekir.

AY'IN YÖRÜNGESİ ve HAREKETLERİ

Yer'in tek doğal uydusu olan Ay, Yer etrafında dışmerkezliği 0.0549 olan elips bir yörünge üzerinde dolanır ve bir tam turunu 27.322 günde tamamlar (=yıldızıl dönemi). Yörüngesi üzerinde, Yer'e en uzak olduğu enöte konumu "*apoge noktası*", en yakın olduğu enberi konumu ise "*perige noktası*" olarak adlandırılmaktadır. Ay'ın bu noktalarda Yer'e olan uzaklıkları $\Delta_{\zeta \max}$ ve $\Delta_{\zeta \min}$ olarak verilmişti (Şekil 7). Ortalama Yer-Ay uzaklığı ise 384,400 km dir. Ay'ın yörüngesi ekliptik düzlemi ile $05^{\circ}09'$ lık bir açı yapmaktadır (Şekil 8). Ay'ın ve Yer'in yörünge düzlemlerinin arakesitine "*düğüm doğrusu*" adı verilir. Ay



Şekil 7



Şekil 8