MERKEZİ DEĞİŞİM ÖLÇÜLERİ

- Bir dağılımda ölçümler arasında gözlenen farklılık ve değişikliğe değişim, veriler arasındaki değişimden kaynaklanan farklılıkların istatistiksel ölçülerine ise değişim ölçüleri denir.

Ranj

- Bir ölçümün ranjı, ölçümlerin en büyüğü ile en küçüğü arasındaki farktır.
- Puanların sıralanmış olması gerekmez.
- Grubun homojen ya da heterojen bir dağılım gösterdiği hakkında bilgi verir

Örnek: 78,89,56,36,48,92,59,60

Ranj: 92-36=56

Standart Sapma

- Bir veri grubunda verilerin aritmetik ortalamadan ne kadar uzaklaştığının ölçüsüdür.

- Puanların ortalamadan olan farklarının, kareleri toplamının ortalamasının, kareköküne eşittir.

- Bir dağılımdaki ölçümlerin tümünü işleme kattığı için ileri matematikse hesaplar için uygun, güvenilir bir değişim ölçüsüdür.

Gruplandırılmamış Veriler için Standart Sapma

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X - \overline{X})^2}{n - 1}}$$

$$SS = \sqrt{\frac{\sum X_i^2 - \frac{\left(\sum X_i\right)^2}{n}}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum \left(X_i - \overline{X}\right)^2}{n-1}}$$

SS : Standart sapma

Xi : i'nci ölçüm değeri

$\overline{X}$: n sayıda ölçümün ortalaması

n : Ölçüm sayısı

X	$X-\bar{X}$	$(X-\bar{X})^2$	$(X)^2$
8	2	4	64
1	-5	25	1
5	-1	1	25
10	4	16	100
3	-3	9	9
9	3	9	81
$\sum =$ **36**	**0**	**64**	**280**

Aynı örnek için standart sapmayı, bu defa Formül 3.8 kullanarak hesaplayalım. Bunun için tabloda yer alan X ve X^2 sütunlarına bakmak yeterlidir.

$$S=\sqrt{\frac{n\sum X^2-(\sum X)^2}{n(n-1)}}=\sqrt{\frac{6(280)-(36)^2}{6(6-1)}}=\sqrt{\frac{1680-1296}{30}}$$

$$S=\sqrt{12.8}=3.58$$

Gruplandırılmamış Ancak Tekrarlı Veriler için Standart Sapma

$$S = \sqrt{\frac{n\sum fX^2 - (\sum fX)^2}{n(n-1)}}$$

Örnek 3.8 20 öğrencinin resim dersi notları 1(f=5), 2(f=4), 3(f=7) ve 4(f=4) olarak verilmektedir. Bu veriler için $\bar{X}$=2.5'dir. Standart sapmayı hesaplayınız.

Çözüm. Standart sapmayı hesaplamada Formül 3.9-10'u kullanabilmek için Tablo 3.5 düzenlenir.

Tablo 3.5: Resim Dersi Notları

X	f	fX	X^2	fX^2	$(X-\bar{X})^2$	$f(X-\bar{X})^2$
1	5	5	1	5	2.25	11.25
2	4	8	4	16	0.25	1.00
3	7	21	9	63	0.25	1.75
4	4	16	16	64	2.25	9.00
$\sum$ =	**20**	**50**		**148**		**23.00**

Standart sapmayı Formül 3.9'u kullanarak hesaplayalım.

$$S=\sqrt{\frac{\sum f(X-\overline{X})^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{23}{19}}=\sqrt{1.21}=1.1$$ ve şimdi de Formül 3.10'u kullanarak S'yi hesaplayalım.

$$S=\sqrt{\frac{n\sum fX^2-(\sum fX)^2}{n(n-1)}}=\sqrt{\frac{20(148)-(50)^2}{20(20-1)}}=\sqrt{\frac{2960-2500}{380}}$$

$$S=\sqrt{\frac{460}{38}}=\sqrt{1.21}=1.1$$

Dağılımın varyansı ise, $S^2=(1.1)^2=1.21$'dir.

X	f	$(X-\overline{X})$	$(X-\overline{X})^2$	$f\cdot(X-\overline{X})$
9	1	-15,65	244,92	244,92
12	2	-12,65	160,02	320,05
14	2	-10,65	113,42	226,85
17	3	-7,65	58,52	175,57
19	2	-5,65	31,92	63,85
25	4	0,35	0,12	0,49
28	5	3,35	11,22	56,11
29	3	4,35	18,92	56,77
30	2	5,35	28,62	57,25
31	3	6,35	40,32	120,97
32	2	7,35	54,02	108,05
34	1	9,35	87,42	87,42
36	1	11,35	128,82	128,82
Toplam	31			1647,10

Gruplandırılmış Veriler için Standart Sapma

$$S=\sqrt{\frac{\sum f(X_0-\bar{X})^2}{n-1}}$$

$$S=\sqrt{\frac{n\sum fX_0^{\,2}-(\sum fX_0)^2}{n(n-1)}}$$

Çözüm. Yukarıda verilen gruplandırılmış veriler için standart sapmanın hesaplanmasında yaygın olarak tercih edilen Formül 3.12-13'ü kullanabilmek için Tablo 3.6 düzenlenmiştir.

Tablo 3.6: Boy Uzunluklarına Ait Frekans Dağılımı

Puan Aralığı	f	X_0	fX_0	$f(X_0)^2$	x'	fx'	$(x')^2$	$(x')^2$
150-154	1	152	152	23104	0	0	0	0
155-159	9	157	1413	221841	1	9	1	9
160-164	8	162	1296	209952	2	16	4	32
165-169	13	167	2171	362557	3	39	9	117
170-174	16	172	2752	473344	4	64	16	256
175-179	3	177	531	93987	5	15	25	75
$\sum$ =	**50**		**8315**	**1384785**		**143**		**489**

$$S=\sqrt{\frac{n\sum fX_0{}^2-(\sum fX_0)^2}{n(n-1)}}=\sqrt{\frac{50(1384785)-(8315)^2}{50(50-1)}}$$

$$S=\sqrt{\frac{100025}{2450}}=\sqrt{40.83}=6.39\text{'dır.}$$

Çeyrek Sapma

- Merkezi eğilim ölçüsü olarak ortalama yerine ortancanın kullanıldığı durumlarda değişkenlik ölçüsü olarak kullanılır.
- Ortancadan sapmaya ilişkin bilgi verir.
- Standart sapam gibi aşırı uç değerlerden etkilenmez.
- Çeyrek sapma üçüncü yüzdelik ile birinci yüzdelik arasındaki farkın yarısına eşittir.

$$\varphi = \frac{Y_{75} - Y_{25}}{2}$$

Örnek 3.10 Tablo 3.2'de verilen öğrencilerin Türkçe başarı testi puanları için çeyrek sapmayı bulunuz.

Çözüm. Çeyrek sapmayı bulmak için öncelikle Formül 3.6 kullanılarak 25. ve 75.yüzdelikleri hesaplayalım.

$$Y_{25} = 26.5 + \frac{25-12}{14} 9 = 34.86 \quad \text{ve} \quad Y_{75} = 62.5 + \frac{75-71}{12} 9 = 65.5$$

Tablo 3.2: Öğrencilerin Türkçe Başarı Testi Puanları

Puan Aralığı	f	X_0	fX_0	X_0^2	fX_0^2	x'	fx'	$(x')^2$	$f(x')^2$	t_f
90-98	2	94	188	8836	17672	9	18	81	162	100
81-89	6	85	510	7225	43350	8	48	64	384	98
72-80	9	76	684	5776	51984	7	63	49	441	92
63-71	12	67	804	4489	53868	6	72	36	432	83
54-62	17	58	986	3364	57188	5	85	25	425	71
45-53	13	49	637	2401	31213	4	52	16	208	54
36-44	15	40	600	1600	24000	3	45	9	135	41
27-35	14	31	434	961	13454	2	28	4	56	26
18-26	8	22	176	484	3872	1	8	1	8	12
09-17	4	13	52	169	676	0	0	0	0	4
Σ =			**5071**		**297277**		**419**		**2251**	

Örnek 3.10 Tablo 3.2'de verilen öğrencilerin Türkçe başarı testi puanları için çeyrek sapmayı bulunuz.

Çözüm. Çeyrek sapmayı bulmak için öncelikle Formül 3.6 kullanılarak 25. ve 75.yüzdelikleri hesaplayalım.

$$Y_{25}=26.5+\frac{25-12}{14}9=34.86 \text{ ve } Y_{75}=62.5+\frac{75-71}{12}9=65.5$$

$$\varphi=\frac{Y_{75}-Y_{25}}{2}=\frac{(65.5)-(34.86)}{2}=15.32\text{'dir.}$$

VARYASYON KATSAYISI
(DEĞİŞİM KATSAYISI)

Standart sapma dağılımın yaygınlığını gösteren bir ölçüdür.

- Ancak standart sapma ile dağılım hakkında çok fazla bir şey söylemek olanaksızdır.
- Örneğin; bir dağılımın standart sapması 6 ise bu değer büyük müdür, yoksa küçük müdür?

- Bir karar verebilmek için VARYASYON KATSAYISINI hesaplamak gerekir.
- Varyasyon katsayısı; standart sapmanın ortalamaya göre yüzde kaçlık bir değişim gösterdiğini belirtir.

$$V = \frac{S}{X} \times 100$$

Örnek : Ortalaması 31.7 ve standart sapması 8.37 olan bir dağılımın varyasyon katsayısı,

$$V = (8.37 / 31.7) \times 100$$

$$= \% \ 26.4$$

Bu dağılımdaki değerler ortalamaya göre %26.4'lük bir değişim göstermektedir.

Çarpıklık Katsayısı

- Bir dağılımda ortalama ve ortanca ayrı noktalarda ise dağılım çarpıktır.

- Çarpıklık katsayısının sınırdan küçük olması çarpıklığın sola (negatif) büyük olması ise sağa (pozitif) olduğunun göstergesidir.

$$Çarp = \frac{3(\overline{X} - Or\tan ca)}{S}$$

$$Çarp = \frac{\sum (X - \overline{X}) / n}{S^3}$$

Basıklık Katsayısı

- Dağılımın genişliğini yorumlamada kullanılır.

- Basıklık katsayısının sıfırdan küçük olması dağılımın basık, büyük olması sivri sıfıra eşir olması ise dağılımın standart normal dağılıma uygun olduğunu gösterir.

$$Bas = \frac{\sum (X - \overline{X})^4 / n}{S^4} - 3$$