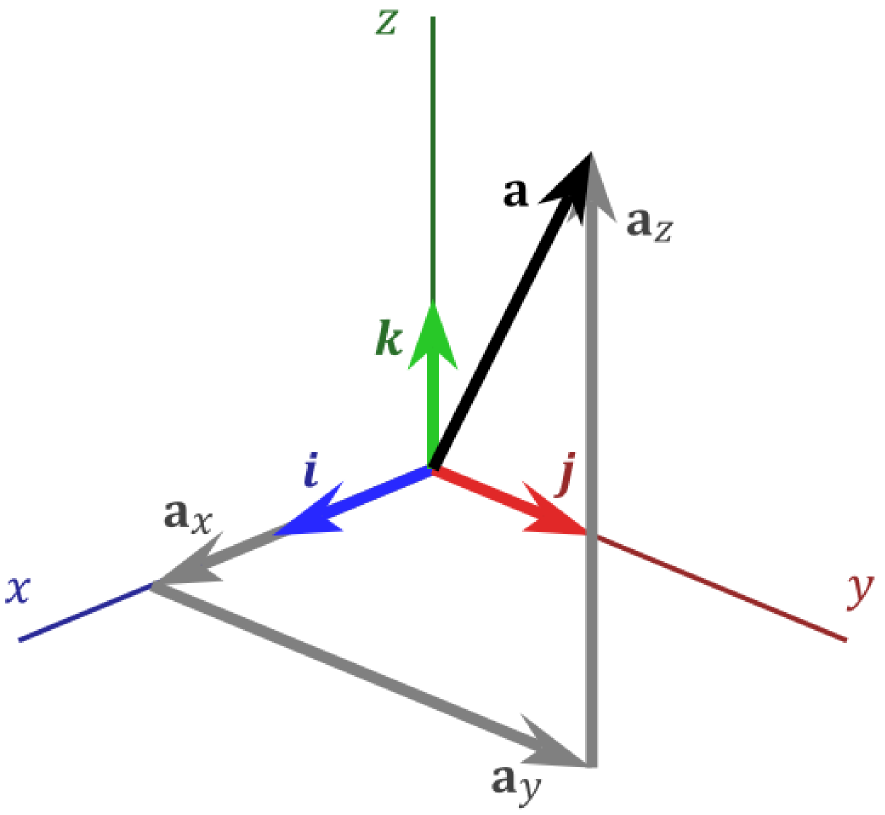


Bölüm 1

VEKTÖRLER

Prof. Dr. Bahadır BOYACIOĞLU

Birimler ve Vektörler

- Bir Vektörün Bileşenleri
- Birim Vektörler
- Vektörlerin Bileşen Yöntemi ile Toplanması

Bir Vektörün Bileşenleri

- Bir vektörün bileşenlerini tanımlamadan önce, yaygın olarak kullanılan koordinat sistemleri ve trigonometrik fonksiyonlar ile arasındaki temel bağıntıları vermeliyiz.

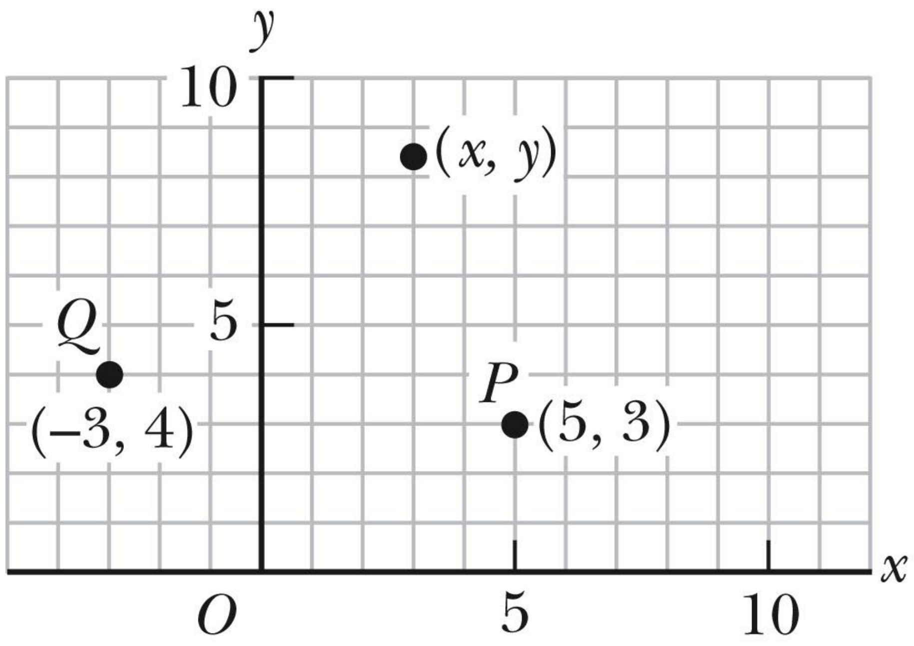
Koordinat Sistemleri:

Uzayda bir noktanın konumunu tanımlamak için kullanılır. Yaygın koordinat sistemleri şunlardır:

- Kartezyen
- Polar

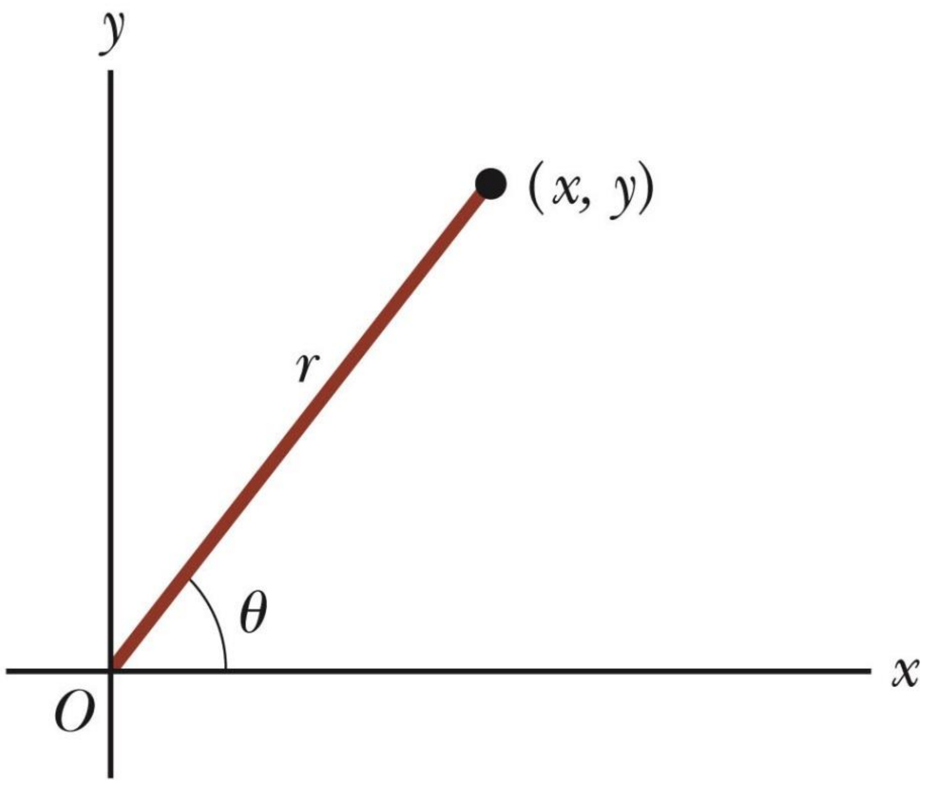
• Kartezyen Koordinat Sistemi

- Dikdörtgen koordinat sistemi olarak da adlandırılır ve x ve y ekseni, orijinde kesişir. Noktalar (x, y) olarak etiketlenir.



• Polar Koordinat Sistemi

- Noktanın orijinden uzaklığı r ve x ekseni ile yaptığı açı θ olarak alınırsa, nokta (r,θ) olarak etiketlenir



• Trigonometrik Fonksiyonlar

- Trigonomrtik fonksiyonlar, bir dik açıyla bağlantılı olarak tanımlanır. Şekil de gösterilen dik üçgen için bağıntılar aşağıdaki gibidir:

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

- Eğer Kartezyen koordinatlar bilinirse,

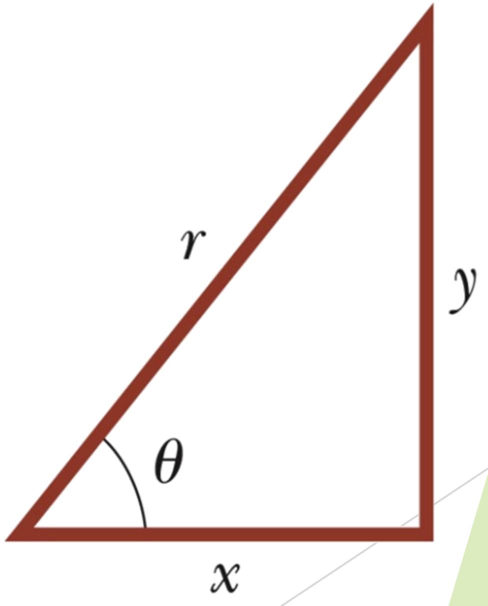
$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\sin \theta = \frac{y}{r}$$

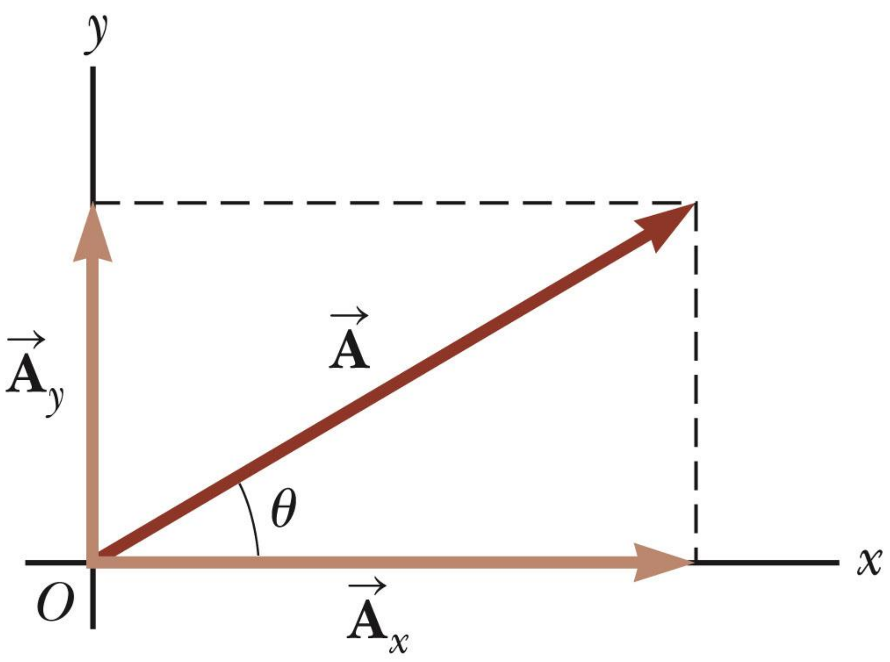
$$\cos \theta = \frac{x}{r}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$



Bir Vektörün Bileşenleri

- **2-boyutta**: $\boldsymbol{A}$ vektörünün uç noktasından x - ve y -eksenlerine çizilen paralellerin eksenleri kestiği uzunluklar $\boldsymbol{A}$ vektörünün A_x ve A_y bileşenleri olurlar.



$$A_x = A \cos\theta$$

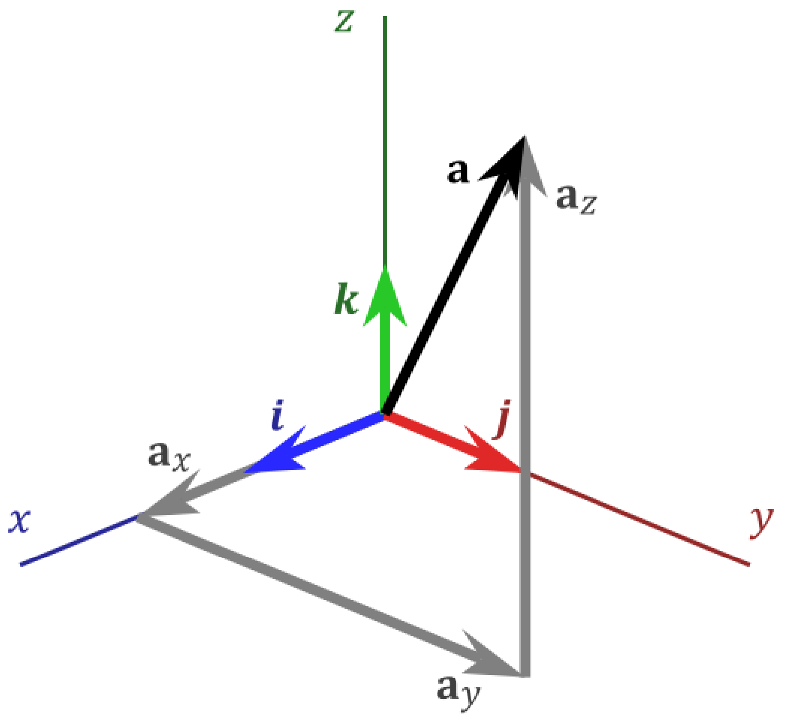
$$A_y = A \sin\theta$$

$$\vec{\boldsymbol{A}} = \vec{\boldsymbol{A}}_{\boldsymbol{x}} + \vec{\boldsymbol{A}}_{\boldsymbol{y}}$$

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \quad \text{ve} \quad \theta = \tan^{-1}\frac{A_y}{A_x}$$

Bir Vektörün Bileşenleri

- **3-boyutta**: **a** vektörünün uç noktasından x - , y – ve z- eksenlerine çizilen paralellerin eksenleri kestiği uzunluklar **a** vektörünün a_x ve a_y *ve* a_z bileşenleri olurlar.



$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y + \vec{a}_z$$

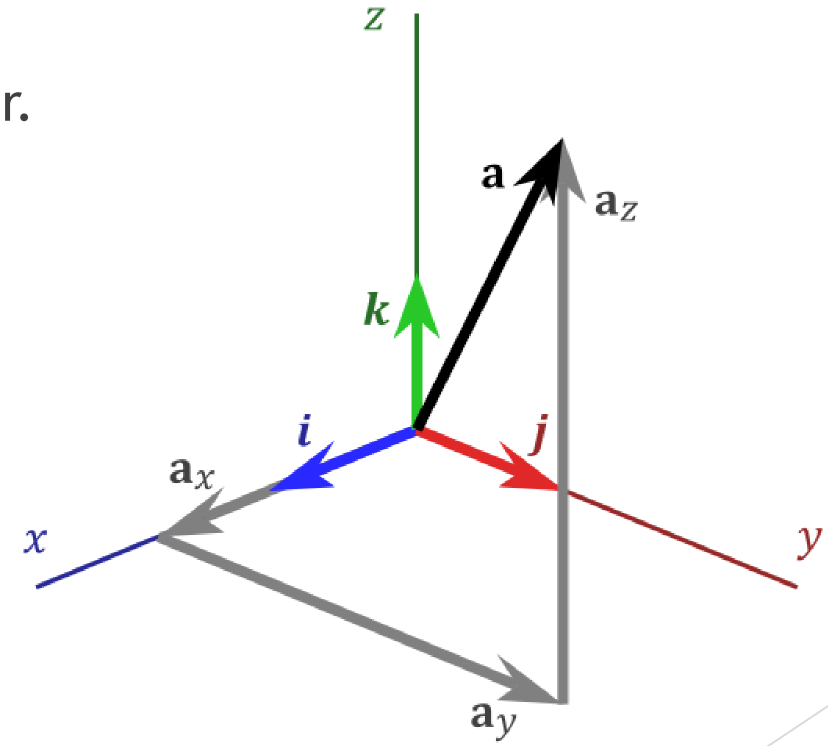
Birim Vektörler

- Bir birim vektör, büyüklüğü tam olarak 1 olan boyutsuz bir vektördür.
- Birim vektörleri bir yön belirtmek için kullanılır ve başka fiziksel önemi yoktur.

$\hat{\imath}, \hat{\jmath}, \text{and } \hat{k}$ ile gösterilir.

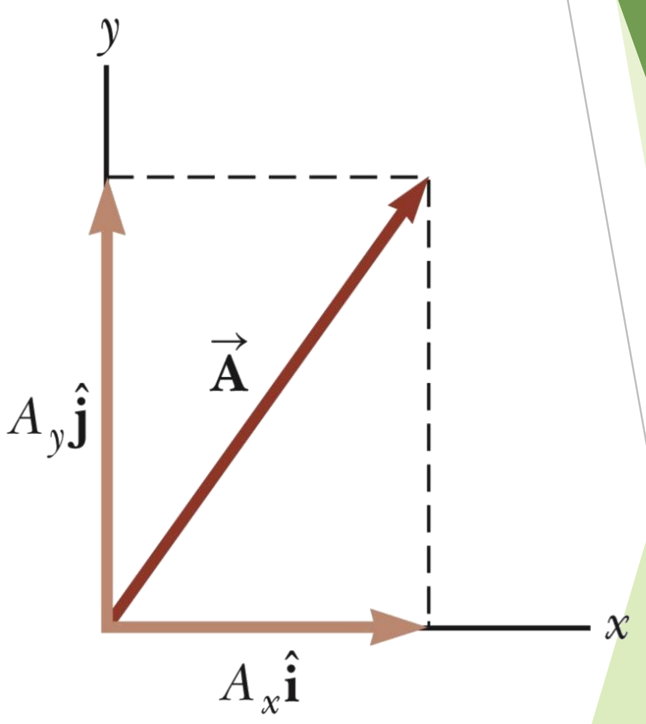
- Her birim vektörün büyüklüğü 1'dir.

$$\left|\hat{\mathbf{i}}\right| = \left|\hat{\mathbf{j}}\right| = \left|\hat{\mathbf{k}}\right| = 1$$



Vektör Gösteriminde Birim Vektörler

Vektörel nicelikler genelde birim vektörler cinsinden ifade edilirler. Birim vektör, verilen bir yönü belirlemek için kullanılan, birim uzunluklu, boyutsuz bir vektördür. x, y ve z doğrultularını gösteren birim vektörler, sırasıyla (**i**,**j**,**k**) harfleriyle gösterilirler. Örneğin, A vektörü 3**i**'ye eşit olsun. Bunun anlamı, +x doğrultusunda 3 birimlik bir vektörü göstermektedir. Benzer şekilde, -5**k** ise eksi z-doğrultusunda 5 birimlik vektör demektir.



Her vektör, bileşenleri ve birim vektörler cinsinden daima şöyle yazılabilir:

2-boyutta : $\vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath}$

3-boyutta : $\vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}$

Vektörlerin Bileşen Yöntemi ile Toplanması

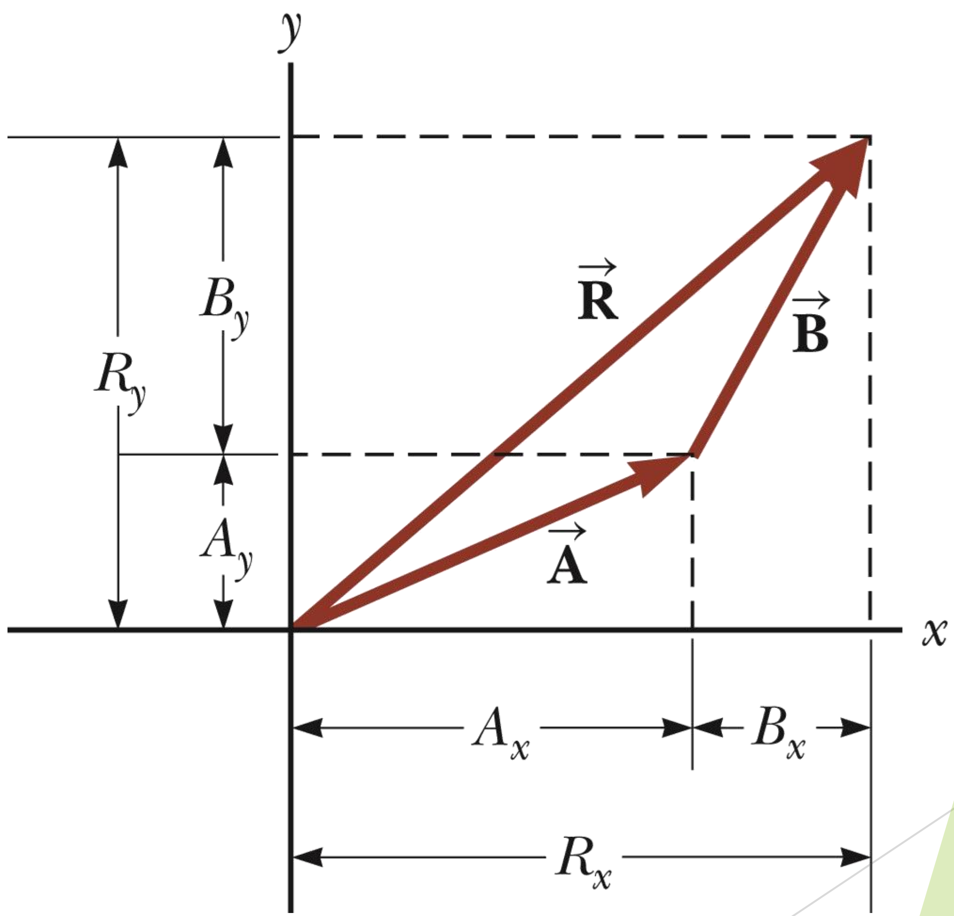
İki Boyutta;

$$\vec{\boldsymbol{R}} = \vec{\boldsymbol{A}} + \vec{\boldsymbol{B}}$$

$$\begin{aligned}\vec{\boldsymbol{R}} &= (A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath}) + (B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath}) \\ &= (A_x+B_x)\hat{\imath} + (A_y+B_y)\hat{\jmath} \\ &= R_x\hat{\imath} + R_y\hat{\jmath}\end{aligned}$$

- $R_x = A_x + B_x$ ve $R_y = A_y + B_y$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \qquad \theta = \tan^{-1}\frac{R_y}{R_x}$$



Vektörlerin Bileşen Yöntemi ile Toplanması

Üç Boyutta;

$$\vec{\boldsymbol{R}} = \vec{\boldsymbol{A}} + \vec{\boldsymbol{B}}$$

$$\begin{aligned}\vec{\boldsymbol{R}} &= \left(A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}\right) + \left(B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B_z\hat{k}\right)\\ &= (A_x+B_x)\hat{\imath} + (A_y+B_y)\hat{\jmath} + (A_z+B_z)\hat{k}\\ &= R_x\hat{\imath} + R_y\hat{\jmath} + R_z\hat{k}\end{aligned}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} \qquad \theta_x = \cos^{-1}\frac{R_x}{R}$$

Üç veya daha fazla vektörün toplanması

$$\vec{\boldsymbol{R}} = \vec{\boldsymbol{A}} + \vec{\boldsymbol{B}} + \vec{\boldsymbol{C}} + \ldots$$

$$= \left(A_x + B_x + C_x\right)\hat{\mathbf{i}} + \left(A_y + B_y + C_y\right)\hat{\mathbf{j}}$$

$$+ \left(A_z + B_z + C_z\right)\hat{\mathbf{k}}$$