MÜHENDİSLİK MEKANİĞİ (STATİK)

Prof. Dr. Metin OLGUN

Ankara Üniversitesi Ziraat Fakültesi
Tarımsal Yapılar ve Sulama Bölümü

HAFTA	KONU
1	Giriş, temel kavramlar, statiğin temel ilkeleri
2-3	Düzlem kuvvetler sisteminin bileşkesi
4-5	Rijit cisimlerin dengesi
6	Ağırlık merkezi ve geometrik merkez
7-8	Düzlem taşıyıcı sistemler, kafes sistemler, çerçeveler
9-10	İç kuvvetler ve kesit tesirleri
11	Sürtünme
12	Atalet momenti
13-14	Yapılara gelen yükler ve öğretim programının değerlendirilmesi

6. AĞIRLIK MERKEZİ ve GEOMETRİK MERKEZ

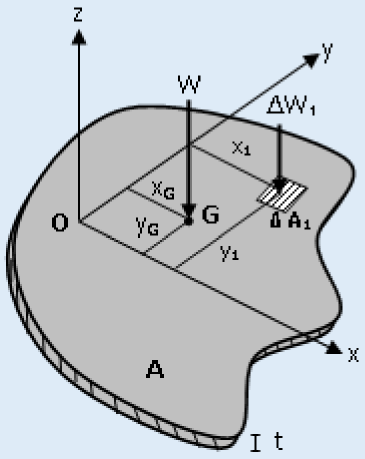
Bir rijit cismin bütün özelliklerini taşıyan en küçük parçasına ***molekül*** adı verilir. Böyle bir parçaçığa etki eden yer çekimi kuvvetinin büyüklüğü o molekülün ağırlığına eşdeğerdir. Rijit cismin ağırlığı ise, moleküllerin ağırlıklarının toplamına eşittir. Buna göre dünyanın bir cisme uyguladığı yer çekimi kuvvetine o ***cismin ağırlığı*** denir. Cismin ağırlık kuvvetinin uygulama noktası, o cismin ***ağırlık merkezi*** olarak adlandırılır. Ağırlık merkezi, cismin döndürülmesi ile değişmez.

Yüzeysel şekiller veya eğriler cisim olmadıklarından bunlar için ağırlık merkezi ifadesinin kullanılması anlamsız olabilir. Bunlar ancak bir levha veya teli ifade ediyorlarsa, ağırlık merkezi terimi bir anlam kazanabilir. Bu nedenle düzgün ve homojen özellikteki yüzeysel şekillerin ağırlık merkezi ***geometrik merkez (sentroid)*** terimi ile ifade edilir. Homojen bir levhada veya telde ağırlık merkezi ile geometrik merkez aynıdır. Aksi durumda bu iki merkez ayrı yerlerdedir.

DÜZLEMSEL ALANLARIN AĞIRLIK MERKEZİ

Düzlem üzerinde bulunan sabit kalınlıkta ve sabit özgül ağırlıkta homojen bir plağı dikkate alalım. Bu plak n sayıda diferansiyel elemente ayrılabilir. Plağın ağırlığını ifade eden W bileşke kuvvetinin büyüklüğü, plağı oluşturan n sayıdaki elementin ağırlıkları toplamına eşittir. Bu aşağıdaki biçimde formüle edilebilir.

$$W = \Delta W_1 + \Delta W_2 + \ldots\ldots\ldots + \Delta W_n$$



Bileşke kuvvetin uygulama noktasının diğer bir deyişle ağırlık merkezinin x_G ve y_G koordinatlarını bulmak için bileşke kuvvet W nin x ve y eksenlerine göre momentleri, elementlerin ağırlıklarının aynı eksenlere göre momentleri toplamlarına eşitlenir. Ağırlık merkezinin x_G ve y_G koordinatları;

$x_G = \sum x_i \, \Delta W_i \; / \; \sum \Delta W_i$ ve $y_G = \sum y_i \, \Delta W_i \; / \sum \Delta W_i$ dir.

Bu durumda, yassı plağı oluşturan elementlerin sayısı artırılır, yani her bir elementin ağırlığı azaltılırsa limitte aşağıda verilen eşitlikler elde edilir.

$$W = \int dW$$

$$x_G \, . \, W = \int x \; dW \qquad x_G = \int x \, dW \; / \; \int dW$$

$$y_G \, . \, W = \int y \, dW \qquad y_G = \int y \, dW \, / \, \int dW$$

Diğer taraftan kalınlığı sabit olan bir homojen plağın ağırlık merkezi, yüzey alanı cinsinden aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$x_G = \sum x_i \Delta A_i \;/\; \sum \Delta A_i \qquad\qquad y_G = \sum y_i \;\Delta A_i \;/ \sum \Delta A_i$$

Söz konusu A yüzeyinde bu x ve y koordinatlarının belirttikleri noktaya aynı zamanda A yüzeyinin ***geometrik merkezi (setroidi)*** adı da verilir. Yukarıda verilen eşitliklerde A yüzeyini oluşturan ΔA elementlerinin sayıları artırılır, yani her bir elementin alanı küçültülürse limitte aşağıda verilen eşitlikler yazılabilir.

$$x_C \,.\, A = \int x \; dA \qquad\qquad x_C = \int x \; dA \;/\; \int dA$$

$$y_C \,.\, A = \int y \; dA \qquad\qquad y_C = \int y \; dA \;/\; \int dA$$

BİLEŞİK ŞEKİLLERİN AĞIRLIK MERKEZİ

Uygulamada karşılaşılan yassı bir plak, çoğunlukla dikdörtgen, kare, üçgen, yarım daire gibi bilinen geometrik şekillere ayrılabilir. Böyle bir cismin ağırlık merkezi;

$$x_G = (x_1 \,.\, W_1 + x_2 \,.\, W_2 + \ldots\ldots + x_n \,.\, W_n) \;/\; (W_1 + W_2 + \ldots\ldots + W_n)$$

$$y_G = (y_1 \,.\, W_1 + y_2 \,.\, W_2 + \ldots\ldots + y_n \,.\, W_n) \;/\; (W_1 + W_2 + \ldots\ldots + W_n)$$

şeklinde yazılabilir.

Söz konusu plak homojen ve aynı kalınlıkta ise, ağırlık merkezi ile geometrik merkez aynı nokta üzerinde çakışacağından bileşik şeklin alanının geometrik merkezinin x_C ve y_C koordinatları;

$$x_C = (x_1 \,.\, A_1 + x_2 \,.\, A_2 + \ldots\ldots + x_n \,.\, A_n) \;/\; (A_1 + A_2 + \ldots\ldots + A_n)$$

$$y_C = (y_1 \,.\, A_1 + y_2 \,.\, A_2 + \ldots\ldots + y_n \,.\, A_n) \;/\; (A_1 + A_2 + \ldots\ldots + A_n)$$

olacaktır.