Grafik kağıtları

- Daha önce değinildiği gibi, grafik, bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki ilişkiyi gösteren bir araçtır.

- Bu amaçla yaygın olarak 3 farklı ölçekte (skalada) grafik kağıtları kullanılmaktadır.

Bunlar ;

- Aritmetik (x’e karşı y)
- Yarı logaritmik (x’e karşı log y)
- Tam logaritmik (log x’e karşı log y)

Logaritmik grafik kağıtları kullanıldığında, orijinal deney verilerinin logaritmalarının alınmasına gerek kalmaksızın doğrudan ham rakamlar (orijinal deney verileri) halinde bu grafiklere işlenmesi olanaklıdır. Logaritmik işlemlerle ilgili temel bilgiler EK 1'de verilmiştir.

Logaritmik grafik çizimi

- Bu tip grafik kağıtlarında, ya ordinat (y) ya da hem ordinat hem de absis logaritmik olabilir.
- Absis ve ordinatın logaritmik skalalı olduğu grafiklere “log-log” grafikler adı verilmektedir.
- Absisin aritmetik, ordinatın ise logaritmik skalalı olduğu grafikler, “yarı-logaritmik” (semi-logaritmic) grafik olarak tanımlanmaktadır.

- 10 tabanına göre düzenlenmiş logaritmik grafik kağıdında, logaritmik devreler 10’un katları olarak artmaktadır (0.001, 0.01, 0.1, 1, 10, 100, 1000 vs.).
- Her bir logaritmik devre, 1’den 10’a kadar birbirinden farklı mesafelerde bölümlere ayrılmaktadır.
- Bölümler arasındaki mesafeler, 10 tabanına göre 1’den 10’a kadar sayıların logaritmalarının, bir logaritmik devrenin uzunluğu ile çarpılmasıyla belirlenmektedir.

- **Örnek 7 :** Aşağıda verilen orijinal deney verilerinin 10 tabanına göre düzenlenmiş bir logaritmik grafik kağıdında hangi logartimik aralıklarda olması gerektiğini bulunuz.

  Veriler 0.0044 ile 28.1 arasında;

  Veriler 13 ile 1050 arasında;

Logaritmik grafik kağıdının çizimi

- Logaritmik grafik kağıdındaki logaritmik bir devre aşağıda verilen işlem basamakları izlenerek oluşturulur.

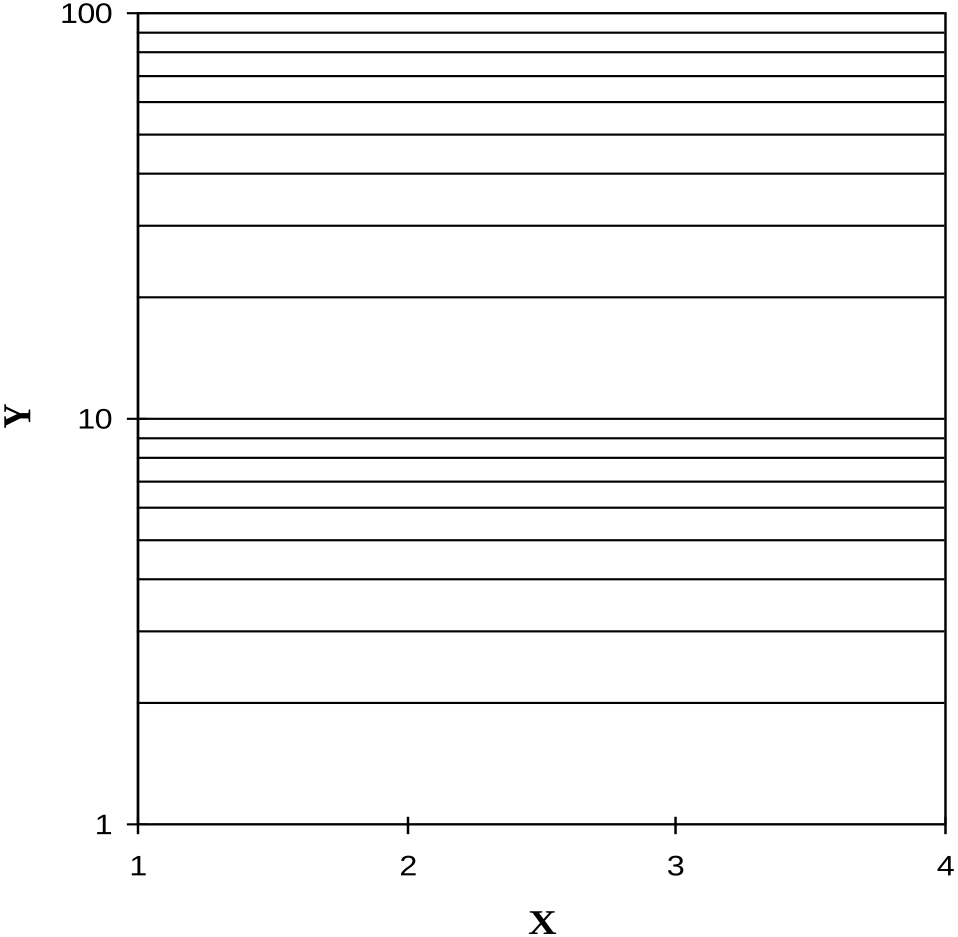
Örnek 8 : Bir devresi 8.4 cm olan logaritmik grafiği çiziniz.

1 log devre = 8.4 cm

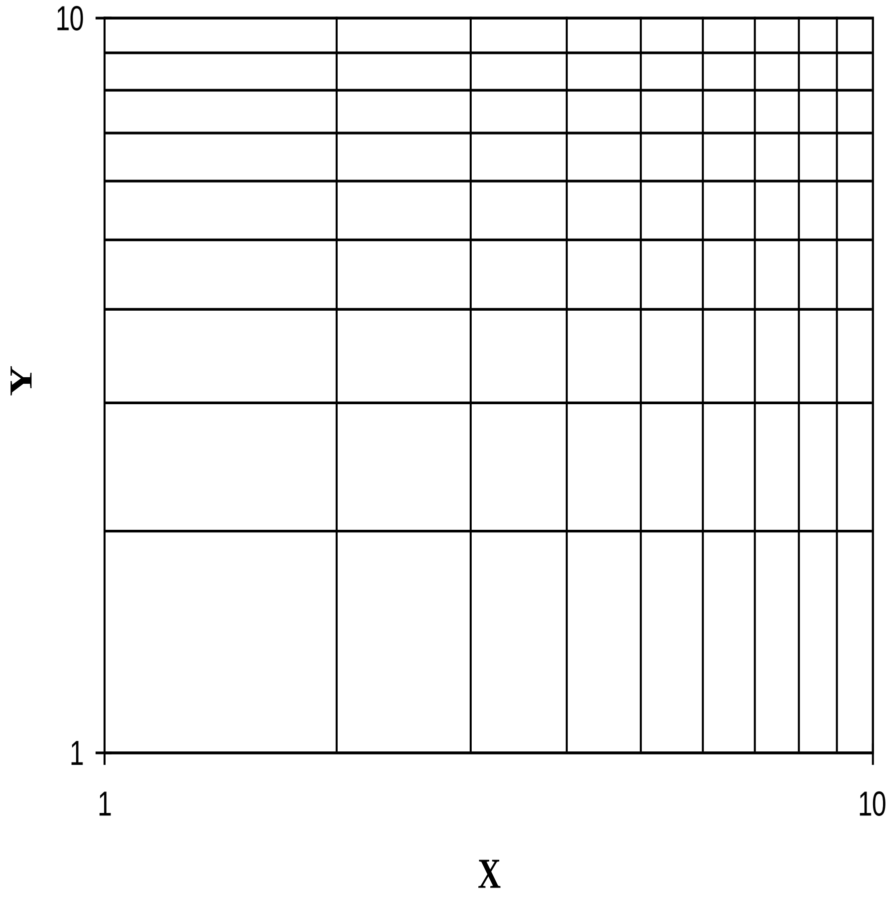
(log a) x (1 log devrenin uzunluğu) = verinin orijinden uzaklığı

- log 1 x 8.4 cm = 0 cm
- log 2 x 8.4 cm = 2.5 cm
- log 3 x 8.4 cm = 4.0 cm
- log 4 x 8.4 cm = 5.1 cm
- log 5 x 8.4 cm = 5.9 cm
- log 6 x 8.4 cm = 6.5 cm
- log 7 x 8.4 cm = 7.1 cm
- log 8 x 8.4 cm = 7.6 cm
- log 9 x 8.4 cm = 8.0 cm
- log 10 x 8.4 cm = 8.4 cm

İki devreli yarı-logaritmik grafik kağıdı



Bir devreli tam-logaritmik grafik kağıdı



- İkinci, logaritmik devrenin orijinden uzaklığı aşağıda verilen şekilde hesaplanır.

  log 100 x 8.4 cm = 16.8 cm

- Orijinden başlayarak, ordinat üzerinde bu mesafeler işaretlenir ve absise paraleller çizilerek ordinatı logaritmik olan grafik kağıdı oluşturulur.

- Aynı şekilde, bu defa ordinata paralel çizilerek absisi logartimik olan grafik kağıdı oluşturulur.

Deney verilerinin logaritmik grafik kağıdına işlenmesi

Örnek 9 : 1.74 ve 21.34'ün logaritmik ölçekli bir grafikteki yerlerini belirleyiniz.

(log a) x (1 log devrenin uzunluğu) = verinin orijinden uzaklığı

(log 1.74) x 8.4 cm = 2.02

(log 21.34) x 8.4 cm = 11.17

Buna göre, 1.74 değerinin orijinden uzaklığı **2.02 cm** ve 21.34 değerinin orijinden uzaklığı ise, **11.17 cm**' dir.

Grafikteki herhangi bir noktanın orijinal deney verisine dönüşümü

- Grafik üzerindeki bir noktanın önce cetvelle orijinden olan uzaklığı belirlenir ve daha sonra aşağıdaki eşitlik kullanılarak orijinal deney verisi hesaplanır.

(log a) x (1 log devrenin uzunluğu) = verinin orijinden uzaklığı

- **Örnek 10 :** Logaritmik bir grafik kağıdında bir noktanın orijinden uzaklığı 1.30 cm olarak belirlenmiştir. Bir logaritmik devrenin uzunluğunun 8.4 cm olduğunu göz önüne alarak, orijinal deney verisinin değerini hesaplayınız.

  Çözüm yapılacak

  Böylece, bir logaritmik devresi 8.4 cm olan bir logaritmik grafik kağıdında orijinden 1.30 cm olan noktanın gerçek değerinin ….. olduğu görülmektedir.

Logaritmik grafik kağıtlarından eğim değerlerinin hesaplanması

$$\text{Eğim (a)} = \frac{\log y2 - \log y1}{x2 - x1} \qquad \text{(yarı logaritmik)}$$

$$\text{Eğim (a)} = \frac{\log y2 - \log y1}{\log x2 - \log x1} \qquad \text{(tam logaritmik)}$$

Bu eşitliklerde kullanılan “x” ve “y” değerleri orijinal veriler olup, doğrudan grafik üzerinde seçilen iki noktanın koordinatlarıdır.

Logaritmik grafik kağıtlarından y-kesen değerlerinin hesaplanması

- yarı logaritmik grafiklerde y-kesen değeri, doğrudan grafiğin x = 0 iken “y” eksenini kestiği noktadaki değer olup, herhangi bir transformasyon işlemi yapılmadan doğrudan “y” ekseninden okunmaktadır.
- tam logaritmik grafiklerde y-kesen değeri, log x = 0 iken, yani x = 1 (log 1 = 0) iken “y” eksenini kestiği noktadaki değer olup, herhangi bir transformasyon işlemi yapılmadan doğrudan “y” ekseninden okunmaktadır.

- Aritmetik skalalı grafik kağıtları, logaritmik grafik çiziminde kullanılabilinir. Bu durumda orijinal deney verilerinin, logaritmaları alındıktan sonra veriler grafik kağıdına işlenmelidir. Eğim değeri, grafikten okunan değerlerin bir daha logaritması alınmadan doğrudan eşitliğe konularak hesaplanmaktadır.
- y-kesen değerini belirlemek için ise, grafikten bulunan değerin “inverse” ini almak gerekmektedir. Bununla ilgili örnek bir problem aşağıda verilmiştir.

- **Örnek 11 :** Orijinal deney verilerinin logaritması alınarak elde edilen değerlerin, aritmetik skalalı bir grafikte y-kesen değeri 3.7 olarak bulunmuştur. Gerçek y-kesen değerini hesaplayınız.

Çözüm: $\log b = 3.7$

Deney verilerinin logaritmik (log-log) grafik kağıdına işlenmesi

- **Örnek 12 :** Gerçek bir gazın adyabatik sıkıştırılması sırasında basınç-hacim ilişkisi aşağıdaki eşitlikle tanımlanmaktadır.

$$PV^n = C$$

Burada;

P : Mutlak basınç,

V : Hacim,

n : Adyabatik genişleme faktörü,

C : Sabit.

Çözüm

Önce verilen eşitliğin her iki tarafının logaritması alınır ve eşitlik, iki noktadan geçen bir doğruyu tanımlayan eşitliği benzetilir.

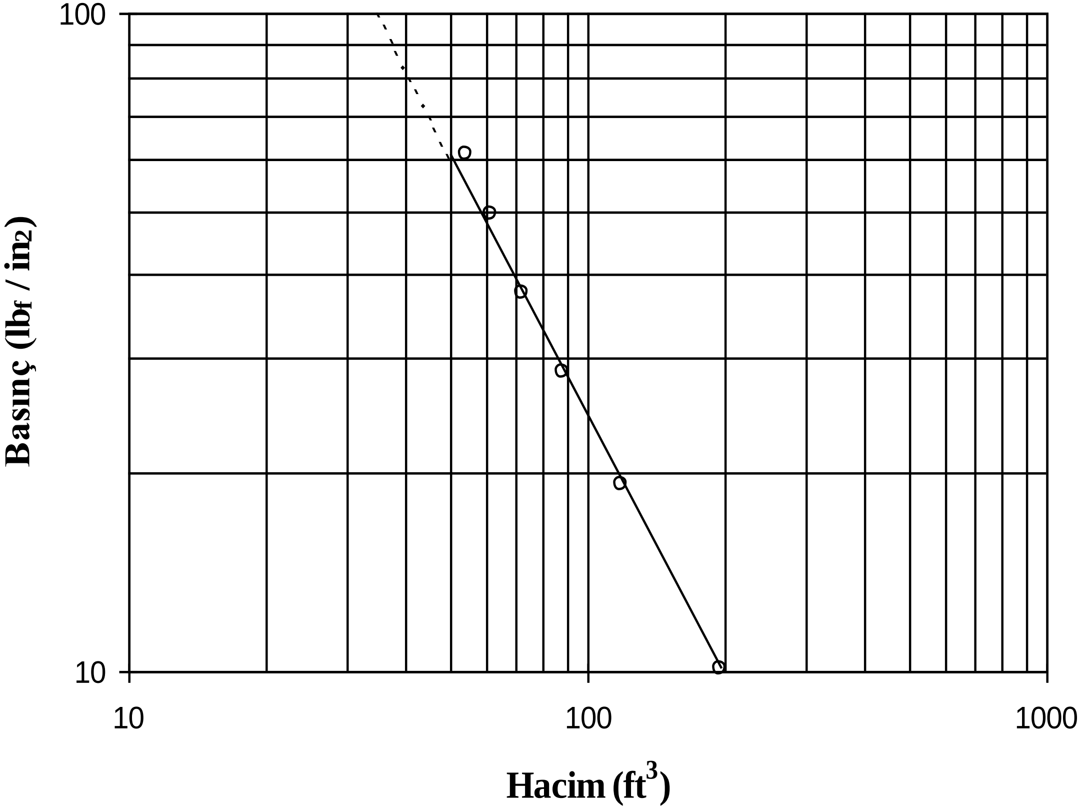
$$y = a\,(x) + b$$

- Bu eşitliğe göre, eğer basınç değerleri (y), hacim değerlerine (x) karşı log-log ölçekli bir grafiğe işlenirse, doğrusal bir eğri elde edilir.
- Doğrusal eğrinin eğimi “n” değerine, x = 0 iken “y” eksenini kesim noktası ise, “…….” değerine, yani y-kesene eşittir.
- Eğim ise, “…” eşittir.

Regresyon uygulamadan grafik çizerek eğim ve y-kesen değerlerin hesaplanması

- Deney verileri her iki ekseni de logaritmik olan log-log ölçekli bir grafiğe aktarılır (Şekil 7).

Şekil 7 Gerçek bir gazın adyabatik sıkıştırılması sırasında hacim-basınç arasındaki ilişki (Doğrusal hat kişisel insiyitafle çizilmiştir.)



- Eğim değerinin hesaplanması için, grafik üzerinde iki nokta işaretlenir ve bu noktaların koordinatları belirlenir.

$$y1 = 30 \quad \rightarrow \quad x1 = \ldots\ldots$$

$$y2 = 50 \quad \rightarrow \quad x2 = \ldots\ldots$$

- x değerleri (84.32 ve 58.68), aşağıda verilen yöntemle hesaplanır.
- Önce “x” değerlerine karşılık gelen mesafelerin orijinden olan uzaklıkları belirlenir. Bu noktaların orijinden uzaklığı, gerçek orijin olan x = 1 değeri ile x = 10 arasındaki bir logaritmik devrenin uzunluğu olan 5.4 cm ile, x = 10 değeri ile bu noktalar arasındaki mesafelerin (4.15 ve 5 cm) toplamına eşittir. Yani grafik üzerinde seçilen bu noktaların orijinden uzaklığı 5.4 + 4.15 = 9.55 cm ile 5.4 + 5 = 10.4 cm’dir.

- Bu uzunluklara karşılık gelen gerçek değerler ise, aşağıda verilen eşitliklerden hesaplanır.

(log x1) (5.4 cm) = 9.55 cm (5.4 + 4.15)

log x1 = 1.76852 (Eşitliğin her iki tarafının anti log'u alınır.)

$x1 = 10^{1.76852}$

x1 = 58.68

(log x2) (5.4 cm) = 10.4 cm (5.4 + 5)

log x2 = 1.92593 (Eşitliğin her iki tarafının anti log'u alınır.)

$x2 = 10^{1.92593}$

x2 = 84.32

- Grafik üzerinde belirlenen noktaların koordinatları kullanılarak eğim değeri aşağıda verilen eşitlikten hesaplanır.

$$a = \frac{\log y2 - \log y1}{\log x2 - \log x1} = \frac{\log \ldots \; - \; \log \ldots}{\log \ldots \; - \; \log \ldots}$$

n = ????

- Regresyon kullanmadan y-kesenin nasıl hesaplanacağı, süre kalması durumunda, daha sonra gösterilecek.