**5.3. Ardışık Birim Kök Testleri**

Bir çok iktisadi zaman serisinin birim köklü olduğu söylenir. Serilerin birim köklü olması, karekteristik denklemin köklerinden en az birinin mutlak değerce 1 olması anlamına gelir. O halde, denklemin köklerinden bir veya daha fazlası mutlak değerce 1 olabilir. Literatürde M1 ve M2 serileri olarak bilinen para verilerinin 2 birim köklü seriler olduğu söylenir. Bu verilerin durağanlaştırılması için 2 defa farkının alınması gerekir. Yukarıda bahsedilen yöntemlerden herhangi biri kullanılarak serinin birim köklü olup olmadığı test edilebilir. Seri birim köklü ise fark alarak durağanlaştırılır. Yukarıdaki yöntemler, serinin sadece bir birim kök içerdiği varsayımına dayanır. Gerek DF gerekse PP yöntemlerine göre serinin birim köklü olduğu sonucuna varılırsa, fark alınarak seri durağan hale getirilir. Farkı alınmış verilerin durağanlığını sınamak için, fark serisine tekrar birim kök testleri uygulanmaktadır. Fark serisi birim köklüdür iddiası red edilemez ise serinin iki birim köklü olduğu sonucuna varılır. Ancak, Dickey ve Pantula (1987) bu yöntemin doğru olmadığını, farkı alınan serilere tekrar birim kök testlerinin uygulanmasının yanlış sonuçlar verebileceğini göstermişlerdir. Durağan olmayan (2 birim köklü olsun) bir seri fark alma yöntemi ile durağanlaştırılamadığı durumda, farkı alınmış seriye tekrar birim kök testleri uygulandığında serinin durağan olabileceğinin gözlenebileceğini örnekler ile göstermişlerdir.

 olmak üzere, AR(3) zaman serisi modeli,



olarak verilmiş olsun. Modele karşılık gelen karekteristik denklem,

 

olup denklemin köklerinin (, ),  şeklinde sıralandığını düşünelim. Buna göre,  ise bütün kökler mutlak değerce 1 den küçüktür, yani model durağandır. AR(3) modelini göz önüne alarak aşağıdaki hipotezleri yazalım.

 AR(3) serisi durağandır.

 AR(3) serisi 1 birim köklüdür.

 AR(3) serisi 2 birim köklüdür.

 AR(3) serisi 3 birim köklüdür.

Daha yüksek dereceden modeller için bu hipotezlerin sayısı artacaktır. Dickey ve Pantula (1987) tarafından önerilen ve literatürde ardışık birim kök testi (sequential unit root test) olarak bilinen yönteme göre bu hipotezler ardışık olarak test edilerek serinin birim kök sayısına karar verilir. Önce,  ve  değişkenlerini tanımlayalım. Buna göre yukarıdaki AR(3) modeli,



şeklinde yazılabilir. Burada,  ve  karekteristik denklemin köklerini göstermek üzere,







denirse,

 ,  ve 

ile başlangıçtaki parametrelere dönülebilir.  ve  parametrelerinin EKK tahmin edicileri  ve  olsun. Yukarıdaki model için,

 , 

 , 

hipotezlerini yazalım. Serinin birim kök sayısı için yukarıdaki hipotezler ardışık olarak test edilir. Önce,  (üç birim kök) hipotezi  (iki birim kök) alternatif hipotezine karşı test edilir. Eğer  red edilemez ise durulur ve serinin 3 birim köklü olduğu sonucuna varılır.  red edilirse,  (iki birim kök) hipotezi  (bir birim kök) altenatif hipotezine karşı test edilir. Yine,  red edilemez ise durulur ve serinin 2 birim köklü olduğu sonucuna varılır.  hipotezi  alternatif hipotezine karşı red edilirse, son olarak  hipotezi (bir birim kök)  (seri durağandır) alternatif hipotezine karşı test edilir. Bu son aşama daha önce bahsedilen birim kök testleri ile aynıdır. Burada her bir adımda yokluk hipotezlerinin test edilmesi için ardışık kareler toplamları kullanılarak istatistiklerinin değerleri hesaplanabilir. Bunun yerine, daha pratik olan pseudo- istatistiğinin değerleri kullanılmaktadır. Her bir adımda  pseudo  istatistiğinin değeri hesaplanarak yukarıdaki hipotezler test edilir. Bu test istatistiğinin kritik değerleri Dickey ve Pantula (1987) tarafından verilmiştir.  istatistiğinin değeri,  nin , …,  üzerine regresyondan  katsayısına karşılık gelen istatistiğinin değeridir.

Yüksek dereceden modeller için ardışık birim kök testlerinin nasıl yapılacağı Dickey ve Pantula (1987) tarafından verilmiştir. Yani, AR(p) modeli göz önüne alındığında  tane birim kök olup olmadığını sınamak ( hipotezinin  alternatif hipotezine karşı test edilmesi) için  nin , , …ve  üzerine regresyonunu göz önüne alınır. Daha fazla ayrıntı Dickey ve Pantula (1987, s.458) tarafından verilmiştir.

Şimdi AR(3) modeline geri dönelim ve ardışık birim kök testlerinin nasıl yapılacağını Dickey ve Pantula (1987) den özetleyelim.  (veya ) Dickey-Fuller test istatistiğinin  anlam düzeyindeki kritik değeri göstermek üzere, ardışık birim kök testleri için izlenecek yol adımlar halinde aşağıda özetlenmiştir.

**Adım 1**.  ise  (3 birim kök ) hipotezi  (2 birim kök) alternatif hipotezine karşı red edilir. O zaman ikinci adıma geçilir.  red edilemez ise seri 3 birim köklüdür.

**Adım 2**.  ve  koşullarının her ikisi de sağlanıyorsa,  (2 birim kök) hipotezi  (1 birim kök) alternatif hipotezine karşı red edilir ve üçüncü adıma geçilir.  yokluk hipotezi red edilemez ise seri 2 birim köklüdür.

**Adım 3**.  ise  (1 birim kök) hipotezi  (seri durağandır) alternatif hipotezine karşı red edilir. Üçüncü adımda test edilen hipotez standart birim kök hipotezi ile aynıdır.

**Örnek 5.3.1** Aşağıda satırlar halinde verilen zaman serisini göz önüne alalım. Bu verilere ait grafikler aşağıdadır. Otokorelasyonlarda yavaş bir azalma gözlenmekte olup, kısmi otokorelasyonlar birinci gecikmeden sonra sıfırdır. Buradan, serinin durağan olmadığı veya birim köklü olduğu söylenebilir. Bununla birlikte, serinin birinci dereceden farkı alındığında, otokorelasyonlar yine yavaş bir şekilde azalmaktadır.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 3 | 7 | 14 | 23 | 34 | 48 | 66 | 87 | 111 |
| 137 | 164 | 192 | 221 | 251 | 277 | 302 | 326 | 348 | 367 |
| 385 | 399 | 414 | 429 | 444 | 457 | 470 | 483 | 495 | 506 |
| 517 | 527 | 534 | 540 | 545 | 550 | 553 | 556 | 559 | 561 |
| 564 | 568 | 575 | 582 | 588 | 594 | 602 | 611 | 624 | 637 |
| 652 | 668 | 686 | 705 | 724 | 744 | 763 | 784 | 805 | 828 |
| 852 | 880 | 909 | 939 | 967 | 997 | 1026 | 1055 | 1083 | 1111 |
| 1139 | 1169 | 1198 | 1228 | 1259 | 1290 | 1322 | 1353 | 1386 | 1420 |
| 1455 | 1492 | 1534 | 1579 | 1628 | 1680 | 1738 | 1800 | 1865 | 1934 |
| 2005 | 2079 | 2154 | 2227 | 2302 | 2376 | 2449 | 2520 | 2590 | 2659 |

Birinci dereceden farkı alınan serinin kısmi otokorelasyonları yine birinci gecikmeden sonra sıfır etrafındadır. O halde, birinci derece fark serisi de birim köklü olabilir. Verilerin ikinci dereceden farkı alındığında otokorelasyonlar hızlı bir şekilde sıfıra yaklaşmaktadır. Buna göre, verilerin 2 birim köklü zaman serisi olabileceği söylenebilir.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Seri | ACF | PACF |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

Yukarıdaki veriler, 2 birim köklü AR(3) modeline uygun olarak rasgele üretilmiştir. Ayrıca, AIC ve SBC istatistiklerinin değerleri dikkate alındığında, verilerin AR(3) modeline uygun olduğu söylenebilir. Oysa, otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonlar AR(1) olacağına işaret etmektedir.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | AR(1) | AR(2) | AR(3) |
| AIC | 1095.86 | 1080.32 | **1059.78** |
| SBC | 1101.07 | 1088.14 | **1070.20** |

 nin ,  ve  üzerine regresyonundan parametre tahminleri ve standart hataları



olarak hesaplanmıştır. Modele kesim noktası (intercept) eklendiğinde, parametre tahminleri ile bunların standart hataları da



şeklindedir. Her iki durumda da  olduğundan, verilere uygun olduğu belirtilen AR(3) modeli birim köklüdür (Örnek 5.1.1).

Durağanlıktan şüphelenildiği için verilere, Dickey-Fuller birim kök test yöntemi uygulanmış, sonuçlar aşağıda verilmiştir. Tablo değerlerinden serinin birim köklü olduğu hipotezi red edilemez. Eviews paket programı, model derecelerini (en fazla 12 gecikmeyi dikkate alarak) doğrudan belirler. Görüldüğü gibi model derecesi 3 dür.

|  |
| --- |
| Exogenous: Constant |
| Lag Length: 3 (Automatic based on SIC, MAXLAG=12) |
|  |  | t-Statistic |  Prob.\* |
| Augmented Dickey-Fuller test statistic |  **2.047325** |  0.9999 |
| Test critical values: | 1% level | -3.499910 |  |
| 5% level | -2.891871 |  |
| 10% level | -2.583017 |  |

Verilere AR(3) modelinin uygun olduğu düşünüldüğünde, karekteristik denklemin 3 tane kökü vardır. Serinin kendisi durağan olmadığından ve birinci derece fark serisinin otokorelasyonları yavaş azaldığından birim kök sayısı birden fazla olabilir. Birim kök sayısını belirlemek için verilere ardışık birim kök testleri aşağıdaki gibi uygulanmıştır.

Adım 1. Model AR(3) olduğundan en fazla 3 tane birim kök olabilir. Serinin üç birim köklü olduğu hipotezini, iki birim kök alternatif hipotezine karşı test edelim. Bunun için, hipotezler

 seri 3 birim köklüdür  seri 2 birim köklüdür

şeklinde olacaktır.  nin  üzerine regresyonundan elde edilen istatistiki değerler



şeklindedir. Buradan

 olup 

olduğundan,  hipotezi (üç birim kök)  alternatif (2 birim kök) hipotezine karşı red edilir. Yani, seri 3 birim köklü değildir.

Adım 2. Burada serinin 2 birim köklü olduğu yokluk hipotezi, 1 birim kök alternatif hipotezine karşı test edilir. Bunun için hipotezler

 Seri 2 birim köklüdür  Seri 1 birim köklüdür

şeklinde yazılır. Test istatistiklerini hesaplamak için,  nin  ve  üzerine regresyonundan,



sonuçları gözlenmiştir.  hipotezinin red edilebilmesi için

  ve 

koşullarının her ikisinin de sağlanması gerekir. Burada,



koşulu sağlanmasına rağmen, ikinci koşul



sağlanmaz. Yani,  yokluk hipotezi red edilemez. O halde, ardışık birim kök test yöntemine göre seri 2 birim köklüdür. Bu seri için aşağıda birkaç regresyon modeli göz önüne alınarak kestirim denklemleri yazılmıştır. istatistiklerinin değerleri parantez içindedir.







Bu sonuçlar da dikkate alındığında serinin iki birim köklü olduğu söylenebilir. Ayrıca, bu verilere

 

modelinin uygun olabileceği söylenebilir

**5.4. Mevsimsel Birim Kök Testleri**

Durağan mevsimsel zaman serisi modellerinin bazı özellikleri ikinci bölümde incelendi. Bu kısımda, verilen bir zaman serisinin mevsimsel birim köklü olup olmadığının nasıl test edileceği incelenecektir. Mevsimsel durağan zaman serilerinde otokorelasyonlar periyodik bir şekilde azalır. Bu azalma bazen yavaş olabilir. O zaman, serinin durağanlığından şüphelenilir. Mevsimsel zaman serisi modeline karşılık gelen karekteristik denklemin köklerinden biri mutlak değerce 1 ise, bu birim köklerin tekrar ettiğini biliyoruz. Birim kök sayısının tespiti için önceki kısımda bahsedilen ardışık birim kök testlerinin uygulanması doğru olmayabilir. Bunu görebilmek için  modeli



şeklinde verilmiş olsun. Modelin karekteristik denklemi  dır. Bu dördüncü dereceden polinomun 4 tane kökü vardır.  ise model durağan,  için durağan değildir.  polinomunun kökleri,  ve  olmak üzere  şeklindedir. Bütün kökler mutlak değerce 1 dir. Buradan, serinin 4 tane birim kökü vardır. Başka bir ifade ile, seriyi durağan hale getirebilmek için serinin dört defa farkının alınması gerekir. Oysa, bu hem doğru olmayabilir hem de pratik değildir. Bu seri 4 birim köklü ise,  modelinin durağan olması beklenir. Böyle bir dönüşüm modeli çok karmaşık hale getirebilir. Serinin dördüncü dereceden farkı



şeklindedir. Yukarıdaki basit regresyon modeli çok karmaşık hale dönüşür. Bunun yerine,  şeklindeki bir dönüşüm seriyi durağan hale getirir.  için model  şeklindedir. Buradan,  olup, model  haline gelir. Bu model durağandır.

**Örnek 5.4.1** Aşağıda satırlar halinde verilen zaman serisi göz önüne alalım. Verilere ait ilgili zaman serisi grafikleri aşağıdadır. Grafiklerden, otokorelasyonların periyodik olarak azaldığı (yavaş) görülmektedir. Kısmi otokorelasyonlar ise dördüncü gecikmede bir sıçramadan sonra diğerleri %95 lik güven sınırları içindedir.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 21.9 | 22.9 | 21.9 | 21.6 | 19.1 | 20.3 | 20.9 | 22.1 | 18.9 | 18.9 |
| 20.3 | 21.5 | 18.7 | 18.7 | 21.3 | 20.5 | 17.2 | 16.8 | 23.0 | 20.4 |
| 18.0 | 15.6 | 22.7 | 18.7 | 18.2 | 14.3 | 22.1 | 18.8 | 17.5 | 14.0 |
| 22.4 | 18.5 | 16.7 | 13.6 | 23.1 | 17.5 | 15.5 | 12.2 | 23.1 | 18.0 |
| 16.6 | 13.3 | 23.0 | 18.5 | 14.5 | 13.3 | 22.6 | 16.4 | 13.4 | 14.7 |
| 21.0 | 14.2 | 14.3 | 14.2 | 20.2 | 13.5 | 15.6 | 14.4 | 20.0 | 13.4 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Seri** | **ACF** | **PACF** |
|  |  |  |

Bu verilere bir model uydurmak için AIC ve SBC istatistiklerinin değerlerinden bazıları aşağıda verilmiş ve verilere

 

şeklinde bir modelin uygun olacağı sonucuna varılmıştır.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Model | *AR(1)* | *AR(2)* | *AR(3)* | *AR(4)* |  |
| *AIC* | 315.67 | 317.60 | 319.34 | 189.86 | **185.09** |
| *SBC* | 319.86 | 323.88 | 327.72 | 200.34 | **189.28** |

Model parametrelerinin tahmin değerleri ve bazı istatistiki değerler (SAS, PROC ARIMA) aşağıdadır.  olduğundan seri durağan değildir.

|  |
| --- |
| Conditional Least Squares Estimation Approx.Parameter Estimate Std Error T Ratio LagMU 21.47804 0.55656 38.59 0AR1,1  **1.00000** 0.03340 29.94 **4** |

Karekteristik denklem  olduğuna göre seri 4 tane birim köke sahiptir.  ve  dönüşümleri altında serinin grafikleri aşağıdadır. Grafikler incelendiğinde,  dönüşümü ile hem serideki periyodiklik hem de otokorelasyonlarındaki periyodiklik devam etmektedir. Yani, bu dönüşüm gerek modelleme açısından, gerekse istatistiki sonuç çıkarım açısından herhangi bir iyileştirme sağlamamaktadır.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| Seri |  |  |
| ACF |  |  |
| PACF |  |  |

 dönüşümü altında hem seride görülen periyodiklik hem de otokorelasyonlardaki periyodiklik ortadan kalkmaktadır. Buradan, verilere  şeklinde bir model uygun görünmektedir

Örnekte de görüldüğü gibi, birim kök sayısı kadar fark almak seriyi durağan hale getirmeyebilir. Mevsimsel zaman serilerinin durağanlığından şüphelenildiğinde, serinin durağanlığını sınamak için daha önce bahsedilen birim kök testleri anlamlı olmayabilir. Literatürde, mevsimsel birim kök testleri ile ilgili bir çok yöntem bulunmasına rağmen, Hylleberg, Engle, Granger ve Yoo (1990) tarafından önerilen ve HEGY testi olarak bilinen yöntem en pratik test yöntemidir. Bununla birlikte, Dickey, Hasza ve Fuller (1984) tarafından önerilen ve simetrik en küçük kareler yöntemi (DHF) de kullanılmaktadır. DHF yöntemi ile sadece  yokluk hipotezi test edilmektedir.

Mevsimsel seriler aylık, 3 aylık, 6 aylık, haftalık, gibi verilerin toplanma şekline göre değişiklik gösterir. Mevsimsel birim kök testlerinin çoğu 3 aylık veriler üzerine kurulan modeller için geliştirilmiştir. Aşağıda, mevsimsel birim kök testlerinden DHF ve HEGY yöntemleri (mevsimsel birim kök test yöntemleri) kısaca özetlenmiştir.

**Simetrik En Küçük Kareler Yöntemi (DHF testi):** Bu yöntem parametrelerin simetrik en küçük kareler tahmin edicisinin dağılımına dayanmaktadır.  pozitif bir tam sayı ve  da başlangıç değerlerini (genellikle sıfır) göstermek üzere,  zaman serisi için



modelini göz önüne alalım. Model, kesim noktası içermesi halinde



olarak yazılır. Burada,  hipotezini test etmek için  nin EKK tahmin edicisi,



yerine alternatif olarak simetrik EKK tahmin edicisi



kullanılır. Burada, iki tane regresyon modeli ele alınır. Birincisi,  nin  üzerine regresyonu, diğeri  nin  üzerine regresyonudur.  nin katsayısı için türü istatistik



şeklinde olup,



dir. Ayrıca, verilen istatistiklerin tanımından  olmak üzere,



dir.  istatistiği  istatistiğinin monoton bir fonksiyonudur. Dolayısı ile,  ye bağlı olarak kurulan test ile  tahmin edicisine bağlı olarak kurulan testler özdeştir. Bu test istatistiklerinin kritik değerleri Dickey, Hasza ve Fuller (1984) tarafından verilmiştir. Burada göz önüne alınan modelde beklenen değer sıfırdır. Ancak, beklenen değerin sıfır olduğu durumlar çok nadirdir (standart Dickey-Fuller testlerinde olduğu gibi). Onun için, Dickey-Fuller birim kök test yönteminde  veya  test istatistiklerine karşılık gelen simetrik EKK tahmin edicileri yazılır. Model,



olarak verilmiş olsun. Burada,



dır.  nin  ve  üzerine regresyonundan ,  ve  parametrelerinin en EKK tahmin edicileri hesaplanır. Bu tahmin ediciler, ortalamaların aynı olduğu varsayımı altında (),  nün tahmin edicisi



ve  olmak üzere,  nin simetrik EKK tahmin edicisi



olarak verilir.  hipotezini test etmek için türü istatistik,



şeklindedir. Burada,



dir.  hipotezi altında,  ler ne olursa olsun  dır. Dolayısı ile,  hipotezini test etmek için,  test istatistiği (kritik değerler Dickey, Hasza ve Fuller (1984) Tablo 4 de farklı  ler için verilmiştir) veya  istatistiği (kritik değerler aynı çalışmada Tablo 5 de verilmiştir) kullanılabilir.

**Örnek 5.4.2** Bir önceki örnekteki verileri göz önüne alalım (Örnek 5.4.1). Orada, otokorelasyonlarda periyodik bir dalgalanmanın gözlendiğini ve  şeklinde bir modelin uygun olabileceğini söylemiştik. Bu veriler için



modeli önerilmiş olsun. DHF mevsimsel birim kök test yöntemini uygulayarak  hipotezini  hipotezine karşı test edelim. Bunun için,  parametresinin simetrik EKK tahmin edicisinin değerinin hesaplanması gerekir. Simetrik tahmin edici  için



şeklindedir. Buradan,

 ve 

olmak üzere,  değeri  olarak hesaplanmıştır. Bu değer kullanılarak formüldeki diğer toplamlar,

, , 

olarak bulunmuştur. Buradan simetrik EKK tahmin edicisinin değeri,



dir. Ayrıca,  olduğundan  hipotezi red edilemez (%5 lik kritik değer Dickey Hasza ve Fuller (1984) de Tablo 4 de -12.01 dir). Diğer taraftan, türü istatistiğin değeri de



olmak üzere,





olarak hesaplanmıştır.  olduğundan  yokluk hipotezi %5 anlam düzeyinde red edilemez (Dickey Hasza ve Fuller (1984) Tablo 5 den kritik değer  için  dir). Dolayısı ile, simetrik EKK yöntemine göre veriler mevsimsel birim köke sahiptir

Simetrik en küçük kareler yönteminde test istatistiği değerinin paket programlar yardımı ile hesaplanması karmaşıktır. Bu yönteme alternatif olarak geliştirilen ve pratikte çok kullanılan yöntem aşağıda açıklanmaya çalışılmıştır.

**HEGY Yöntemi:** Mevsimsel birim kök testleri ile ilgili pratikte en çok kullanılan yöntemlerden biri Hylleberg, Engle, Granger ve Yoo (1990) tarafından önerilen ve literatürde HEGY testi olarak bilinen yöntemdir. Çeyreklik (quarterly) veriler için  modeli,



şeklinde verilmiş olsun. Modelin karekteristik denklemi  olup  için model durağan değildir ve beklenen değer () modelden düşer. Denklemin kökleri  ve  olmak üzere,  olup bütün kökler mutlak değerce  dir.  için  olmak üzere model  olarak yazıldığında,



eşitliğinden yukarıdaki birim kökler sırası ile, sıfır sıklık (zero frequency), yılda 2 devir (2 cycles per year) ve yılda 1 devir (one cycle per year) olarak adlandırılabilir. Buradaki son iki birim kök () birbirlerinden ayrılamayıp yıllık devir (the annual cycle) olarak yorumlanmaktadır.

HEGY yönteminde, simetrik EKK yönteminde olduğu gibi yardımcı regresyondan yararlanılır. Buradaki yardımcı regresyon modeli,

 , 

 , 

olmak üzere,



şeklinde kurulmuştur. Ayrıca modele sabit veya mevsimsel lineer trend de eklenebilir. Bu regresyon modeli  olduğu göz önüne alınarak  varsayımı altında  hipotezinin test edilmesi standart Dickey-Fuller yönteminin aynısıdır. Bu varsayım altında model



şeklinde yazılabildiğinden iki hipotezin aynı olduğu açıktır. Benzer şeklide,  varsayımı altında model



yazılabilir.  hipotezi karekteristik denklemin kökünün  olması anlamına gelmektedir. Diğer taraftan,  ise model



şeklinde oşup  hipotezinin test edilmesi DHF yöntemindeki  hipotezinin testine (biannual seasonality) karşılık gelir.

Mevsimsel birim kök testi (çeyreklik veriler) için HEGY yönteminin uygulanmasında izlenmesi gereken yol aşağıda özetlenmiştir.

*Adım 1.* Aşağıdaki dönüşümler yapılır:





 ve 



*Adım 2.* Aşağıdaki kurulan yardımcı regresyon modeline göre parametreler tahmin edilir:



Bu regresyon modelinin parametreleri tahmin edilirken,  değişkenleri de modele ilave edilebilir. Bu aşamada,  hata terimlerinin beyaz gürültü serisi olduğu kontrol edilmelidir.

*Adım 3.* Bu aşamada, önce  hipotezini test etmek için  istatistiğinin hesaplanan değeri kritik değer ile karşılaştırılır (kritik değerler için Bkz. Hylleberg, Engle, Granger ve Yoo (1990)).  hipotezi red edilemez ise, seri birim köklüdür. Daha sonra,  hipotezini test etmek için istatistiğinin değeri hesaplanır.  hipotezi red edilemez ise, seri 2 devirli (semiannual, 6 aylık dönemler) birim köke sahiptir. Son olarak,  hipotezini test etmek için  istatistiğinin değeri hesaplanır. Kritik değerler aynı çalışmada verilmiştir. istatistiğinin değeri, kritik değerden küçük ise  yokluk hipotezi red edilemez ve seri mevsimsel birim köklüdür.

Bununla birlikte, modele deterministik kukla (dummy) değişkenleri de eklenebilir. Herhangi bir zaman serisinin mevsimsel birim köklü olup olmadığını sınamak için,

, ,

 ve

 ,  ve  kukla değişkenleri göstermek üzere,



regresyon modeli göz önüne alınır (Harris ve Sollis, 2003, s.67).

**Örnek 5.4.3** Bir önceki verileri tekrar göz önüne alalım (Örnek 5.4.1). Verilere  şeklinde bir modelin uygun olduğunu söylemiştik. Bu zaman serisinin durağan olmadığını da bir önceki örnekten biliyoruz.

Aynı verilerin HEGY yöntemine göre mevsimsel birim köklü olup olmadığını inceleyelim. Bunun için önce,



modeline göre parametrelerin EKK tahminleri, test istatistiklerinin değerleri hesaplanmış,  ve  için aşağıdaki sonuçlar gözlenmiştir.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| tahmin | -0.047205 | -0.038481 |
| istatistiği | -2.244 | -1.057 |

 hipotezinin testi için istatistiğinin değeri de



olarak bulunmuştur. Bu değerler, HEGY tablo değerleri (n=100 için) ile karşılaştırıldığında,

a)  hipotezi için,  olup  red edilir. Yani, seri sıfır sıklıkta (zero frequency) birim köke sahip değildir.

b)  hipotezi için  olduğundan  red edilemez. Başka bir ifade ile, seri 2 devirli mevsimsel (biannual seasonality) birim köke sahiptir.

c)  hipotezi için,  olduğundan  red edilemez. Yani, seri (1/4 ve 3/4 sıklıklarında) mevsimsel birim köke sahiptir