**6.4.1 Engle ve Granger Yöntemi**

Bu yöntem, regresyondan elde edilen artıklar serisinin birim köklü olup olmadığının sınanmasıdır. Engle ve Granger (1987) tarafından önerilen bu yöntem, pratikliği açısından en çok uygulanan yöntemdir. Burada, artıklar serisinin durağanlığını sınamak için Dickey-Fuller dağılım tabloları yerine tahmin edicinin dağılımını kullanmak gerekir. Kritik değerler Dickey Fuller dağılımının kritik değerlerinden farklıdır. İkisi de regresyon parametrelerinin dağılımına bağlı olmasına rağmen, iki regresyondaki bağımlı ve açıklayıcı değişkenler farklıdır. Dickey-Fuller birim kök sınamasında,  nin  üzerine regresyonu yapılırken, Engle ve Granger yönteminde  nin  üzerine regresyonu yapılmaktadır.

Durağan olmayan çok değişkenli zaman serisinin bileşenleri arasındaki kointegrasyon ilişkisinin genel bir tanımı aşağıda verilmiştir. Kointegrasyon kavramı daha önce özel durumlarda incelenmişti. Aşağıda bahsedeceğimiz bu yöntem, Enders (2002) den özetlenerek aktarılmıştır.

**Tanım 6.4.1** Bileşenleri  olan  vektör zaman serisi için,

i)  vektör zaman serisinin bütün bileşenleri ,

ii) Öyle bir  vektörü için,  lineer dönüşümü  için  dereceden bütünleşik, ,

koşulları sağlanıyor ise,  vektör zaman serisine  dereceden kointegrasyonludur (eşbütünleşiktir) denir ve  ile gösterilir.  vektörüne ise kointegrasyon (eşbütünleşme) vektörü denir

Bu tanımda, aşağıdaki dört önemli ayrıntının dikkate alınması gerekir.

1. Kointegrasyon, durağan olmayan değişkenler arasındaki durağan lineer birleşimin bulunmasıdır. Durağan olmayan serilerin herhangi bir lineer olmayan birleşimi durağan olabilir.
2. Engle ve Granger (1987) tarafından verilen tanıma göre, aynı dereceden bütünleşik seriler arasında kointegrasyon ilişkisinden söz edilebilir. Ancak bu, aynı dereceden bütünleşik serilerin bütün lineer birleşimlerinin durağan olacağı anlamına gelmediği gibi durağanlığı sağlayacak herhangi bir lineer birleşim de bulunamayabilir. İki tane seri farklı derecelerden bütünleşik ise, bu iki seri arasında kointegre ilişkiden söz edilemez. Örneğin,  için  ve  ise, bu iki serinin herhangi bir lineer birleşimi  dir (Enders, 2002).  ve  zaman serilerinin her ikisinin de  olduğunu düşünelim. Başka bir zaman serisi ( diyelim) de  olsun. Bu durumda,  zaman serisi (veya ) ile  zaman serisi arasında kointegre bir ilişki düşünülemez. Ancak,  ve  değişkenleri  ise, lineer birleşimleri , () olacak şekilde bir kointegre ilişki olabilir.
3. Bilindiği gibi, kointegrasyon vektörü tek değildir. Ancak lineer bağımsız kointegrasyon vektörlerin (varsa) sayısı sabittir. Bir  vektör zaman serisinin bileşenleri  olmak üzere,  durağan olacak şekildeki lineer bağımsız  vektörlerinin sayısı en fazla  dir.
4. Kointegrasyon ile ilgili literatür incelendiğinde, değişkenlerin çoğu  dir. Dolayısı ile, genellikle değişkenler arasındaki bir lineer birleşimin  olup olmadığına bakılır. Böyle durumlarda,  şeklinde kointegrasyon ilişkisi aranır. Oysa, bütünleşme dereceleri  olan seriler arasında lineer birleşimleri  olacak şekilde iktisadi seriler de vardır. Bazı iktisadi seriler için  şeklinde kointegre ilişkiden bahsedilir. Bundan sonraki kısımlarda, iktisadi literatürde karşılaşılan durum gibi,  serileri ele alınacaktır.

Bileşenleri  olan -değişkenli vektör zaman serisi  olsun. ,  boyutlu hata terimlerini göstermek üzere, serinin hata düzeltme gösterimi (error correction representation)



şeklindedir. Burada,

: elemanları  olan  boyutlu bir matris (kesim noktaları, intercept)

: elemanları  olan  boyutlu matrisler

 : elemanları  olan  boyutlu bir veya daha fazla elemanı sıfırdan farklı () olan bir matrisdir.

 nin bütün bileşenleri  olsun. Bu seri için bir hata düzeltme gösterimi varsa, bileşenleri  olan bu serinin durağan bir lineer birleşimi vardır.



hata düzeltme gösterimi dikkate alındığında ,



şeklinde yazılabilir. Eşitliğin sağ tarafındaki her terim durağandır. Dolayısı ile,  matrisinin her satırı, durağan olmayan çok değişkenli  zaman serisi için bir kointegrasyon vektördür. Örneğin,  matrisinin birinci satırı  olup, serinin bileşenleri  olduğundan  bir kointegrasyon vektörüdür. Yani,  için  lineer dönüşümü durağandır. Burada,  serisi için yukarıdaki gibi hata düzeltme gösterimindeki önemli ayrıntı  matrisinin varlığıdır. Bu nedenle, hata düzeltme gösterimi ile kointegrasyon arasında birebir bir ilişki kurmak doğru olmayabilir (Enders (2002), s.330).

Bileşenleri I(1) olan çok değişkenli bir zaman serisinin kointegrasyonlu olup olmadığını sınamak için Engle ve Granger (1987) dört aşamalı bir test yöntemi önermişlerdir. Bunu açıklamak için, bileşenleri  ve  olan birinci dereceden bütünleşik iki seriyi ele alalım. Bu iki serinin  (yani ) olup olmadığını sınamak için aşağıdaki işlemler sırası ile uygulanmalıdır.

Adım **1.** Önce her iki serinin de bütünleşme dereceleri belirlenmelidir. Seriler farklı dereceden bütünleşik ise, çok değişkenli zaman serisinin kointegrasyonlu olmadığı hemen söylenir.

Adım **2.** Seriler aynı dereceden bütünleşik ise,



regresyon modeli göz önüne alınır. Regresyon parametreleri tahmin edilir ve artıklar serisi oluşturulur. Artıklar serisini  ile gösterelim. Artıklar üzerinden



regresyon denklemi göz önüne alınır. Bu son seri, regresyondan elde edilen artıklar serisi olduğu için kesim noktasının (intercept) modele eklenmesi gerekli değildir. Artıklar AR(p) olarak modellenmiş ise



regresyon denklemi göz önüne alınarak  hipotezi test edilir. Bunun için, regresyondan hesaplanan istatistiğinin  değeri kritik değer ile karşılaştırılır.  ise  red edilir. Kritik değerler aşağıda verilmiştir (Wei, 2006, s.437).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Model | %1 | %5 |
|  | -4.07 | -3.37 |
|  | -3.73 | -3.17 |

Eğer hipotez red edilirse artıklar serisinin durağan, yani iki değişkenli vektör zaman serisinin kointegrasyonlu olduğu söylenebilir.

Adım **3.** Hata düzeltme modelinin parametreleri tahmin edilir. Sistem kointegrasyonlu ise, artıklardan kurulan denge regresyon denklemi ile hata düzeltme modelinin parametreleri tahmin edilir. Bileşenleri  ve  olan iki değişkenli seri  şeklinde kointegrasyonlu ise, değişkenler





şeklinde hata düzeltme formuna sahiptir. Burada,  parametresi birinci adımda sözü edilen regresyondaki parametre ile aynıdır.  ve  hata terimleri olup kendi aralarında ilişkili olabilir. Diğer  lerin hepsi parametredir.

Adım **4.** En son elde edilen hata düzeltme modelinin uygunluğu kontrol edilmelidir. Bunun için, hata düzeltme modelindeki artıkların beyaz gürültü serisi olduğu sınanmalıdır.  ve bütün *i* ler için  ise, ,  nin nedenseli olamaz.  ve  eşbütünleşik (kointegrasyonlu) ise  ve/veya  sıfırdan farklı olmalıdır. Her ikisi birden sıfır ise, bu iki seri kointegrasyonlu değildir.

**Örnek 6.4.1** Türkiye’nin 1923-2003 yılları arasındaki ithalat ve ihracat miktarlarını tekrar ele alalım. Örnek (6.3.1) de serilerin grafikleri ile ACF ve PACF fonksiyonlarının grafikleri verilmişti. Grafiklerden her iki seri için durağan olmayan AR(1) modelinin uygun olabileceğini söylemiştik. Veriler  ve  dönüşümleri altında incelenmiştir. Eviews paket programı ile elde edilen birim kök test sonuçları aşağıdadır. Tablo sonuçlarından, iki serinin de I(1) olduğu söylenebilir. Şimdi, aynı dereceden bütünleşik olan ithalat ve ihracat serilerinin eşbütünleşik (kointegrasyonlu) olup olmadıklarını araştıralım.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ADF | | | | | |
| İhracat | D\_İhracat | İthalat | D\_İthalat | Kritik Değer | Sonuç |
| 1.078637 | -8.540297 | 0.920608 | -7.475534 | %1 -3.5144  %5 -2.8981  %10 -2.5863 |  |
| Phillips-Perron | | | | | |
| İhracat | D\_İhracat | İthalat | D\_İthalat | Kritik Değer | Sonuç |
| 1.063807 | -8.540139 | 0.880576 | -7.544784 | %1 -3.5144  %5 -2.8981  %10 -2.5863 |  |

İkinci adımdaki  regresyon denklemine göre sonuçlar;



olarak gözlenmiştir. Artıklar serisine ait ilgili grafikler aşağıdadır.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Artıklar | ACF | PACF |
|  |  |  |

Artıklar serisinin grafiklerinden otokorelasyonların hızla azaldığı, kısmi otokorelasyonların ise birinci gecikmeden sonra sıfıra yakın değerler aldığı gözlenmektedir. Böyle bir görünüm, artıklar serisinin AR(1) olabileceğini göstermektedir.

Artıklar serisine ait bu yargı AIC veya SBC istatistiklerinin değerleri ile kontrol edilebilir. Regresyondan elde edilen artıkları  ile gösterelim.  regresyon modeli göz önüne alındığında  yokluk hipotezi red edilirse artıklar serisinin durağan olduğu, yani ithalat ve ihracat verilerinin kointegrasyonlu olduğu söylenebilir. Modele kesim noktası (intercept) koymaya gerek yoktur. Artıklar serisine ait regresyon sonuçları



şeklinde elde edilmiştir. Hesaplanan değeri %5 lik kritik değerden küçük olduğu () için  hipotezi red edilir. Buna göre, iki seri %5 anlam düzeyinde kointegrasyonludur.

 olup kointegrasyon vektörü,  olarak tahmin edilmiştir. İhracat ve ithalat değişkenlerinden oluşan iki değişkenli vektör zaman serisinin bileşenlerini  ve  ile gösterirsek,  olur. Bu fark serisi, Türkiye’nin dış ticaret açığıdır. Dış ticaret açığı verilerine ait zaman serisi grafikleri aşağıdadır.

Buna göre, 1923-2003 yılları arasındaki veriler dikkate alındığında, Türkiye’nin dış ticaret açığı öngörülebilir görünmektedir. Diğer taraftan veriler incelendiğinde, Türkiye 1930-1946 yılları arasında açık kendi lehine (ihracat ithalattan fazla) görülmektedir. 1946 yılından itibaren Türkiye’nin dış ticareti yön değiştirmekte ve giderek artmaktadır.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Dış Ticaret Açığı | ACF | PACF |
|  |  |  |

1946-2003 yılları arasında durum farklıdır. Bu yıllara ilişkin zaman serisi grafikleri ile ADF birim kök test sonuçları da aşağıdadır.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | t-Statistic | Prob.\* |
| Augmented Dickey-Fuller test statistic | | | **-3.376352** | 0.0160 |
| Test critical values: | 1% level |  | -3.552666 |  |
|  | 5% level |  | -2.914517 |  |
|  | 10% level |  | -2.595033 |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Dış Ticaret Açığı:  1946-2003 | ACF | PACF |
|  |  |  |

Bu yıllar arası dış ticaret açığı verileri dikkate alındığında, seri %1 anlam düzeyinde durağan değildir. Aynı seri, 1923-2003 yılları arası durağandır

**6.4.2 Johansen Yöntemi**

Vektör zaman serisinin bileşenleri ikiden fazla ise EKK yöntemi ile oluşturulan artıklar serisi yardımı ile en fazla bir tane kointegre ilişki bulunabilir. Kointegre ilişkiyi veren lineer bağımsız başka vektörler de olabilir.

Bileşenleri  olan VAR(1) modeli  olarak verilmiş olsun. Her iki taraftan  çıkartıldığında,  olmak üzere model,  şeklinde yazılabilir.  olmak üzere  ise sistem durağan,  ise serinin hiçbir lineer birleşimi durağan değildir, yani hiçbir kointegrasyon ilişkisi bulunamaz.  ise  olacak şekilde  ve  vektörleri (veya matrisleri) vardır ve  durağandır. Yani,  kointegrasyon vektörüdür.  boyutlu vektör AR(p) zaman serisi



olarak verilmiş olsun.



karekteristik denkleminin köklerinden  tanesi birim kök, geri kalan diğer  tane kök de mutlak değerce 1 den küçük olsun. Buna göre,  durağan olacak şekilde  tane lineer bağımsız kointegrasyon ilişkisi vardır.

Şimdi,  bağımsız  olsun. Buna göre,  verildiğinde  örneklemi için koşullu olabilirlik fonksiyonu,





şeklindedir. Burada,  parametre matrisinin en çok olabilirlik tahmin edicisi, olabilirlik fonksiyonunu  kısıtı altında maksimum yapan değerdir. Bu kısıt eşdeğer olarak  dir.  hipotezini test etmek için olabilirlik oranı,



şeklinde yazılır. Bu olabilirlik oranı, durağanlık varsayımı altında  istatistiğinin asimptotik dağılımı ki-karedir. Oysa, serinin bazı lineer birleşimleri durağan olmadığından bu istatistiğin asimptotik dağılımı ki-kare değildir. Asimptotik dağılım, Johansen (1988) tarafından elde edilmiştir. Ayrıca,



dir. Burada,  olacak şekilde  en küçük  tane kısmi kanonik korelasyonu göstermektedir. Kanonik korelasyonlar  verildiğinde  ile  arasındaki kanonik korelasyonlardır. Bu istatistiğin dağılımının kritik değerleri değişik  değerleri için aşağıdadır.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| against | | | | |
| Durum 1. Sabit Terimsiz |  |  |  |  |
| 1 | 2.94 | 4.10 | 6.97 |
| 2 | 10.45 | 12.30 | 16.41 |
| 3 | 21.70 | 24.24 | 29.83 |
| Durum 2. Sabit Terimli |  |  |  |  |
| 1 | 6.59 | 8.16 | 11.65 |
| 2 | 15.80 | 17.97 | 22.79 |
| 3 | 28.87 | 31.73 | 37.38 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| against | | | | |
| Durum 1. Sabit Terimsiz |  |  |  |  |
| 1 | 2.86 | 3.84 | 6.51 |
| 2 | 9.52 | 11.44 | 15.69 |
| 3 | 15.59 | 17.89 | 22.99 |
| Durum 2. Sabit Terimli |  |  |  |  |
| 1 | 6.69 | 8.08 | 11.58 |
| 2 | 12.78 | 14.60 | 17.78 |
| 3 | 18.96 | 21.28 | 26.15 |

 için test istatistiğinin dağılımı standart birim kök test istatistiğinin dağılımına dönüşür (Wei, 2006 s. 440).  birim köklerin sayısı olmak üzere,  hipotezinin  hipotezine karşı test etmek için olabilirlik oran test istatistiğinin  kritik değerlerinden bazıları yukarıdaki tabloda verilmiştir (Wei, 2006, s.440). Buradaki  istatistiğinin asimptotik dağılımı  iken,

olarak elde edilmiştir.

Bu dağılım,  için standart birim kök istatistiğinin asimptotik dağılımıdır. Bu durumda, asimptotik dağılım  iken,



şeklindedir.

**Örnek 6.4.2** Türkiye’nin 1923-2003 yılları arasındaki ithalat ve ihracat verileri Örnek (6.4.1) de incelendi. Her iki serinin birinci dereceden bütünleşik ve %5 anlam düzeyinde eşbütünleşik olduğu görülmüştü. Şimdi, aynı verileri Johansen yöntemine göre inceleyelim. Bu veriler için hata düzeltme modeli,



olarak ele alınmıştır.  verildiğinde,  ile  arasındaki kanonik korelasyonlar da  ve  olarak hesaplanmıştır.  olduğuna göre (değişken sayısı)  matrisinin rankı  ya da  dir. İki serinin eşbütünleşik olup olmadığını, yani  (eşdeğer olarak ) yokluk hipotezini en az bir eşbütünleşme ilişkisi vardır alternatif hipotezine () karşı test edelim. Bunun için test istatistiğinin değeri,



olup, bu değer dağılımın %5 lik kritik değerinden () küçüktür. O halde  yokluk hipotezi %5 anlam düzeyinde red edilemez. Yani, %5 anlam düzeyinde seriler eşbütünleşik degildir. Aynı veriler Engle ve Granger yöntemine göre (Örnek (6.4.1)) %5 anlam düzeyinde eşbütünleşiktir

Buradaki, kanonik korelasyonların hesabı için SAS kodları;

data a; input time export import;

x=log(export); y=log(import); lx=lag1(x); ly=lag1(y); dx=x-lx; dy=y-ly;

cards;

1923 50590 86872

...... buraya verileri gir…….

2003 47252036 69339692

;

proc cancorr; var dx dy; with lx ly; run;

şeklindedir.

Benzer şeklilde, “ tane kointegrasyon ilişkisi vardır” hipotezini “ tane kointegrasyon ilişkisi vardır” alternatif hipotezine karşı test etmek için olabilirlik oran test istatistiği



olarak verilir. Burada ,  verildiğinde  ile  arasındaki  inci en büyük kanonik korelasyondur. Bu istatistiğin kritik değerleri de yukarıdaki ikinci tabloda verilmiştir. Diğer taraftan, hem  hem de  istatistiğinin kritik değerleri bir çok paket program tarafından doğrudan hesaplanmaktadır.

**Örnek 6.4.3** Daha önce Örnek (6.4.1) ve Örnek (6.4.2) de Türkiye’nin 1923-2003 yılları arasındaki ithalat ve ihracat verileri incelendi. Aynı veriler *Eviews* paket programı kullanılarak analizleri yapılmış, program çıktıları aşağıda verilmiştir. Program çıktıları incelendiğinde, veriler 1923 den başlamasına rağmen, program ayarlama (adjustment) yaparak 1926 yılından başlatmaktadır. Dolayısı ile, program çıktılarındaki sonuçlar ile Örnek (6.4.2) sonuçları istatistiki olarak örtüşmesine rağmen (program seride trend ve gecikme sayılarını dikkate alarak bu değerleri hesaplamaktadır), test istatistiklerinin değerleri farklı görünmektedir. Yani, her ikisinde de aynı istatistiki sonuç çıkarım yapılmaktadır.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | Series: Y X | |  |  |  | | Lags interval (in first differences): 1 to 2 | | | | | | Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace) | | | | | | Hypothesized |  | Trace | 0.05 |  | | No. Of CE(s) | Eigenvalue | Statistic | Critical Value | Prob.\*\* | | None | 0.053989 | 7.164760 | 15.49471 | 0.5586 | | At most 1 | 0.035702 | 2.835671 | 3.841466 | 0.0922 | | Hypothesized |  | Max-Eigen | 0.05 |  | | No. Of CE(s) | Eigenvalue | Statistic | Critical Value | Prob.\*\* | | None | 0.053989 | 4.329089 | 14.26460 | 0.8231 | | At most 1 | 0.035702 | 2.835671 | 3.841466 | 0.0922 | |

Eviews paket programının çıktılarından, ithalat ve ihracat arasında %5 anlam düzeyinde bir eşbütünleşme ilişkisi yoktur

Johansen yöntemi, birden fazla değişken arasındaki kointegrasyon ilişkisinin varlığını test etmeye olanak sağlar. Engle ve Granger yönteminde sadece bir kointegrasyon ilişkisinden bahsedilir. Oysa Johansen yöntemi,  matrisinin rankı üzerine geliştirildiğinden, birbirinden lineer bağımsız kointegrasyon vektörlerinin sayısı da elde edilmektedir.

**Örnek 6.4.4** Türkiye’nin 1923-2003 yılları arasındaki yıllık ihracat ve ithalat miktarları (Örnek (6.3.1), Örnek (6.4.1) ve Örnek (6.4.2) incelendi.  ve  serileri arasındaki kointegrasyon ilişkisi araştırılmıştı. Johansen yöntemi, aynı anda ikiden fazla değişken arasında lineer bağımsız kointegrasyon ilişkisinin varlığını test etmeye olanak sağlar. 1950-2003 dönemine ait GSMH (GSMH verileri bu dönem için elde edilebilmiştir) verilerini de logaritmik dönüşüm altında inceleme kapsamına alalım. Bu döneme ait verilerin zaman serisi grafikleri aşağıdadır.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **İhracat** | **İthalat** | **GSMH** |
| **Seri** |  |  |  |
| **ACF** |  |  |  |
| **PACF** |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Orjinal Seri | | Birinci Dereceden Fark | | Sonuç |
|  | ***ADF*** | ***PP*** | ***ADF*** | ***PP*** |  |
| İhracat | 0.873021 | 0.955554 | -7.917933 | -7.889806 |  |
| İthalat | -0.028700 | -0.006784 | -7.349550 | -7.348060 |  |
| GSMH | 1.787257 | 4.881378 | -2.404352 | -2.191364 | , |

**Kritik değerler**: %1 (-3.562669), %5 (-2.918778) %10 (-2.597285)

Serilerin grafikleri incelendiğinde, otokorelasyonlarda yavaş bir azalma, kısmi otokorelasyonlarda birinci gecikmeden sonra sıfır etrafında bir yoğunlaşma gözlenmektedir. Bu serilere ait standart birim kök test sonuçları yukarıdadır.

Bu sonuçlara göre, ihracat ve ithalat verileri aynı dereceden bütünleşik serilerdir. Ancak, GSMH serisinin birinci derece farkları durağan değildir. O halde, GSMH serisinin bütünleşme derecesini bulabilmek için Dickey ve Pantula (1987) tarafından önerilen ardışık birim kök testinin uygulanması gerekir. İkinci dereceden fark serisine ADF testi uygulandığında seri durağan olmaktadır (ADF test istatistiğinin değeri *-9.553088* olarak gözlenmiştir).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | Sample (adjusted): 1953 2003 | | |  |  | | Series: X Y D(Z) | |  |  |  | | Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace) | | | |  | | Hypothesized |  | Trace | 0.05 |  | | No. of CE(s) | Eigenvalue | Statistic | Critical Value | Prob.\*\* | |  |  |  |  |  | | None | 0.190364 | 19.34930 | 29.79707 | 0.4680 | | At most 1 | 0.147989 | 8.579617 | 15.49471 | 0.4057 | | At most 2 | 0.008039 | 0.411671 | 3.841466 | 0.5211 | |  |  |  |  |  | | ***Trace test indicates no cointegration at the 0.05 level***1000at | | | | | |  |  |  |  |  | | Hypothesized |  | Max-Eigen | 0.05 |  | | No. of CE(s) | Eigenvalue | Statistic | Critical Value | Prob.\*\* | |  |  |  |  |  | | None | 0.190364 | 10.76968 | 21.13162 | 0.6703 | | At most 1 | 0.147989 | 8.167945 | 14.26460 | 0.3619 | | At most 2 | 0.008039 | 0.411671 | 3.841466 | 0.5211 | | ***Max-eigenvalue test indicates no cointegration at the 0.05 level*** | | | | | |

Bu sonuçlara göre, ithalat ve ihracat verileri arasında bir kointegrasyon ilişkisine bakmak anlamlı olabilir. Ancak, GSMH verileri ile gerek ihracat, gerekse ithalat verileri arasında kointegrasyon ilişkisine bakılamaz. Bunun yerine,  olmak üzere,  ve  serileri (üçü de ) kointegrasyon ilişkisi araştırılmıştır. Eviews paket programında bu veriler incelenmiş ve program çıktıları yukarıda verilmiştir. Bu sonuçlara göre, Bu seriler arasında %5 anlam düzeyinde bir kointegrasyon ilişkisi gözlenememiştir.

*Veriler*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *Yıl* | İhracat/1000 | İthalat/1000 | GSMH | *Yıl* | İhracat/1000 | İthalat/1000 | GSMH |
| *1950* | 263424 | 285664 | 9694 | *1977* | 1753026 | 5796278 | 1108300 |
| *1951* | 314082 | 492086 | 11644 | *1978* | 2288163 | 4599024 | 1645900 |
| *1952* | 362914 | 555920 | 13389 | *1979* | 2261157 | 5069431 | 2876500 |
| *1953* | 396061 | 532533 | 15607 | *1980* | 2910122 | 7909443 | 5303000 |
| *1954* | 334924 | 478359 | 15915 | *1981* | 4702934 | 8933365 | 8022700 |
| *1955* | 313346 | 497637 | 19117 | *1982* | 5745973 | 8842664 | 10611900 |
| *1956* | 304990 | 407340 | 22047 | *1983* | 5727833 | 9235001 | 13933000 |
| *1957* | 345217 | 397125 | 29310 | *1984* | 7133602 | 10756922 | 22167700 |
| *1958* | 247271 | 315098 | 35000 | *1985* | 7958008 | 11343375 | 35350300 |
| *1959* | 353799 | 469982 | 43670 | *1986* | 7456724 | 11104770 | 51184800 |
| *1960* | 320731 | 468186 | 46664 | *1987* | 10190047 | 14157805 | 75019400 |
| *1961* | 346740 | 507205 | 49536 | *1988* | 11662021 | 14335396 | 129175100 |
| *1962* | 381197 | 619447 | 57593 | *1989* | 11624692 | 15792143 | 230369900 |
| *1963* | 368087 | 687616 | 66801 | *1990* | 12959288 | 22302126 | 397177500 |
| *1964* | 410771 | 537229 | 71313 | *1991* | 13593462 | 21047014 | 634392841 |
| *1965* | 463738 | 571953 | 76726 | *1992* | 14714629 | 22871055 | 1103604909 |
| *1966* | 490508 | 718269 | 91419 | *1993* | 15345067 | 29428370 | 1997323000 |
| *1967* | 522334 | 684669 | 101481 | *1994* | 18105872 | 23270019 | 3887903000 |
| *1968* | 496419 | 763659 | 163900 | *1995* | 21637041 | 35709011 | 7854887000 |
| *1969* | 536834 | 801236 | 183400 | *1996* | 23224465 | 43626642 | 14978067000 |
| *1970* | 588476 | 947607 | 207800 | *1997* | 26261072 | 48558721 | 29393262000 |
| *1971* | 676602 | 1170841 | 261100 | *1998* | 26973952 | 45921392 | 53518332000 |
| *1972* | 884969 | 1562554 | 314100 | *1999* | 26587225 | 40671272 | 78282967000 |
| *1973* | 1317083 | 2086214 | 399100 | *2000* | 27774906 | 54502821 | 125596129000 |
| *1974* | 1532182 | 3777555 | 537700 | *2001* | 31334216 | 41399083 | 176483953000 |
| *1975* | 1401075 | 4738558 | 690900 | *2002* | 36059089 | 51553797 | 275032366000 |
| *1976* | 1960214 | 5128647 | 868100 | *2003* | 47252036 | 69339692 | 356680888000 |

Önceki örneklerde, ihracat ile ithalat arasında bir ilişkinin olmadığı gözlenmiş, GSMH serisinin bütünleşme derecesi diğerlerinden farklı olduğu için birinci dereceden farkı alınarak üç seri arasında bir ilişki aranmaya çalışılmıştı. Burada, sonuçların iktisadi yorumları dikkate alınmamış, sadece yöntemin uygulanabilirliği vurgulanmaya çalışılmıştır

**6.5 Problemler**

**6.5.1**  olmak üzere iki değişkenli VAR(1) zaman serisi modeli  şeklinde verilmiş olsun.  ve  matrisleri

 ve 

olarak verildiğinde, model durağan mıdır? Durağan değilse  durağan,  birim köklü olacak şekilde  ve  vektörlerini belirleyiniz. Durağan  serisinin varyansını hesaplayınız.

**6.5.2** ,  ve  birbirinden bağımsız beklenen değerleri sıfır varyansları  olan beyaz gürültü serileri olmak üzere, aşağıda iki değişkenli vektör zaman serisinin bileşenleri verilmiştir. Bunlardan durağan olanların otokovaryans matrislerini hesaplayınız.

a)  

b)  

c)  

**6.5.3**  olmak üzere VAR(1) modeli  modeli için  katsayılar matrisi



olarak verilmiştir.

a)  olacak şekilde  ve  matrislerini belirleyiniz.

b)  serisi durağan mıdır?  durağan değilse  nin durağan olduğunu gösteriniz.

**6.5.4** VAR(p) zaman serisi modeli  olmak üzere,



şeklinde verilmiş olsun. Model,



şeklinde yazıldığında,  ve  için  katsayılarını  katsayıları türünden yazınız.

**6.5.5** İki değişkenli VAR(2) modeli  şeklinde verilmiş olsun.

 ve 

olarak verildiğinde VAR(2) modeli durağan mıdır? Durağan değilse  nin durağanlığını araştırınız.

**6.5.6** Problem (6.5.5) de verilen VAR(2) modelini VAR(1) şeklinde yazınız. Bu VAR(1) modeli durağan mıdır? Durağan değilse,  durağan olacak şekilde  matrisini (veya vektörünü) bulunuz.

**6.5.7** Aşağıdaki SAS kodlarını kullanılarak rasgele üretilen  ve  değişkenlerine ait verilerin kointegrasyonlu olup olmadığını %5 anlam düzeyinde test ediniz.

data a; y1=0; y2=0; n=100; do t= 1 to n;

y=1.7\*y1-0.7\*y2+normal(17); keep y t; output; retain;

y2=y1; y1=y; end;

data b; x=0; n=100; do t=1 to n; x=x+normal(17); output; end;

data c; set a; set b; proc print data=c; var x y; run;

**6.5.8** Bileşenleri  ve  olan iki değişkenli zaman serisi  olsun. Burada,  ve  birbirinden bağımsız beyaz gürültü serileri olmak üzere tek değişkenli  ve  zaman serileri,

 

olarak verilmiştir. Buna göre,  serisi durağan mıdır? Durağan değilse  nin durağanlığını araştırınız. Ayrıca,  durağan olacak şekilde  vektörünü belirleyiniz.

**6.5.9** (Wei, 2006, s.426)  ve , ,  olmak üzere  zaman serisinin bileşenleri

 

şeklinde verilmiştir.

a)  zaman serisini matris ve vektörler türünden yazınız.

b)  zaman serisi durağan mıdır?  yi matris ve vektörler ile ifade ediniz.  durağan mıdır?

**6.5.10** Ocak 2003-Eylül 2011 dönemi altın fiyatları (Gram/TL) ile gecelik faiz oranları aşağıda verilmiştir.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Dönem | Altın | Faiz | Dönem | Altın | Faiz | Dönem | Altın | Faiz |
| 03:01 | 19.95 | 44.00 | 06:01 | 23.58 | 13.50 | 09:01 | 44.00 | 13.00 |
| 03:02 | 18.80 | 44.00 | 06:02 | 23.76 | 13.50 | 09:02 | 50.18 | 11.50 |
| 03:03 | 18.36 | 44.00 | 06:03 | 24.19 | 13.50 | 09:03 | 51.49 | 10.50 |
| 03:04 | 17,31 | 41.00 | 06:04 | 26.45 | 13.25 | 09:04 | 46.06 | 9.75 |
| 03:05 | 16.74 | 41.00 | 06:05 | 31.65 | 13.25 | 09:05 | 46.54 | 9.25 |
| 03:06 | 15.66 | 38.00 | 06:06 | 30.66 | 17.25 | 09:06 | 47.39 | 8.75 |
| 03:07 | 15.36 | 35.00 | 06:07 | 31.86 | 17.50 | 09:07 | 45.76 | 8.25 |
| 03:08 | 16.44 | 32.00 | 06:08 | 30.16 | 17.50 | 09:08 | 45.80 | 7.75 |
| 03:09 | 16.88 | 29.00 | 06:09 | 28.95 | 17.50 | 09:09 | 48.08 | 7.25 |
| 03:10 | 17.66 | 26.00 | 06:10 | 27.91 | 17.50 | 09:10 | 49.45 | 6.75 |
| 03:11 | 18.73 | 26.00 | 06:11 | 29.65 | 17.50 | 09:11 | 53.23 | 6.50 |
| 03:12 | 18.94 | 26.00 | 06:12 | 29.32 | 17.50 | 09:12 | 54.94 | 6.50 |
| 04:01 | 18.36 | 26.00 | 07:01 | 28.93 | 17.50 | 10:01 | 52.78 | 6.50 |
| 04:02 | 17.40 | 24.00 | 07:02 | 29.61 | 17.50 | 10:02 | 53.55 | 6.50 |
| 04:03 | 17.38 | 22.00 | 07:03 | 29.76 | 17.50 | 10:03 | 55.20 | 6.50 |
| 04:04 | 17.88 | 22.00 | 07:04 | 29.64 | 17.50 | 10:04 | 55.22 | 6.50 |
| 04:05 | 18.88 | 22.00 | 07:05 | 28.93 | 17.50 | 10:05 | 60.50 | 6.50 |
| 04:06 | 18.99 | 22.00 | 07:06 | 28.04 | 17.50 | 10:06 | 62.43 | 6.50 |
| 04:07 | 18.77 | 22.00 | 07:07 | 27.85 | 17.50 | 10:07 | 59.54 | 6.50 |
| 04:08 | 19.31 | 22.00 | 07:08 | 28.24 | 17.50 | 10:08 | 59.50 | 6.50 |
| 04:09 | 19.74 | 20.00 | 07:09 | 28.88 | 17.25 | 10:09 | 61.63 | 6.25 |
| 04:10 | 20.30 | 20.00 | 07:10 | 28.81 | 16.75 | 10:10 | 61.56 | 5.75 |
| 04:11 | 20.60 | 20.00 | 07:11 | 30.56 | 16.25 | 10:11 | 63.87 | 1.75 |
| 04:12 | 20.00 | 18.00 | 07:12 | 30.25 | 15.75 | 10:12 | 68.04 | 1,50 |
| 05:01 | 18.62 | 17.00 | 08:01 | 32.70 | 15.50 | 11:01 | 68.33 | 1.50 |
| 05:02 | 18.00 | 16.50 | 08:02 | 35.32 | 15.25 | 11:02 | 70.51 | 1.50 |
| 05:03 | 18.28 | 15.50 | 08:03 | 38.31 | 15.25 | 11:03 | 77.56 | 1.50 |
| 05:04 | 19.06 | 15.00 | 08:04 | 38.30 | 15.25 | 11:04 | 72.50 | 1.50 |
| 05:05 | 18.73 | 14.50 | 08:05 | 35.76 | 15.75 | 11:05 | 76.52 | 1.50 |
| 05:06 | 18.95 | 14.25 | 08:06 | 35.80 | 16.25 | 11:06 | 78.87 | 1.50 |
| 05:07 | 18.47 | 14.25 | 08:07 | 37.21 | 16.75 | 11:07 | 83.70 | 1.50 |
| 05:08 | 19.24 | 14.25 | 08:08 | 32.79 | 16.75 | 11:08 | 100.10 | 5.00 |
| 05:09 | 19.83 | 14.25 | 08:09 | 32.88 | 16.75 | 11:09 | 102.70 | 5.00 |
| 05:10 | 20.48 | 14.00 | 08:10 | 37.84 | 16.75 |  |  |  |
| 05:11 | 21.28 | 13.75 | 08:11 | 38.90 | 16.25 |  |  |  |
| 05:12 | 22.17 | 13.50 | 08:12 | 40.13 | 15.00 |  |  |  |

a) Her iki zaman serisi verisinin zaman serisi grafiklerini, ACF ve PACF fonksiyonlarının grafiklerini çiziniz.

b) Her iki seriye uygun bir model belirleyip durağanlığını %5 anlam düzeyinde ayrı ayrı test ediniz

c) Bu iki serinin kointegrasyonlu olup olmadığını %5 anlam düzeyinde Engle-Granger ve Johansen yöntemleri ile test ediniz.

d) Her iki zaman serisi verileri için ARCH ve/veya GARCH etsini araştırınız.