

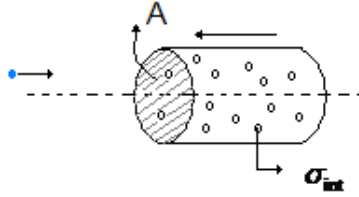
## 2. PARÇACIK ÇARPIŞTIRICILARI: IŞINLIK VE KÜTLE MERKEZİ ENERJİSİ

### 2.1. Işınlık ( Luminosite )

Hızlandırılan ve çarpıştırılan demetler paketçikli (bunched) yapıda olduğunu ve bu demetlerin kafa-kafaya (head-on) çarpıştırıldığını düşünelim.  $N$  parçacık içeren silindirik bir paketçik  $A$  kesit alanına sahip olsun. Böyle bir paketçikin karşısından gelen tek test parçacığı ele alınırsa, test parçacığının paketçikte gördüğü toplam tesir kesiti;

$$\frac{N\sigma_{int}}{A} \quad (2.1)$$

olacaktır. Burada  $\sigma_{int}$ , iki parçacık üst üste gelince görülen alandır.



Şekil 2.1. Bir parçacık ile paketçikin çarpışması

Etkileşme oranı  $\sigma_{int}$  ile orantılıdır. Orantı katsayısı, “ Işınlık (luminosite) ” olarak bilinir ve

$$R = L\sigma_{int} \quad (2.2)$$

ile tanımlanır.  $R$  etkileşme sayısıdır. Paketçiklerin frekansı  $f$  ise  $R$ ;

$$R = \frac{N^2}{A} f \cdot \sigma_{int} \quad (2.3)$$

olmaktadır.

Işınlık (  $L$  ), birim zamanda birim alandaki etkileşme sayısıdır.

$$L = \frac{R}{\sigma_{int}} = \frac{N^2}{A} f \quad (2.4)$$

$N$  parçacıklı iki paketçik,  $f$  frekansı ile çarpışır, etkileşme sayısı  $L$  ile verilir. Paketçiğin kesiti dairesel, eliptik veya gaussiyen olabilir.

Günümüz çarpıştırıcıları için ışınlık  $10^{24} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$  ile  $10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$  arasında değişmektedir.

Tablo 2.1. Bazı tipik ışınlık değerleri

	Işınlık, $L$ ( $\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ )
TEVATRON (Fermilab) ( $\overline{pp}$ çarpıştırıcısı)	$10^{32}$
HERA (DESY) (ep çarpıştırıcısı)	$2 \cdot 10^{31}$
LHC (CERN) (pp çarpıştırıcısı)	$10^{34}$

Tablo 2.2. Barn (b), pb ve  $\text{pb}^{-1}$

1 barn (b)	$10^{-24} \text{ cm}^2$
1 pikobarn (pb)	$10^{-36} \text{ cm}^2$
1 $(\text{pb})^{-1}$	$10^{36} \text{ cm}^{-2}$

Bir çarpıştırıcının yıldaki ortalama çalışma süresi toplam 4 aydır (  $\sim 10^7$  s ). Toplam ışınlık (integrated luminosity,  $L_{int}$ ) çalışma süresindeki toplam ışınlıktır. Örneğin anlık ışınlık değeri  $L=10^{30}$  ise,

$$L_{int} = L \cdot (10^7 \text{ s}) = 10^{37} \text{ cm}^{-2} = 10 \text{ pb}^{-1} \quad (2.5)$$

olarak bulunur.

### Örnek: Işınlık Hesabı

DESY' deki HERA e-p çarpıştırıcısının ışınlık değerini hesaplayınız.

Elektron demeti paketçikleri için :  $\sigma_{ex} = 280\mu m$  ,  $\sigma_{ey} = 50\mu m$

Paketçik başına elektron yoğunluğu:  $n_e = 3.65 \times 10^{10}$

Proton demeti paketçikleri için :  $\sigma_{px} = 265\mu m$  ,  $\sigma_{py} = 50\mu m$

Paketçik başına proton sayısı:  $n_p = 10^{11}$

İki paketçiğin çarpışması için geçen süre:  $\Delta\tau = 0.096\mu s$

Çarpışma frekansı :  $f_{coll} = \frac{1}{\Delta\tau} = 10.4 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$

$L_{ep} = \frac{n_e n_p}{\sigma_x \sigma_y 4\pi} f_{coll}$  ifadesinde veriler kullanılırsa,

$$L_{ep} = \frac{3.65 \times 10^{10} \cdot 10^{11}}{280 \times 10^{-4} (cm) \times 50 \times 10^{-4} (cm) \times 4\pi} \times 10.4 \times 10^6 = 2.17 \times 10^{31} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1} \text{ bulunur.}$$

Bu eşitlikte x,y yönlerindeki enine yarıçaplardan büyük olan hesaba katılır. Bunun için burada 280 değeri hesaba katılmıştır.

### 2.2. Kütle Merkezi Enerjisi ( $E_{c.m.} \equiv \sqrt{s}$ )

Kütle merkezi çerçevesi çarpışan demetlerin toplam momentumunun sıfır olduğu çerçevedir. Bu çerçevede etkileşen iki parçacığın toplam enerjisi "kütle merkezi enerjisi" olarak bilinir ve

$$E_{cm}^2 = \left( \sum_i E_i \right)^2 - \left( \sum_i cp_i \right)^2 \quad (2.6)$$

olarak tanımlanır.

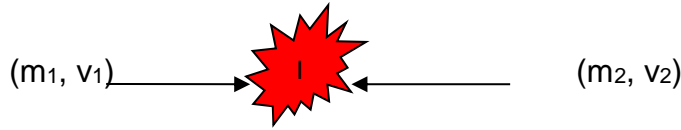
Kullanılabilir Enerji (  $E_{kul}$  ), iki demetin çarpışması sonucunda durgun kütle enerjisi dışındaki kalan tamamı kullanılabilir enerji olarak bilinir. Bu enerjinin tamamı yeni üretilen parçacıkların kütlesine karşılık gelecektir.

$$E_{kul.} = E_{cm} - \sum_i m_{0_i} c^2 \quad (2.7)$$

Kullanılabilir enerji, kütle merkezi enerjisinden etkileşen parçacıkların durgun kütle enerjilerinin toplamının çıkartılması ile bulunur.

### **Örnek: Kütle Merkezi Enerjisi Hesabı**

$m_1$  kütleli  $v_1$  hızlı bir parçacık ile,  $m_2$  kütleli  $v_2$  hızıyla buna zıt yönde hareket eden bir parçacığın çarpışması için kütle merkezi enerjisini bulunuz.



$$E_{cm}^2 = \left[ \sum_{i=1}^2 (E_{kin} + mc^2)_i \right]^2 - \left[ \sum_{i=1}^2 cp_i \right]^2$$

$$E_{cm}^2 = (\gamma_1 m_1 + \gamma_2 m_2)^2 c^4 - (\gamma_1 \beta_1 m_1 + \gamma_2 \beta_2 m_2)^2 c^4$$

$$\gamma\beta = \sqrt{\gamma^2 - 1}$$

Örnek olarak,  $\gamma_2 = 1$  ,  $m_1 = m_2 = m_p$  ,  $\beta_2 = 0$  olsun. Bu durumda,

$$\text{Kütle merkezi enerjisi: } E_{cm}^2 = (\gamma + 1)^2 m_p^2 c^4 - (\gamma^2 - 1) m_p^2 c^4 \Rightarrow E_{cm} = \sqrt{2(\gamma + 1)} m_p c^2$$

$$\text{Kullanılabilir enerji: } E_{kul.} = E_{cm} - \sum_i m_{0_i} c^2 = E_{cm} - 2m_p c^2 = (\sqrt{2(\gamma + 1)} - 2) m_p c^2$$

Maksimum kütle merkezi enerjisi için parçacıklar kafa-kafaya (head-on) ve eşit enerjilerde çarpışmalıdır.

Bu durumda:

$$\left. \begin{array}{l} \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma \\ m_1 = m_2 = m \\ \beta_1 = \beta_2 = \beta \end{array} \right\} \begin{array}{l} E_{cm} = 2\gamma mc^2 = 2E \\ E_a = 2(E - m_0c^2) \end{array}$$

elde edilir.  $E_a$  kullanılabilir (available) enerjidir. HERA ve LHC sırasıyla asimetrik (eşit olmayan enerjili) ve simetrik (eşit enerjili demetler) enerjiler için güzel örneklerdir.

HERA  $e^-$  (27 GeV)  $\longrightarrow$   $\longleftarrow$  (920 GeV)  $e^+$  ,  $E_{cm} \cong 314$  GeV

LHC  $p$  (7 TeV)  $\longrightarrow$   $\longleftarrow$  (7 TeV)  $p$  ,  $E_{cm} = 14$  TeV

### Problemler

1. Rölativistik momentum, toplam ve kinetik enerjinin tanımlarını kullanarak;

**a)**  $p(\beta, E)$

**b)**  $p(E_{kin})$

**c)**  $E_{kin}(\gamma)$  bağıntılarını türetiniz. Bağıntıları  $\gamma \gg 1$  için yorumlayınız.

2. SLAC' ta (Stanford Lineer Hızlandırıcısı) elektronlar 3 km' lik hızlandırıcıda düzgün 20 MeV/m' lik alan gradyeni ile hızlandırılmaktadırlar. Elektronların hızı  $v = c / 2$  dir.

**a)** Elektronların durgun çerçevesinde hızlandırıcının uzunluğu nedir?

**b)** 3 km sonunda elektronlar yeni bir 3 km' lik tüpe giriyorsa, bu tüpün uzunluğu elektronların durgun sistemine göre ne olacaktır?

3. SLAC elektron pozitron çarpıştırıcısı için bazı parametreler şöyledir:

- Paketçikte parçacık sayıları  $3,5 \cdot 10^{10}$
- Enine demet yarıçapı  $\sigma_x = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ ,  $\sigma_y = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$
- İki paketçik çarpışması arasındaki süre  $\tau = 8300 \mu\text{s}$
- Demet enerjileri demet başına 50 GeV

Bu verileri kullanarak ışınlık değerini, kütle merkezi enerjisini ve kullanılabilir enerjiyi hesaplayınız.

4. a) DESY HERA çarpıştırıcısında kafa kafaya çarpışan elektron proton demetleri için kütle merkezi ve kullanılabilir enerjiyi hesaplayınız.

$$e^- (27 \text{ GeV}) \longrightarrow \longleftarrow e^+ (920 \text{ GeV})$$

b) CERN LHC pp çarpıştırıcısı için kütle merkezi ve kullanılabilir enerjiyi hesaplayınız.

$$p (7 \text{ TeV}) \longrightarrow \longleftarrow p (7 \text{ TeV})$$