

# ANKARA ÜNİVERSİTESİ GAMA MESLEK YÜKSEKOKULU

- \* BMT109 SAYISAL ELEKTRONİK
- \* Öğr.Gör.Uğur YEDEKÇİOĞLU

# BOOLEAN MATEMATİĞİ

İngiliz matematikçi George Bole tarafından 1854 yılında geliştirilen BOOLEAN matematiği sayısal devrelerin tasarımında ve analizinde kullanılması 1938 yılında Claude Shanon tarafından gerçekleştirildi. BOOLEAN matematiği sayısal devrelerin çıkış ifadelerinin giriş değişkenleri cinsinden ifade edilmesi ve elde edilen ifadenin en basit haline ulaşması için kullanılır.

# BOOLEAN MATEMATİĞİ

Boolean Matematiği Sembolleri Boolean matematiğinde kullanılan değişkenler veya fonksiyonlar büyük harfler kullanılarak gösterilmiştir. Sayısal olarak bir değişken veya fonksiyon iki değer alabilir. Bu değerler 1 veya 0 olacaktır. Değişkenlerin veya fonksiyonların aldığı bu değerler sayısal devrelerde eğer "1" ise YÜKSEK gerilim seviyesi , "0" ise ALÇAK gerilim seviyesini gösterecektir. Değil veya tümleyen (komplement), boolean matematiğinde değişkenin üzerine çizilen bir çizgi ile gösterilir. Örneğin ifadesi "A" nın değili veya A'nın komplementi" şeklinde okunur. Eğer  $A=1$  ise  $=0$ ,  $A=0$  ise  $=1$  olur

# BOOLEAN MATEMATİĞİ

## Boolean Toplama

Boolean toplama ile ilgili temel kurallar aşağıda verilmiştir.  $0 + 0 = 0$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 1$$

Boolean matematiğinin sayısal devre uygulamalarında Boolean toplama VEYA fonksiyonu ile tanımlanacaktır. VEYA işleminde A ve B gibi iki boolean değişkeni vardır.  $(A+B)$  şeklinde yazılır.

# BOOLEAN MATEMATİĞİ

## Boolean Çarpma

Boolean çarpmaya ilişkin temel kurallar aşağıda verilmiştir.

$$0 \cdot 0 = 0$$

$$0 \cdot 1 = 0$$

$$1 \cdot 0 = 0$$

$$1 \cdot 1 = 1$$

Boolean çarpma işlemi ise VE fonksiyonu ile ifade edilir. Boolean çarpma işlemine ilişkin temel kurallar aşağıda verilmiştir. Ve işleminde iki boolean değişkeni vardır. A ve B girişleri çıkışı, (A.B) şeklinde yazılır.

# BOOLEAN MATEMATİĞİ

## BOOLEAN KANUNLARI

### Yer Değiştirme Kanunu

İki girişli bir VEYA kapısının girişlerine uygulanan değişkenler yer değişirse çıkış değeri değişmez.  $A+B = B+A$  İki girişli bir VE kapısının girişlerine uygulanan değişkenler yer değişirse çıkış değeri değişmez

# BOOLEAN MATEMATİĞİ

## Birleşme Kanunu

Bir VEYA kapısının girişlerine uygulanan değişkenlerin gruplandırılmaları değişirse çıkış değeri değişmeyecektir.

$(A+B)+C = A+(B+C)$  şeklinde de yazılabilir.

Bir VE kapısının girişlerine uygulanan değişkenlerin gruplandırılmaları değişirse çıkış değeri değişmeyecektir.

$(A.B).C = A.(B.C)$  şeklinde de yazılabilir.

# BOOLEAN MATEMATİĞİ

## Dağılma Kanunu

Boolean işlemlerinde de çarpmanın (VE) toplama (VEYA) üzerine dağılması aşağıdaki gibidir.

$$A.(B+C) = A.B+A.C \quad A+(B.C) = (A+B).(A+C)$$



# BOOLEAN MATEMATİĞİ

## Boolean Matematiği Kuralları

Boolean kurallarının bilinmesi gerekir. Bu kuralların bilinmesi işlemlerde çok büyük kolaylık sağlayacaktır.

1.a-	$A$	$+$	$0$	$=$	$A$
b-	$A$	$+$	$1$	$=$	$1$
c-	$A$	$+$	$\bar{A}$	$=$	$1$
d-	$A$	$+$	$A$	$=$	$A$
2.a-	$A$	$.$	$0$	$=$	$0$
b-	$A$	$.$	$1$	$=$	$A$
c-	$A$	$.$	$\bar{A}$	$=$	$0$
d-	$A$	$.$	$A$	$=$	$A$
3.	$\bar{\bar{A}}$	$=$	$A$		
4.	$A$	$+$	$A.B$	$=$	$A$
5.	$A$	$+$	$\bar{A}B$	$=$	$A+B$
6.	$(A+B)$	$.$	$(A+C)$	$=$	$A+B.C$

# BOOLEAN MATEMATİĞİ

## VEYA Özdeşlikleri (Kural 1)

Bir VEYA kapısının girişlerinden biri "0" ise çıkış ifadesi  $A'$  nın durumuna bağlıdır. Eğer  $A=0$  ise çıkış "0",  $A=1$  ise çıkış "1" olur.

b) Bir VEYA kapısının girişlerinden biri "1" ise,  $A'$  nın durumu ne olursa olsun çıkış daima "1" olur.

c) Bir VEYA kapısının girişlerine değişkenin değili ile kendisi uygulanırsa çıkış  $A'$  nın durumu ne olursa olsun daima "1" olur.

d) Bir VEYA kapısının her iki girişine aynı değişken uygulanırsa çıkış  $A'$  nın durumuna bağlıdır. Eğer  $A=0$  ise çıkış "0",  $A=1$  ise çıkış "1" olur.

# BOOLEAN MATEMATIČI

$$A = 0 \\ 0 \quad \text{OR} \quad F = 0$$

$$A = 1 \\ 0 \quad \text{OR} \quad F = 1$$

**a)  $A + 0 = A$**

$$A = 0 \\ 1 \quad \text{OR} \quad F = 1$$

$$A = 1 \\ 1 \quad \text{OR} \quad F = 1$$

**b)  $A + 1 = 1$**

$$A = 0 \\ \bar{A} = 1 \quad \text{OR} \quad F = 1$$

$$\bar{A} = 1 \\ A = 0 \quad \text{OR} \quad F = 1$$

**c)  $A + \bar{A} = 1$**

$$A = 0 \\ A = 0 \quad \text{OR} \quad F = 0$$

$$A = 1 \\ A = 1 \quad \text{OR} \quad F = 1$$

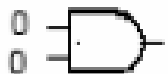
**d)  $A + A = A$**

# BOOLEAN MATEMATİĞİ

## VE Özdeşlikleri (Kural 2)

- a. Bir VE kapısının girişlerinden biri "0" ise, A' nın durumu ne olursa olsun çıkış daima "0" olur.
- b. Bir VE kapısının girişlerinden biri "1" ise çıkış ifadesi A' nın durumuna bağlıdır. Eğer  $A=0$  ise çıkış "0",  $A=1$  ise çıkış "1" olur.
- c. Bir VE kapısının girişlerine değişkenin değili (tümleyeni) ile kendisi uygulanırsa çıkış A'nın durumu ne olursa olsun daima "0" olur.
- d. Bir VE kapısının her iki girişine aynı değişken uygulanırsa çıkış A'nın durumuna bağlıdır. Eğer  $A=0$  ise çıkış "0",  $A=1$  ise çıkış "1" olur.

# BOOLEAN MATEMATIĞI

$$A = 0 \quad \text{AND} \quad F = 0$$


$$A = 1 \quad \text{AND} \quad F = 0$$


**a)  $A \cdot 0 = 0$**

$$A = 0 \quad \text{AND} \quad F = 0$$

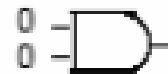

$$A = 1 \quad \text{AND} \quad F = 1$$

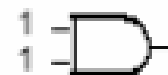

**b)  $A \cdot 1 = A$**

$$A = 0 \quad \text{AND} \quad F = 0$$


$$A = 1 \quad \text{AND} \quad F = 0$$


**c)  $A \cdot \bar{A} = 0$**

$$A = 0 \quad \text{AND} \quad F = 0$$


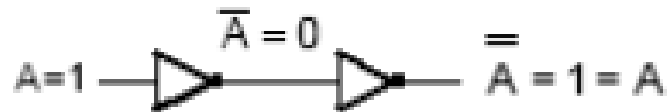
$$A = 1 \quad \text{AND} \quad F = 1$$


**d)  $A \cdot A = A$**

# BOOLEAN MATEMATİĞİ

## Çift Tersleme Kuralı (Kural 3)

Bir Lojik ifadenin veya değişkenin iki defa değili alınırsa (terslenirse) lojik ifadenin veya değişkenin aslı elde edilir.



# BOOLEAN MATEMATİĞİ

Yutma kuralı (Kural 4)

Bu kuralı dağılma kanunu ve VEYA, VE özdeşlikleri yardımı ile açıklayalım. Eğer ifadeyi A ortak parantezine alırsak aşağıdaki dönüşüm sağlanmış olur.

$A + A.B = A(1+B)$  Dağılma kanunu, VEYA özdeşlikleri VE özdeşlikleri =  $A . 1 = A$

# BOOLEAN MATEMATİĞİ

## Kural 5

Bu kuralı yutma, VE, VEYA özdeşlikleri, çift tersleme kuralları yardımı ile açıklayalım.

$$\begin{aligned}A + \bar{A}B &= (A + A.B) + \bar{A}B \\ &= (A.A + A.B) + \bar{A}B \\ &= A.A + A.B + A.\bar{A} + \bar{A}B \\ &= (A + \bar{A}). (A + B) \\ &= 1. (A + B) \\ &= A + B\end{aligned}$$

*Yutma kuralı*

*VE özdeşliği*

*Çift tersleme*

*VEYA özdeşliği*

*VE özdeşliği*



# BOOLEAN MATEMATİĞİ

## Kural 6

Bu kuralı dağılma kanunu, VE özdeşliği, VEYA özdeşliği yardımı ile açıklayalım:

$$\begin{aligned}(A + B) \cdot (A + C) &= A.A + A.C + A.B + B.C \\ &= A + A.C + A.B + B.C \\ &= A \cdot (1 + C) + A.B + B.C \\ &= A.1 + A.B + B.C \\ &= A \cdot (1 + B) + B.C \\ &= A + B.C\end{aligned}$$

# KAYNAKLAR

[http://megep.meb.gov.tr/mte\\_program\\_modul/moduller\\_pdf/Temel%20Mantık%20Devreleri.pdf](http://megep.meb.gov.tr/mte_program_modul/moduller_pdf/Temel%20Mantık%20Devreleri.pdf)

[http://megep.meb.gov.tr/mte\\_program\\_modul/moduller\\_pdf/Lojik%20Devreler%201.pdf](http://megep.meb.gov.tr/mte_program_modul/moduller_pdf/Lojik%20Devreler%201.pdf)