

# **FİZ304 İSTATİSTİK FİZİK VE TERMODİNAMİK**

“Isısal Etkileşme II”

Prof.Dr. Orhan ÇAKIR

Ankara Üniversitesi, Fizik Bölümü

2017

# Bir Isı Deposuna Değen Sistem

- Bir sistemin diğer sistemlerle ısısal etkileşimde bulunduğunda mutlak sıcaklığı değişmezse, bu sistem diğer sistemlere göre bir **ısı deposu** olarak davranır.
  - Soru: Bir küçük A sistemi, A' ısı deposu ile değme durumunda bulunuyor. A sisteminin  $E_r$  enerjili bir r durumunda bulunma olasılığı  $P_r$  nedir?
- A sistemi  $E_r$  enerjisi ile r durumunda bulunurken, A\* sisteminin girilebilir durum sayısı, A' nün girilebilir durumları  $\Omega'(E^*-E_r)$  sayısına eşittir. A\* sistemi girilebilir durumlarının herbirinde eşit olasılıkla bulunur. Böylece A sisteminin r durumundaki olasılığı  $P_r \sim \Omega'(E^*-E_r)$  ile verilir. Burada yavaş değişen  $\ln\Omega'(E^*-E_r)$  seriye açılırsa,  $\ln\Omega'(E^*-E_r) = \ln\Omega'(E^*) - \beta E_r$  bulunur. Böylece  $\Omega'(E^*-E_r) = \Omega'(E^*) e^{-\beta E_r}$ ,  $P_r = C e^{-\beta E_r}$ .

Kanonik dağılım

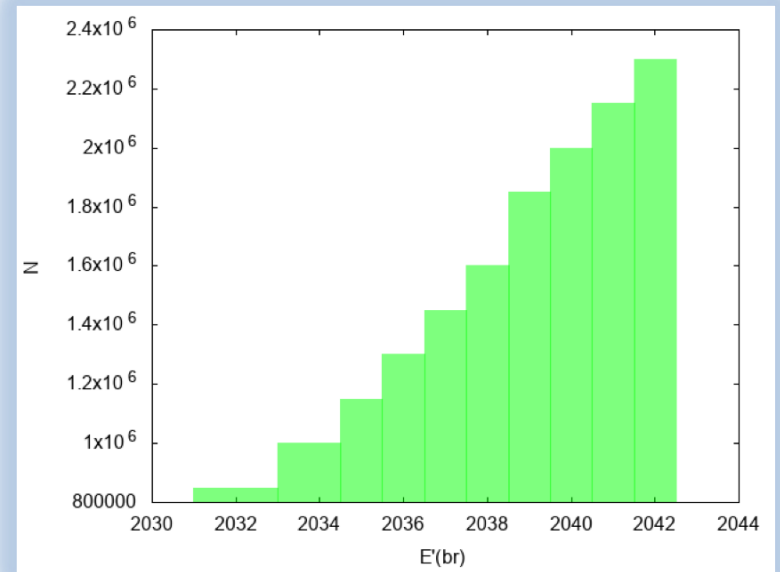
# Örnek: kanonik dağılım

A sistemi ile A' sistemi ısısal değme durumunda ve dengededir. A' sistemi bir ısı deposudur. A\* sisteminin toplam enerjisi 2050 birim olduğuna göre, A sistemi 10 birim olan bir r durumunda bulunuyor. Bu durumda A' sistemi enerjisi 2040 birim olur. A' sistemi  $N = 2 \times 10^6$  durumdan birinde bulunabilir.

A sistemi 16 birim olan bir s durumunda bulunursa, A' enerjisi ne olur ve ne kadar durumdan birinde bulunabilir?

- $E^* = 2050$  birim ve  $E' = 2050 - 16 = 2034$  birim
- A' sistemi  $N = 10^6$  durumdan birinde bulunabilir.

Belli bir sıcaklıkta (T) ısı deposuna değen sistemlerin kümesine **kanonik küme** denir. Kanonik dağılım ise  $P_r = C e^{-\beta E_r}$  ile verilir.

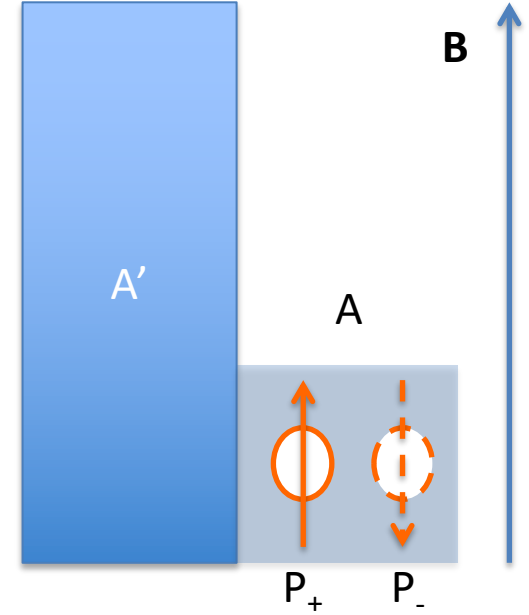


# Paramagnetizma

- Paramagnetik madde, magnetik özellikleri magnetik momentlerinin birbirine göre yönelmesine bağlı olan maddeye **paramagnetik madde** denir. Çevresindeki atomların T sıcaklığındaki bir ısı deposu olarak ele alınır, tek bir magnetik atomun alan ile aynı yönlü olma olasılığı  $P_+$  ve alan ile zıt yönlü olma olasılığı  $P_-$  olarak alınır.

$$P_+ = Ce^{-\beta E_+} = Ce^{\beta \mu_0 B}$$

$$P_- = Ce^{-\beta E_-} = Ce^{-\beta \mu_0 B}$$



İki durum,  $\omega = \mu_0 B / kT$  olmak üzere,  $\omega \ll 1$  ve  $\omega \gg 1$ , için magnetik moment ortalaması hesaplanabilir. Böylece  $\omega \ll 1$  için  $\mu = \mu_0^2 B / kT$  ve  $\omega \gg 1$  için  $\mu = \mu_0$  olur. Magnetik alınganlık  $\chi = N_0 \mu_0^2 / kT$  ile verilir.

# İdeal Gazın Ortalama Enerjisi

- Moleküller arası karşılıklı potansiyel enerji, ortalama kinetik enerji ile karşılaştırıldığında çok küçük olduğu durumu ele alalım (ideal gaz). Bir moleküle odaklanıp diğer moleküllerin oluşturduğu ısı deposu ile değme durumunda olduğunu düşünelim. Bu molekülün  $E_r$  enerjisi ile  $r$  durumunda bulunma olasılığı

$$P_r = e^{-\beta E_r} / \sum_r e^{-\beta E_r}$$

dir. Her molekül (gaz), helyum veya Argon gibi **tek atomlu** gaz olsun. Enerji ifadesi

$$E_r = (\pi^2 \hbar^2 / 2m)(n_x^2 / L_x^2 + n_y^2 / L_y^2 + n_z^2 / L_z^2)$$

ile verilir. **Çok atomlu** molekül için enerji

$$E_r = E^{(k)} + E^{(i)}$$

Titreşim ve dönme

öteleme

# İdeal Gazın Ortalama Enerjisi

$E_r$  enerjili bir  $r$  durumunda  $P_r$  olasılığı ile bulunan bir molekülün ortalama enerjisi

$$\bar{E} = \sum_r P_r E_r = \sum_r e^{-\beta E_r} E_r / \sum_r e^{-\beta E_r}$$

dir. Burada

$$\sum_r e^{-\beta E_r} E_r = -\sum_r d(e^{-\beta E_r})/d\beta = -d(\sum_r e^{-\beta E_r})/d\beta$$

yazılabilir. Yukarıdaki son terimde parantez içindeki ifade bölüşüm fonksiyonu  $Z = \sum_r e^{-\beta E_r}$  olarak tanımlanabilir.

- Moleküllerin tüm olası durumları üzerinden toplam alınarak tek atomlu gaz için bölüşüm fonksiyonu

$$Z = \sum_{n_x} \sum_{n_y} \sum_{n_z} \exp[(-\beta \pi^2 \hbar^2 / 2m) (n_x^2 / L_x^2 + n_y^2 / L_y^2 + n_z^2 / L_z^2)] = Z_x Z_y Z_z$$

yazılabilir. Toplamdaki ardışık terimler az değıştiklerinde toplam yerine integral alabiliriz. Böylece  $Z = (bL_x / \beta^{1/2})(bL_y / \beta^{1/2})(bL_z / \beta^{1/2}) = b^3 V / \beta^{3/2}$  elde edilir.  $\ln Z = 3 \ln b + \ln V - (3/2) \ln \beta$  olur. **Ortalama enerji**  $\bar{E} = -d \ln Z / d\beta = -(3/2) \beta \implies \bar{E} = (3/2) kT$  elde edilir.

# İdeal Gazın Ortalama Basıncı

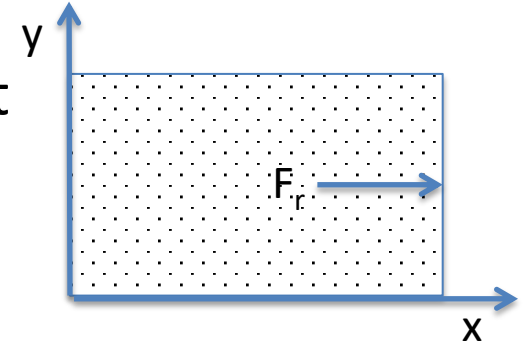
- İdeal gaz bulunduran bir kutu (boyutları  $L_x, L_y, L_z$ ) içinde, bir  $r$  durumunda bulunan molekül kabın duvarına  $x$  doğrultusunda bir  $F_r$  kuvveti uygular.

- Yapılan iş  $F_r dL_x = -dE_r$  olur. Ortalama kuvvet olası tüm  $r$  durumları üzerinden ortalama alınarak bulunur. Ortalama kuvvet

$$\bar{F} = \sum_r P_r F_r = \sum_r e^{-\beta E_r} F_r / \sum_r e^{-\beta E_r} = (1/\beta) d \ln Z / d L_x$$

Tek atomlu bir molekül için  $\bar{F} = kT/L_x$  olur. Çok atomlu molekül için de  $F_r$ , kuvveti kütle merkezi enerjisinden hesaplanabilir.

- **Ortalama basınç**  $p^- = N\bar{F}/L_y L_z = NkT/L_x L_y L_z = (N/V)kT$   
 $p^- V = NkT$  veya  $p^- V = nkT$  veya  $p^- V = \nu RT$



durum  
denklemleri

# Maddenin Durum Denklemi

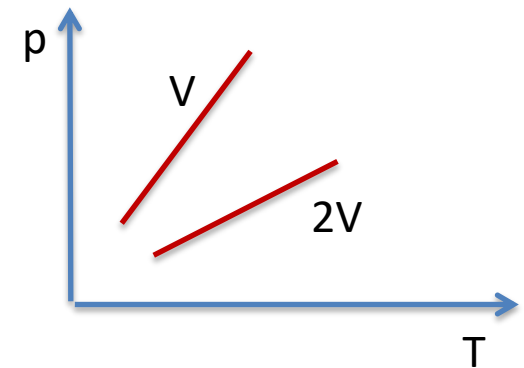
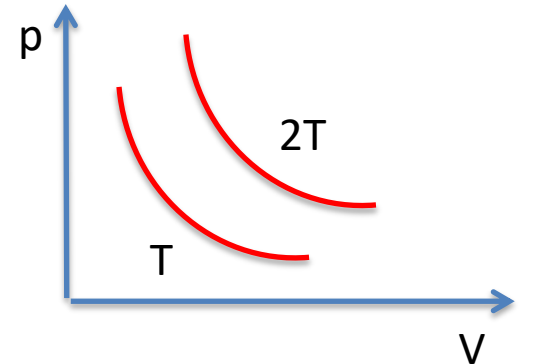
Dengedeki bir maddenin basıncını, hacim ve mutlak sıcaklığa bağlayan denkleme maddenin durum denklemi denir. Denklem  $pV = NkT$  şeklinde yazılır. Bununla ilgili aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

i. İdeal gaz olacak şekilde seyreltilmiş bir gaz sabit sıcaklıkta tutulursa

$$pV = \text{sabit (Boyle yasası)}$$

ii. İdeal gaz sabit hacimde tutulursa, ortalama  $p$  basıncı sıcaklıkla doğru orantılı olur,  $p = (Nk/V)T$ .

iii. Durum denklemi basınç, sıcaklık ve hacimden başka, molekül sayısına da bağlı olup, molekülün niteliği ile ilgili değildir, böylece yeterince seyreltiği sürece He, H<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>, vb. gazlar için uygulanabilir.





# KAYNAKLAR

**(0)** İstatistik Fizik ve Termodinamik Ders Notları (FİZ304), Hazırlayan: Orhan Çakır, Ankara Üniversitesi Kütüphanesi Açık Ders Malzemeleri, <https://acikders.ankara.edu.tr/course/view.php?id=634> (son erişim tarihi: 11 Mart 2017). Bu ders notları aşağıda verilen kaynaklardan derlenmiştir. Ayrıntılı bilgi için bu kaynaklara başvurulabilir.

**(1) İstatistik Fizik** (F. Reif), Berkeley Fizik Dersleri Serisi - Cilt 5, Tercüme: T. N. Durlu, Y. Elerman, Bilim Yayınevi, Bilim Yayınları-43, ISBN: 975-556-054-8.



**(2) Fundamentals of Statistical and Thermal Physics**, F. Reif, Waveland Press, Inc., Reissued (2009).

